

2023 学年第一学期初三数学教学质量调研试卷

(考试时间: 100 分钟 满分: 150 分)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本调研卷上答题一律无效
2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸相应位置上写出证明或计算的主要步骤

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分) 【每小题只有一个正确选项, 在答题纸相应题号的选项上用 2B 铅笔正确填涂】

1. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 如果 $\angle A = \alpha$, $BC = a$, 那么 AC 等于 ()

- A. $a \cdot \tan \alpha$ B. $a \cdot \cot \alpha$ C. $\frac{a}{\sin \alpha}$ D. $\frac{a}{\cos \alpha}$

2. 下列关于抛物线 $y = 2x^2 + x - 3$ 的描述正确的是 ()

- A. 该抛物线是上升的 B. 该抛物线是下降的
C. 在对称轴的左侧该抛物线是上升的 D. 在对称轴的右侧该抛物线是上升的

3. 已知点 C 在线段 AB 上, 且满足 $AC^2 = BC \cdot AB$, 那么下列式子成立的是 ()

- A. $\frac{AC}{BC} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ B. $\frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ C. $\frac{BC}{AB} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ D. $\frac{BC}{AC} = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$

4. 已知 $\vec{a}$ 为非零向量, 且 $\vec{b} = -3\vec{a}$, 那么下列说法错误的是 ()

- A. $\vec{a} = -\frac{1}{3}\vec{b}$ B. $|\vec{b}| = 3|\vec{a}|$ C. $b + 3a = 0$ D. $\vec{b} \parallel \vec{a}$

5. 如果点 D 、 E 分别在 $\triangle ABC$ 的两边 AB 、 AC 上, 下列条件中可以推出 $DE \parallel BC$ 的是 ()

- A. $\frac{AD}{BD} = \frac{2}{3}$, $\frac{CE}{AE} = \frac{2}{3}$ B. $\frac{AD}{AB} = \frac{2}{3}$, $\frac{DE}{BC} = \frac{2}{3}$
C. $\frac{AB}{AD} = \frac{3}{2}$, $\frac{EC}{AE} = \frac{1}{2}$ D. $\frac{AB}{AD} = \frac{4}{3}$, $\frac{AE}{EC} = \frac{4}{3}$

6. 已知在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 中, 点 D 、 D' 分别在边 BC 、 $B'C'$ 上, (点 D 不与点 B 、 C 重合, 点 D' 不与点 B' 、 C' 重合). 如果 $\triangle ADC$ 与 $\triangle A'D'C'$ 相似, 点 A 、 D 分别对应点 A' 、 D' , 那么添加下列条件可以证明 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 相似的是 ()

① AD 、 $A'D'$ 分别是 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 的角平分线;

② AD 、 $A'D'$ 分别是 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 的中线;

③ AD 、 $A'D'$ 分别是 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 的高.

A. ①②

B. ②③

C. ①③

D. ①②③

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分) 【在答题纸相应题号后的空格内直接填写答案】

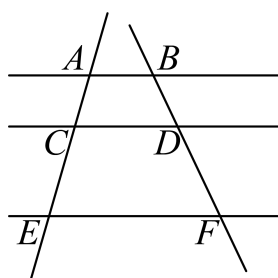
7. 如果 $5x = 3y$ (x, y 均不为零), 那么 $x:(x+y)$ 的值是_____.

8. 式子 $2\cos 30^\circ - \tan 45^\circ$ 的值是_____.

9. 已知线段 $a=3\text{cm}$, $b=4\text{cm}$, 那么线段 a 、 b 的比例中项等于_____ cm .

10. 若两个相似三角形的周长比为 $2:3$, 则它们的面积比是_____.

11. 如图, $AB \parallel CD \parallel EF$, 如果 $AC:CE = 2:3$, $BF = 10$, 那么线段 DF 的长是_____.



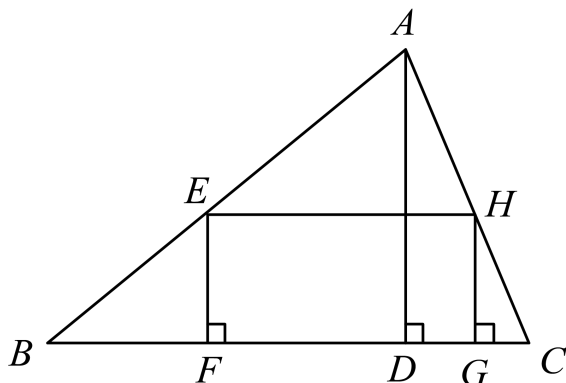
12. 二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 图像上部分点的坐标满足下表: 那么 $f(-5) =$ _____.

x	...	-3	-2	-1	0	1	...
$f(x)$	...	-3	-2	-3	-6	-11	...

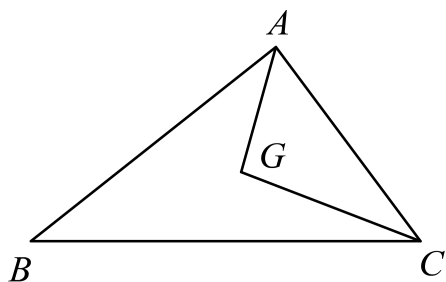
13. 已知向量 $\vec{a}$ 与单位向量 $\vec{e}$ 方向相反, 且 $|\vec{a}| = 3$, 那么 $\vec{a} =$ _____ (用向量 $\vec{e}$ 的式子表示)

14. 已知一条斜坡的长度为 13 米, 高度为 5 米, 那么该斜坡的坡度为_____.

15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 是 BC 上的高, 且 $BC = 5$, $AD = 3$, 矩形 $EFGH$ 的顶点 F 、 G 在边 BC 上, 顶点 E 、 H 分别在边 AB 和 AC 上, 如果 $EH = 2EF$, 那么 $EH =$ _____.

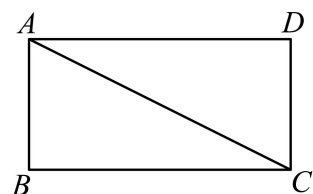


16. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, 点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, 联结 GA 、 GC , 如果 $AC = 3$, $AG = \frac{5}{3}$, 那么 $\angle GCA$ 的余切值为_____.



17. 我们把顶角互补的两个等腰三角形叫做友好三角形. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 10$, 点 D 、 E 都在边 BC 上, $AD = AE = 5$, 如果 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 是友好三角形, 那么 BC 的长为_____.

18. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AD = 8$, $AB = 4$, AC 是对角线, 点 P 在边 BC 上, 联结 DP , 将 $\triangle DPC$ 沿着直线 DP 翻折, 点 C 的对应点 Q 恰好落在 $\triangle ADC$ 内, 那么线段 BP 的取值范围是_____.



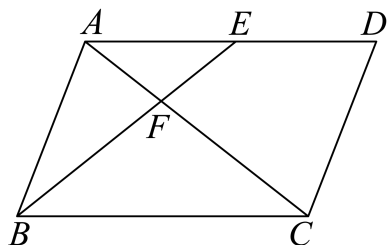
三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分) 【将下列各题的解答过程, 做在答题纸的相应位置上】

19. 已知抛物线 $y = 2x^2 + 4x + 1$.

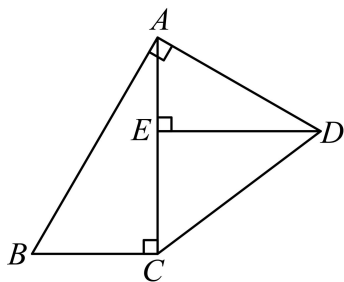
(1) 用配方法把 $y = 2x^2 + 4x + 1$ 化为 $y = a(x + m)^2 + k$ 的形式, 并写出该抛物线的开口方向、对称轴和顶点坐标;

(2) 如果将该抛物线上下平移, 得到新的抛物线经过点 $(1, 4)$, 求平移后的抛物线的顶点坐标.

20. 在平行四边形 $ABCD$ 中, 点 E 是 AD 的中点, BE 、 AC 相交于点 F .



- (1) 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, 试用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{EF}$;
- (2) 先化简, 再求作: $(2\vec{a} + \vec{b}) - \frac{3}{2}(2\vec{a} + \vec{b})$ (直接作在图中).
21. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle BAD = 90^\circ$, $AC \perp BC$, $DE \perp AC$, 垂足为点 E , $AC = 4$, $DE = 3$.



(1) 求 $AD:AB$ 的值;

(2) BD 交 AC 于点 F , 如果 $\tan \angle BAC = \frac{1}{2}$, 求 CF 的长.

22. 小明为测量河对岸大楼的高度, 利用量角器和铅锤自制了一个简易测角仪, 如图 1 所示.

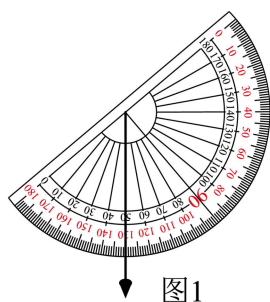


图1

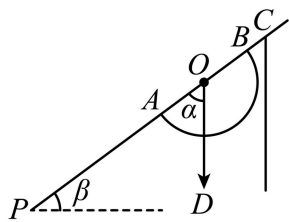


图2

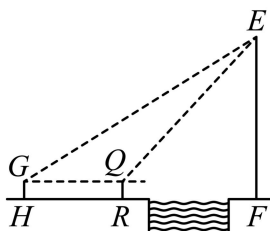


图3

测量方法: 如图 2, 人眼在 P 点观察所测物体最高点 C , 量角器零刻度线上 A, B 两点均在视线 PC 上, 将铅锤悬挂在量角器的中心点 O . 当铅锤静止时, 测得视线 PC 与铅垂线 OD 所夹的角为 α , 且此时的仰角为 β .

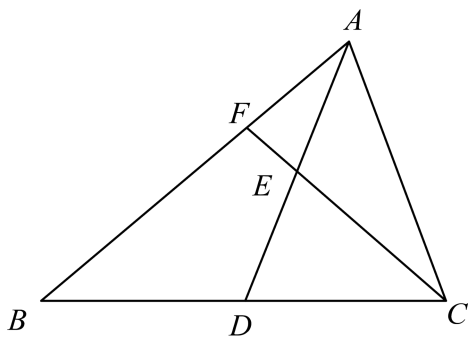
实践操作: 如图 3, 小明利用上述工具测量河对岸垂直于水平地面的大楼 EF 的高度. 他先站在水平地面的点 H 处, 视线为 GE , 此时测角仪上视线与铅垂线的夹角为 60° ; 然后他向前走 10 米靠近大楼站在水平地面的点 R 处, 视线为 QE , 此时测角仪上视线与铅垂线的夹角为 45° .

问题解决:

(1) 请用含 α 的代数式表示仰角 β ;

(2) 如果 GH, QR, EF 在同一平面内, 小明的眼睛到水平地面的距离为 1.6 米, 求大楼 EF 的高度. (结果保留根号)

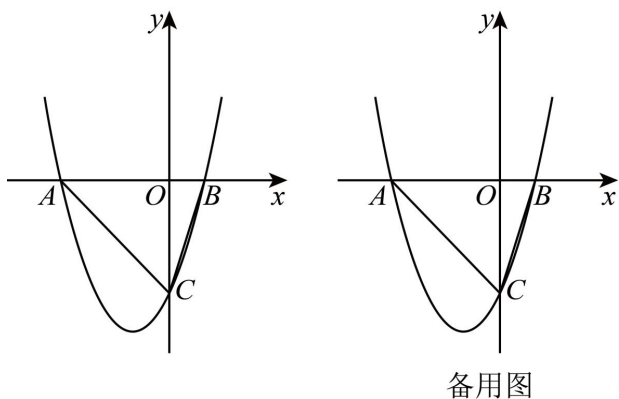
23. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D, E 分别是 BC, AD 的中点, 且 $AD = AC$, 连接 CE 并延长交 AB 于点 F .



(1) 证明: $\triangle ABC \sim \triangle ECD$;

(2) 证明: $BF = 4EF$.

24. 已知抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于 A, B 两点 (点 A 在点 B 的左侧), 与 y 轴交于点 C , 直线 $y = -x - 6$ 经过点 A 与点 C .



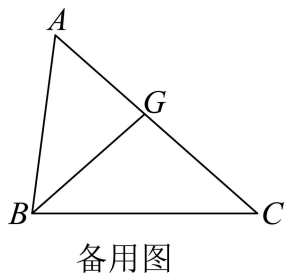
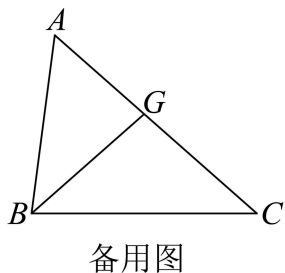
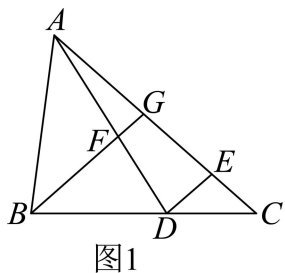
(1) 求抛物线的表达式;

(2) 点 P 在线段 AC 下方的抛物线上, 过点 P 作 BC 的平行线交线段 AC 于点 D , 交 y 轴于点 E .

①如果 C, F 两点关于抛物线的对称轴对称, 联结 DF , 当 $DF \perp CF$ 时, 求 $\angle PDF$ 的正切值;

②如果 $PD : DE = 3 : 5$, 求点 P 的坐标.

25. 已知 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 2\angle C$, BG 平分 $\angle ABC$, $AB = 8$, $AG = \frac{16}{3}$, 点 D, E 分别是边 BC, AC 上的点 (点 D 不与点 B, C 重合), 且 $\angle ADE = \angle ABC$, AD, BG 相交于点 F .



(1) 求 BC 的长;

(2) 如图 1, 如果 $BF = 2CE$, 求 $BF : GF$ 的值;

(3) 如果 $\triangle ADE$ 是以 AD 为腰的等腰三角形，求 BD 长.