

静安区 2023 学年度第一学期期末教学质量调研

九年级数学试卷

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)

1. 下列计算正确的是 ()

- A. $(-1)^0 = 0$ B. $(-1)^{-1} = 1$ C. $1^{-1} = -1$ D. $(-1)^{-1} = -1$

2. 下列选项中的两个图形一定相似的是 ()

- A. 两个平行四边形 B. 两个圆 C. 两个菱形 D. 两个等腰三角形

3. 如果直线 $y = x$ 与 x 轴正半轴的夹角为锐角 α ，那么下列各式正确的是 ()

- A. $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ B. $\cos \alpha = \sqrt{2}$ C. $\tan \alpha = 1$ D. $\cot \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$

4. 在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 、 F 分别在边 BC 、 AB 、 AC 上，连接 DE 、 DF ，如果 $DE \parallel AC$ ， $DF \parallel AB$ ，且 $AE:EB = 1:2$ ，那么 $AF:FC$ 的值是 ()

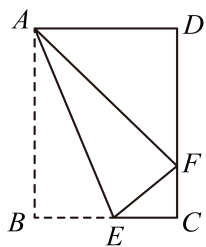
- A. 3 B. $\frac{1}{3}$ C. 2 D. $\frac{1}{2}$

5. 如果将抛物线 $y = (x+2)^2 - 1$ 平移后得到抛物线 $y = (x-1)^2 + 2$ ，那么它的平移过程可以是 ()

- A. 向右平移 3 个单位，再向上平移 3 个单位 B. 向右平移 3 个单位，再向下平移 3 个单位
C. 向左平移 3 个单位，再向上平移 3 个单位 D. 向左平移 3 个单位，再向下平移 3 个单位

6. 如图，点 E 在矩形 $ABCD$ 的边 BC 上，将矩形沿 AE 翻折，点 B 恰好落在边 CD 的点 F 处，如果

$AD = DF$ ，那么 $\frac{AB}{BE}$ 的值等于 ()



- A. $\sqrt{5}$ B. $\sqrt{2} + 1$ C. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ D. $\sqrt{3}$

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)

7. 0.5 的倒数是__.

8. 如果 $3a = 5b$ ($a, b \neq 0$)，那么 $a:b =$ ()

9. 已知线段 AB 的长为 $2cm$ ，点 P 是线段 AB 的黄金分割点 ($AP > BP$)，那么线段 PB 的长等于_____ (结果

保留根号).

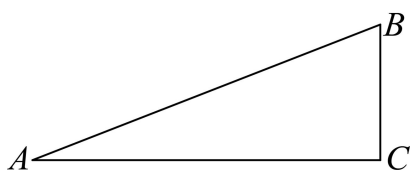
10. 如果二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 图像对称轴的右侧部分上升, 它的开口方向是_____. (填“向上”或“向下”)

11. 已知抛物线 $y = x^2 + mx + 9$ 的顶点在 x 轴负半轴上, 那么 m 的值为_____.

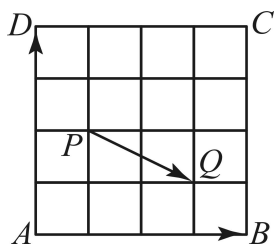
12. 在三角形 ABC 中, 点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上, 已知 $DE = 4$, $BC = 6$, $AE : AC = 2 : 3$, 那么能否得到 $DE \parallel BC$? _____ (填“能”或“否”)

13. 如果两个相似三角形对应边上的高之比是 $4 : 9$, 那么它们的周长之比等于_____.

14. 如图, 小红沿坡度 $i = 1 : 2.4$ 的坡面由 A 到 B 行走了 26 米, 那么小红行走的水平距离 $AC =$ _____ 米.



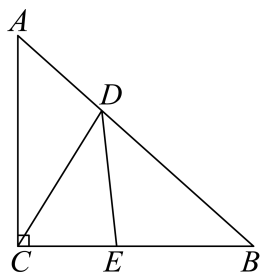
15. 如图, 正方形 $ABCD$ 被 5 条横线与 5 条纵线划分成 16 个全等的小正方形, P 、 Q 是其中两个小正方形的顶点, 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, 那么向量 $PQ =$ _____. (用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的式子表示)



16. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 5$, $BC = 6$, 将边 BC 绕点 C 旋转后, 点 B 落在射线 CA 上的点 D 处, 那么 DB 的长为_____.

17. 如果某函数图像上至少存在一对关于原点对称的点, 那么约定该函数称之为“ H 函数”, 其图像上关于原点对称的两点叫做一对“ H 点”. 根据该约定, 下列关于 x 的函数: ① $y = -2x$, ② $y = x^{-1}$, ③ $y = 3x - 1$, ④ $y = -\frac{1}{2}x^2 + 4x + \frac{1}{2}$ 中, 是“ H 函数”的有_____. (请填写函数解析式序号)

18. 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $BC = a$, $\cos B = \frac{3}{4}$. 点 D 、 E 分别在边 AB 、 BC 上, $\angle CDE = \angle EDB = \angle B$, 那么 AD 的长为_____. (用含 a 的代数式表示)

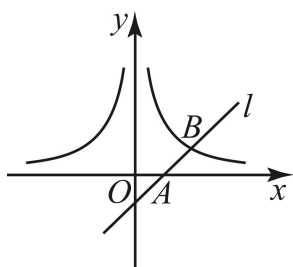


三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. 计算： $\sqrt{(\sin 45^\circ - 1)^2} + \cos 45^\circ + \cot 30^\circ \cdot \sin 60^\circ$.

20. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，已知直线 l 经过点 $A(1,0)$ ，与双曲线 $y = \frac{m}{x} (x > 0)$ 交于点 $B(2,1)$. 点

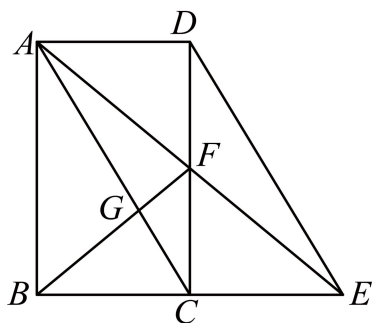
$P(a,2)$ 在直线 AB 上，过点 P 作 x 轴的平行线分别交双曲线 $y = \frac{m}{x} (x > 0)$ 和 $y = -\frac{m}{x} (x < 0)$ 于点 E 、 F .



(1) 求 m 的值和直线 l 的表达式；

(2) 联结 EB 、 FA . 求证： $EB \parallel FA$.

21. 如图，已知 AC 是矩形 $ABCD$ 的对角线， $DE \parallel AC$ ， DE 交 BC 延长线于 E ， AE 交 DC 于 F ， BF 交 AC 于 G .

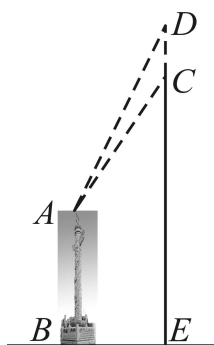


(1) 求证：点 G 是 $\triangle ABE$ 的重心；

(2) 如果 $BG = BC = 2$ ，求 $\angle AEB$ 的正弦值.

22. 如图，某建筑物 AB 高为 200 米，某人乘热气球来到距地面 400 米的 C 处（即 CE 长为 400 米）. 此时测得建筑物顶部 A 的俯角为 α ，当乘坐的热气球垂直上升到达 D 处后，再次测得建筑物顶部 A 的俯角为 β .

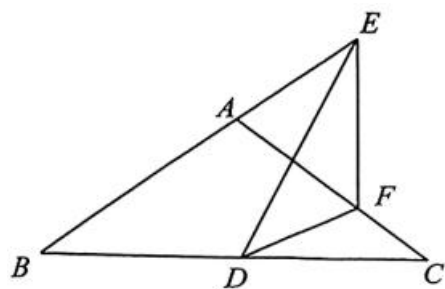
($\tan \alpha = 1.25$, $\tan \beta = 1.75$)



(1) 请在图中标出俯角 α 、 β ，并用计算器求 α 、 β 的大小： $\alpha \approx$ _____， $\beta \approx$ _____；（精确到“1”）

(2) 求热气球上升的垂直高度（即 CD 的长）。

23. 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， D 是 BC 中点，点 E 在 BA 延长线上，点 F 在 AC 边上， $\angle EDF = \angle B$ 。

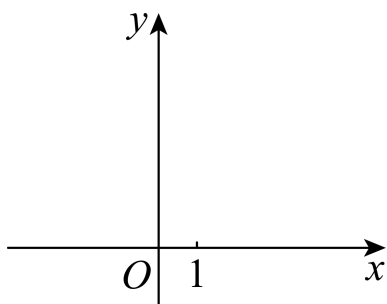


求证：

(1) $\triangle BDE \sim \triangle CFD$ ；

(2) $DF^2 = EF \cdot CF$ 。

24. 在平面直角坐标系 xOy 中（如图），已知点 $A(-2,0)$ 、 $B(6,0)$ 、 $C(0,8)$ 、 $D\left(2, \frac{32}{3}\right)$ 在同一个二次函数的图像上。



(1) 请从中选择适当的点坐标，求二次函数解析式；

(2) 如果射线 BE 平分 $\angle ABC$ ，交 y 轴于点 E ，

①现将抛物线沿对称轴向下平移，顶点落在线段 BE 的点 F 处，求此时抛物线顶点 F 的坐标；

②如果点 P 在射线 BE 上，当 $\triangle PBC$ 与 $\triangle BOE$ 相似时，请求点 P 的坐标.

25. 已知梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $AB=2$ ， $AD=4$ ， $DC=3$ ， $BC=7$. 点 P 在射线 BA 上，点 Q 在射线 BC 上 (点 P 、点 Q 均不与点 B 重合)，且 $PQ=BQ$ ，连接 DQ ，设 $BP=x$ ， $\triangle DQC$ 的面积为 y .

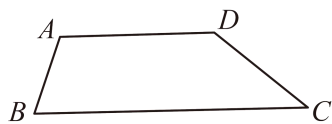


图1

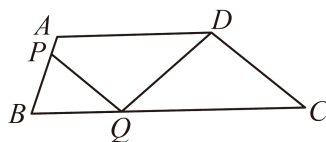
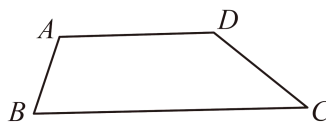


图2



(备用图)

(1) 如图 1 所示，求 $\sin B$ 的值；

(2) 如图 2 所示，点 Q 在线段 BC 上，求 y 关于 x 的函数解析式，并写出定义域；

(3) 当 $\triangle DQC$ 是等腰三角形时，求 BP 的长.