

2023 学年第一学期九年级期终学业质量调研

数学试卷

(时间: 100 分钟, 满分: 150 分)

考生注意:

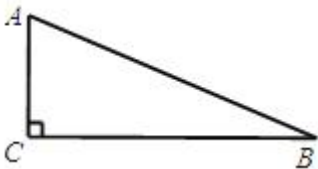
1. 本试卷含三个大题, 共 25 题. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效.
2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题: (本大题共 6 题, 每小题 4 分, 满分 24 分)

1. 下列图形中, 一定相似的是 ()

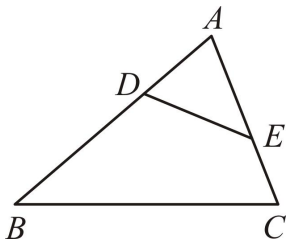
- A. 两个等腰三角形 B. 两个菱形 C. 两个正方形 D. 两个等腰梯形

2. 已知, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $BC = 12$, $AC = 5$, 则 $\cos A$ 的值是 ()



- A. $\frac{5}{12}$ B. $\frac{12}{5}$ C. $\frac{5}{13}$ D. $\frac{12}{13}$

3. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上, $\angle ADE = \angle C$, 则下列判断错误的是 ()



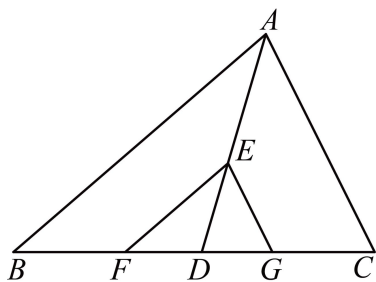
- A. $\angle AED = \angle B$ B. $DE \cdot AC = BC \cdot AE$
C. $AD \cdot AB = AE \cdot AC$ D. $\frac{S_{\triangle AED}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{DE}{BC}\right)^2$

4. 下列说法中, 正确的是 ()

- A. $\vec{a} + (-\vec{a}) = 0$ B. 如果 $\vec{e}$ 是单位向量, 那么 $e = 1$
C. 如果 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$, 那么 $\vec{a} = \vec{b}$ D. 如果 $\vec{a}$ 非零向量, 且 $\vec{b} = -2\vec{a}$, 那么 $\vec{a} \parallel \vec{b}$

5. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 BC 上, 点 E 在线段 AD 上, 点 F , G 在边 BC 上, 且 $EF \parallel AB$, $EG \parallel AC$,

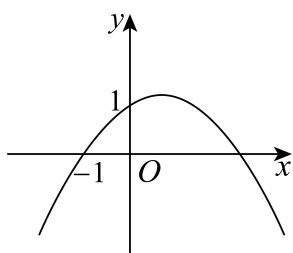
则下列结论一定正确的是 ()



- A. $\frac{EF}{AB} = \frac{AC}{EG}$ B. $\frac{BF}{FD} = \frac{DG}{GC}$ C. $\frac{DF}{DE} = \frac{DC}{DA}$ D. $\frac{BD}{FD} = \frac{AC}{EG}$

6. 如图, 二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图像的顶点在第一象限, 且过点 $(0, 1)$ 和 $(-1, 0)$, 下列结论:

① $c = 1$; ② $ab < 0$; ③ $a - b + c = 0$; ④ 当 $x > -1$ 时, $y > 0$. 其中正确结论的个数是 ()



- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

二、填空题: (本大题共 12 题, 每小题 4 分, 满分 48 分)

7. 如果 $\frac{a}{b} = \frac{4}{3}$, 那么 $\frac{a-b}{b} =$ _____.

8. 已知线段 $AB = 2$, 点 P 是 AB 的黄金分割点, 且 $AP < BP$. 那么 $BP =$ _____.

9. 已知向量 $\vec{a}$ 与单位向量 $\vec{e}$ 方向相同, 且 $|\vec{a}| = 3$, 那么 $\vec{a} =$ _____ (用向量 $\vec{e}$ 的式子表示)

10. 如果两个相似三角形的周长的比等于 $1:3$, 那么它们的面积的比等于 _____.

11. 如果抛物线 $y = x^2 + bx + 2$ 的对称轴是直线 $x = 2$, 那么 b 的值等于 _____.

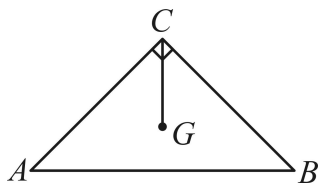
12. 如果点 $A(2, y_1)$ 和点 $B(3, y_2)$ 是抛物线 $y = x^2 + m$ (m 常数) 上的两点, 那么 y_1 _____ y_2 . (填 “>”、“=”、“<”)

13. 如图, 某人沿着斜坡 AB 方向往前进了 30 米, 他的垂直高度上升了 15 米, 那么斜坡 AB 的坡比 $i =$ _____.

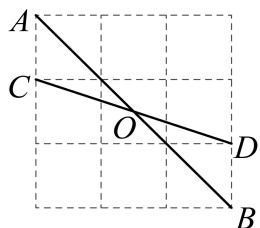


14. 如果抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的顶点在 x 轴的正半轴上, 那么这条抛物线的表达式可以是 _____ (只需写一个)

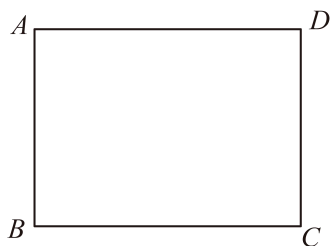
15. 如图，点 G 为等腰直角三角形 ABC 的重心， $\angle ACB = 90^\circ$ ，连接 CG ，如果 $AC = 3\sqrt{2}$ ，那么 $CG =$ _____.



16. 如图，在边长相同的小正方形组成的网格中，点 A 、 B 、 C 、 D 都在这些小正方形的顶点上， AB 、 CD 相交于点 O ，那么 $\sin \angle BOD$ 的值为_____.

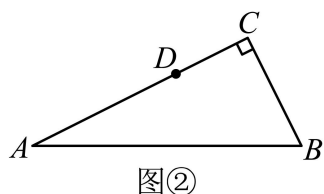
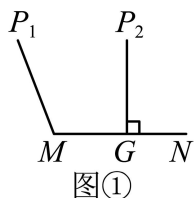


17. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 3$ ， $AD = 4$ ，点 E 在边 AD 上，将 $\triangle CDE$ 沿直线 CE 翻折，点 D 的对应点为点 G 。延长 DG 交边 AB 于点 F ，如果 $BF = 1$ ，那么 DE 的长为_____.



18. 规定：平面上一点到一个图形的距离是指这点与这个图形上各点的距离中最短的距离。如图①当 $\angle P_1MN > 90^\circ$ 时，线段 P_1M 的长度是点 P_1 到线 MN 的距离；当 $\angle P_2GN = 90^\circ$ 时，线段 P_2G 的长度是点 P_2 到线段 MN 的距离；如图②，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 3\sqrt{5}$ ， $\tan B = 2$ ，点 D 为边 AC 上一点，

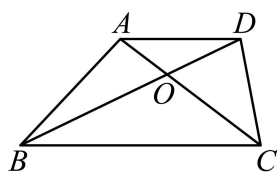
$AD = 2DC$ ，如果点 Q 为边 AB 上一点，且点 Q 到线段 DC 的距离不超过 $\frac{6\sqrt{5}}{5}$ ，设 AQ 的长为 d ，那么 d 的取值范围为_____.



三、解答题 (本大题共 7 题，满分 78 分)

19. 计算： $\sqrt{(1 - \cot 30^\circ)^2} - 2\sin 45^\circ + (\cos 30^\circ)^0 + \frac{1}{\tan 60^\circ - \sqrt{2}}$.

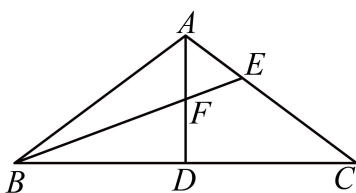
20. 如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ，对角线 AC 、 BD 相交于点 O ， $BC = 2AD$ ， $OD = 1$ 。



(1) 求 BD 的长；

(2) 如果 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ ，试用 $\vec{a}, \vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{OB}$ 。

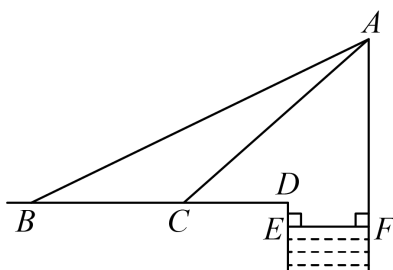
21. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 5$ ， $\tan C = \frac{3}{4}$ ， $\angle BAC$ 的平分线 AD 交边 BC 于点 D ，点 E 在边 AC 上，且 $EC = 2AE$ ， BE 与 AD 相交于点 F 。



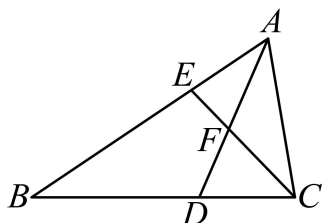
(1) 求 BC 的长；

(2) 求 $EF:BF$ 的值。

22. 北淀浦河上的浦仓路桥是一座融合江南水乡文化气息的现代空间钢结构人行廊桥。某校九年级数学兴趣小组开展了测量“浦仓路桥顶部到水面的距离”的实践活动，他们的操作方法如下：如图，在河的一侧选取 B 、 C 两点，在 B 处测得浦仓路桥顶部点 A 的仰角为 22° ，再往浦仓路桥桥顶所在的方向前进 17 米至 C 处，在 C 处测得点 A 的仰角为 37° ，在 D 处测得地面 BD 到水面 EF 的距离 DE 为 1.2 米（点 B 、 C 、 D 在一条直线上， $BD \parallel EF$ ， $DE \perp EF$ ， $AF \perp EF$ ），求浦仓路桥顶部 A 到水面的距离 AF 。（精确到 0.1 米）（参考数据： $\sin 22^\circ \approx 0.37$ ， $\cos 22^\circ \approx 0.93$ ， $\tan 22^\circ \approx 0.40$ ； $\sin 37^\circ \approx 0.60$ ， $\cos 37^\circ \approx 0.80$ ， $\tan 37^\circ \approx 0.75$ ）

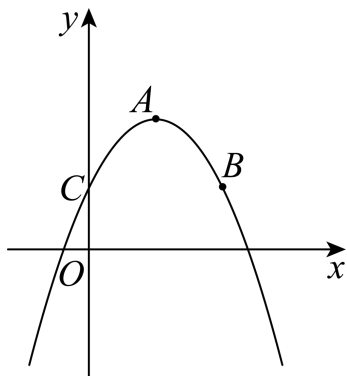


23. 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别在边 BC 、 AB 上， AD 与 CE 相交于点 F ， $CD = CF$ ， $AC^2 = AE \cdot AB$ 。



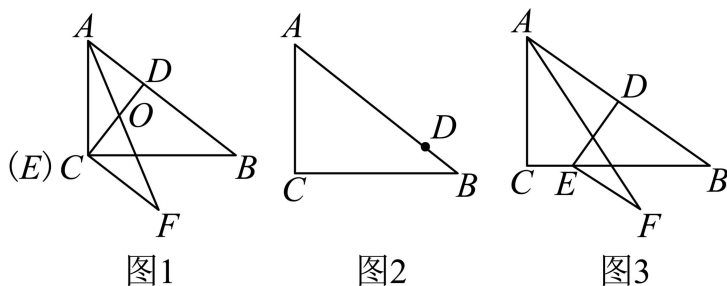
- (1) 求证: $\triangle ABD \sim \triangle ACF$;
- (2) 如果 $\angle CFD = 2\angle ACF$, 求证: $AB \cdot EF = AD \cdot AE$.

24. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + 1$ 过点 $A(1, 2)$ 和点 $B(2, 1)$, 与 y 轴交于点 C .



- (1) 求 a 、 b 的值和点 C 的坐标;
- (2) 点 P 为抛物线上一点 (不与点 A 重合), 当 $\angle PCB = \angle ACB$ 时, 求点 P 的坐标;
- (3) 在 (2) 的条件下, 平移该抛物线, 使其顶点在射线 CA 上, 设平移后的抛物线的顶点为点 D , 当 $\triangle CDP$ 与 $\triangle CAP$ 相似时, 求平移后的抛物线的表达式.

25. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 6$, $BC = 8$. 点 D 、 E 分别在边 AB 、 BC 上, 连接 ED , 将线段 ED 绕点 E 按顺时针方向旋转 90° 得到线段 EF .



- (1) 如图 1, 当点 E 与点 C 重合, $ED \perp AB$ 时, AF 与 ED 相交于点 O , 求 $AO:OF$ 的值;
- (2) 如图 2, 如果 $AB = 5BD$, 当点 A 、 E 、 F 在一条直线上时, 求 BE 长;
- (3) 如图 3, 当 $DA = DB$, $CE = 2$ 时, 连接 AF , 求 $\angle AFE$ 的正切值.