

2023-2024 学年上海市闵行区九年级（上）期末数学试卷（一模）

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，请选择正确选项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1.（4 分）下列命题中，真命题是（ ）

- A. 两个直角三角形一定相似
- B. 两个等腰三角形一定相似
- C. 两个钝角三角形一定相似
- D. 两个等边三角形一定相似

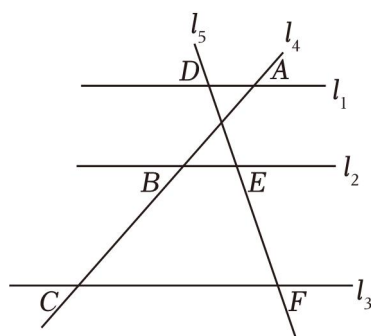
2.（4 分）在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AB = 3$ ， $AC = 2$ ，那么 $\cos A$ 的值是（ ）

- A. $\frac{1}{3}$
- B. $\frac{2}{3}$
- C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$
- D. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

3.（4 分）下列说法错误的是（ ）

- A. 如果 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 都是单位向量，那么 $|\vec{a}| = |\vec{b}|$
- B. 如果 $k\vec{a} = \vec{0}$ ，那么 $k = 0$ 或 $\vec{a} = \vec{0}$
- C. 如果 $\vec{a} = -3\vec{b}$ （ $\vec{b}$ 为非零向量），那么 $\vec{a} + 3\vec{b} = \vec{0}$
- D. 如果 $\vec{a} + \vec{b} = 2\vec{c}$ ， $\vec{a} - \vec{b} = 3\vec{c}$ （ $\vec{c}$ 为非零向量），那么 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 平行

4.（4 分）如图，已知 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$ ，直线 l_4 ， l_5 分别交直线 l_1 ， l_2 ， l_3 于点 A 、 B 、 C ，交直线 l_5 于点 D 、 E 、 F ，那么下列比例式正确的是（ ）



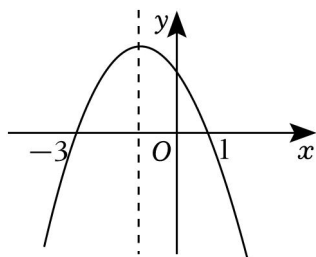
- A. $\frac{AC}{BC} = \frac{DF}{EF}$
- B. $\frac{AB}{DE} = \frac{BE}{AD}$
- C. $\frac{AB}{BC} = \frac{DF}{EF}$
- D. $\frac{DF}{EF} = \frac{CF}{BE}$

5.（4 分）已知二次函数的解析式为 $y = -x^2 + 2x$ ，下列关于函数图象的说法正确的是（ ）

- A. 对称轴是直线 $x = -1$
- B. 图象经过原点
- C. 开口向上
- D. 图象有最低点

6.（4 分）如图，在平面直角坐标系 xOy 中，二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ （ $a \neq 0$ ）的图象经过（1，

0), $(-3, 0)$, 如果实数 P 表示 $9a - 3b + c$ 的值, 实数 Q 表示 $-a - b$ 的值, 那么 P 、 Q 的大小关系为 ()



- A. $P > Q$ B. $P = Q$ C. $P < Q$ D. 无法确定

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

7. (4 分) 计算: $1^0 \times 2^{-1} =$ _____.

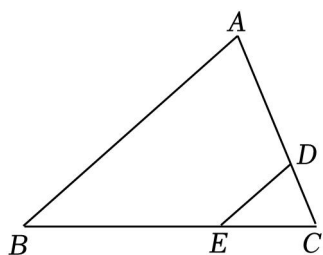
8. (4 分) 已知 $\frac{a}{b} = \frac{1}{3}$, 那么 $\frac{a+b}{b} =$ _____.

9. (4 分) 计算: $(\vec{a} + \vec{b}) - (\frac{7}{2}\vec{a} - 2\vec{b}) =$ _____.

10. (4 分) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 如果 $\tan B = 2$, $BC = 2$, 那么 $AC =$ _____.

11. (4 分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 AC 上, 点 E 在边 BC 上, $DE \parallel AB$, $AD: AC = 2:$

3, 那么 $\frac{S_{\triangle DEC}}{S_{\text{梯形} ABED}}$ 的值为 _____.



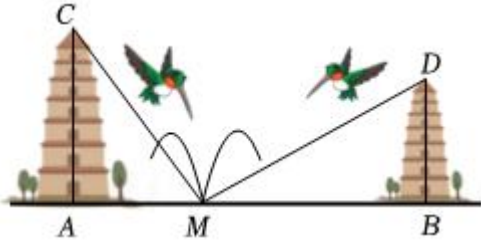
12. (4 分) 将抛物线 $y = x^2 + 4x$ 向上平移 2 个单位, 平移后的抛物线的顶点坐标是 _____.

13. (4 分) 抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 的对称轴是直线 $x = -4$, 如果点 $A(0, y_1)$ 、 $B(1, y_2)$ 在此抛物线上, 那么 y_1 _____ y_2 . (填 “>”、“=” 或 “<”)

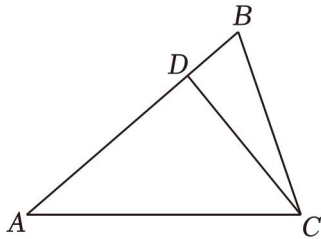
14. (4 分) 小明沿斜坡坡面向前进了 5 米, 垂直高度上升了 1 米, 那么这个斜坡的坡比是 _____.

15. (4 分) 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$), 如果 $x_1 < x_2 < 0$, $0 < y_1 < y_2$, 那么 k _____ 0. (填 “>” 或 “<”)

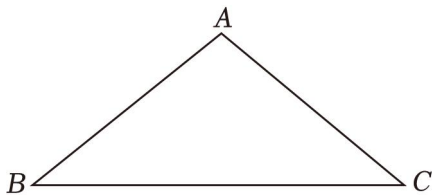
16. (4分) “二鸟饮泉”问题中记载: “两塔高分别为 30 步和 20 步. 两塔之间有喷泉, 两鸟从两塔顶同时出发, 以相同速度沿直线飞往喷泉中心, 同时抵达. 喷泉与两塔在同一平面内, 求两塔之间的距离.” 如图, 已知 $AC \perp AB$, $BD \perp AB$, M 是 AB 上一点, $CM = DM$, 在 C 处测得点 M 的俯角为 60° , $AC = 30$, $BD = 20$, 那么 AB = _____.



17. (4分) 新定义: 如果等腰三角形腰上的中线与腰的比值为黄金分割数 (黄金数), 那么称这个等腰三角形为 “精准三角形”. 如图, $\triangle ABC$ 是 “精准三角形”, $AB = AC = 2$, $CD \perp AB$, 垂足为点 D , 那么 BD 的长度为 _____.



18. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\tan C = \frac{3}{4}$, 点 D 为边 BC 上的点, 联结 AD , 将 $\triangle ABD$ 沿 AD 翻折, 点 B 落在平面内点 E 处, 边 AE 交边 BC 于点 F , 联结 CE , 如果 $AF = 3FE$, 那么 $\tan \angle BCE$ 的值为 _____.



三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

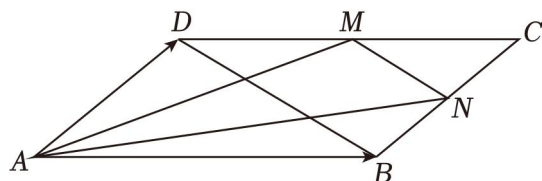
19. (10分) 计算: $\sin 30^\circ - \cot 60^\circ + 8\frac{1}{3} - \frac{1}{2-\sqrt{3}}$.

20. (10分) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 点 M , N 分别是边 DC 、 BC 的中点, 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$.

(1) $\overrightarrow{DB} =$ _____, $\overrightarrow{MN} =$ _____; (用含有向量 $\vec{a}$ 、

$\vec{b}$ 的式子表示)

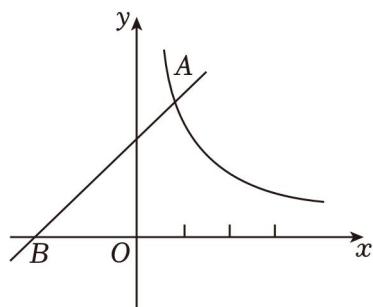
(2) 在图中画出 $\vec{AN}$ 在向量 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 方向上的分向量. (不要求写作法, 但要保留作图痕迹, 并写明结论)



21. (10分) 如图, 在坐标平面 xOy 中, 一次函数 $y = x + 2$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象交于点 $A(a, 3)$, 与 x 轴交于点 B .

(1) 求这个反比例函数的解析式;

(2) 过点 A 作 $AC \perp x$ 轴, 垂足为点 C , 将一次函数图象向右平移, 且经过点 C , 求平移后的一次函数的解析式.

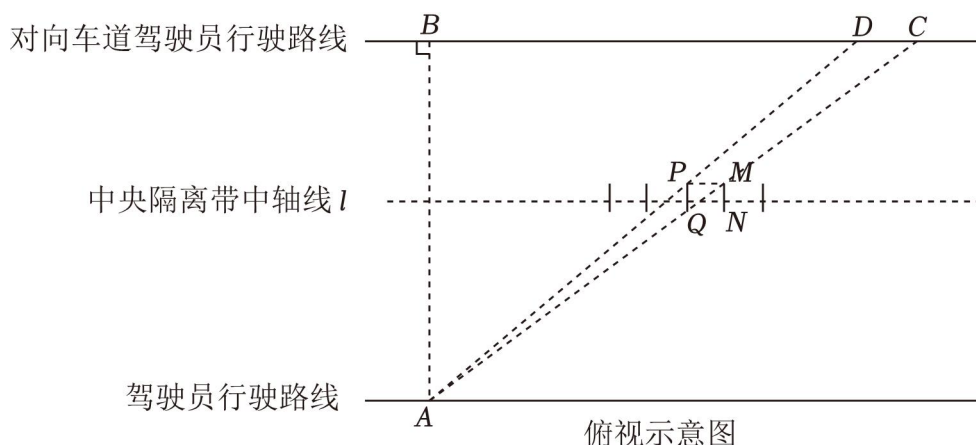


22. (10分) 诱发高速公路夜间行车安全事故的一个重要原因是眩光现象. 夜间会车时, 对向车辆车灯的强光射向驾驶员, 存在安全隐患. 目前主要措施是设置防眩装置遮挡车辆灯光, 避免强光射向对向车道的驾驶员.

如图所示, 一条东西方向的双向笔直道路, 中央隔离带中轴线 l 垂直平分每块遮光板, 遮光板宽度是 0.2 米, 即 $PQ = MN = 0.2$ 米. 一辆摩托车自西向东行驶, 车灯位于点 A 时, 车灯发出的光线 AC 经过相邻 2 个遮光板外侧的点 Q 和点 M , 光线 AD 经过遮光板外侧的点 P , 点 D 和点 C 在对向车道驾驶员行驶路线上. $AB \perp DC$ 于点 B , 两侧驾驶员行驶路线之间的距离 $AB = 4$ 米, 光线和行驶路线的夹角 $\angle BDA = 11.4^\circ$, 点 A, B, C, D, P, Q, M, N 在同一平面内. (参考数据: $\tan 11.4^\circ \approx \frac{1}{5}$)

(1) BD 的长度是多少米?

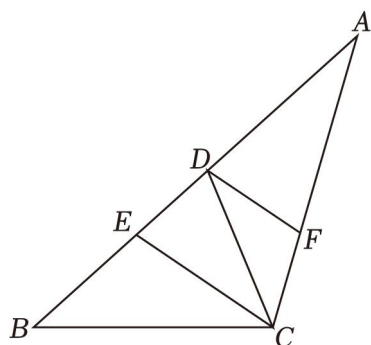
(2) 相邻遮光板的距离 PM 是多少米?



23. (12分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 在边 AB 上, $AC^2 = AD \cdot AB$, $AC = AE$, 过点 D 作 $DF \parallel CE$ 交边 AC 于点 F .

(1) 求证: $\triangle ACD \sim \triangle ABC$;

(2) 求证: $AE \cdot EB = AB \cdot FC$.

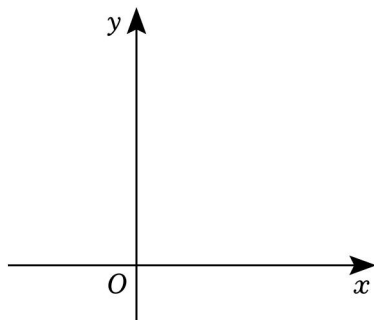


24. (12分)

如果两个二次函数图象的形状相同, 开口方向相同, 那么它们的二次项系数相等;
如果两个二次函数图象的形状相同, 开口方向相反, 那么它们的二次项系数是互为相反数.

已知, 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 A 的坐标为 $(8, 0)$, 点 B 的坐标为 $(0, 6)$. 抛物线 $C_1: y = -ax^2 + 2x$ 上有一点 P , 以点 P 为顶点的抛物线 C_2 经过点 B (点 P 与点 B 不重合), 抛物线 C_1 和 C_2 形状相同, 开口方向相反.

- (1) 当抛物线 C_1 经过点 A 时, 求抛物线 C_1 的表达式;
- (2) 求抛物线 C_2 的对称轴;
- (3) 当 $a < 0$ 时, 设抛物线 C_1 的顶点为 Q , 抛物线 C_2 的对称轴与 x 轴的交点为 F , 联结 PQ 、 QO 、 FQ , 求证: QO 平分 $\angle PQF$.



25. (14 分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, 以 AC , BC 为边在 $\triangle ABC$ 外部作等边三角形 ACE 和等边三角形 BCF , 且联结 EF .

(1) 如图 1, 联结 AF , EB , 求证: $\triangle ECB \cong \triangle ACF$;

(2) 如图 2, 延长 AC 交线段 EF 于点 M .

①当点 M 为线段 EF 中点时, 求 $\frac{AC}{BC}$ 的值;

②请用直尺和圆规在直线 AB 上方作等边三角形 ABD (不要求写作法, 保留作图痕迹, 并写明结论), 当点 M 在 $\triangle ABD$ 的内部时, 求 $\frac{AC}{BC}$ 的取值范围.

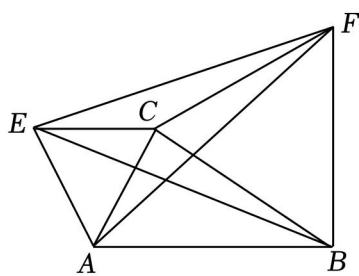


图1

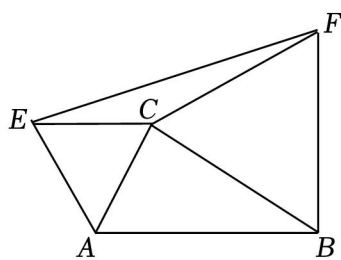
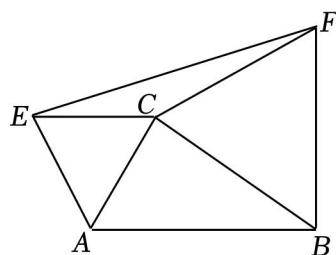


图2



备用图