

2023 学年第一学期期末学情诊断

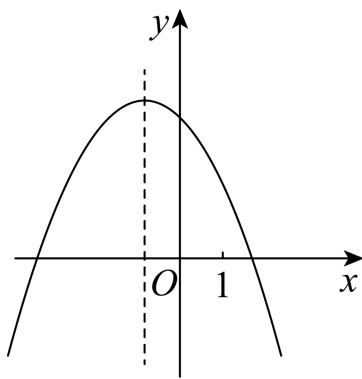
初三数学试卷

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题;
2. 务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效;
3. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

1. 将抛物线 $y = 2x^2$ 向左平移 1 个单位后得到的抛物线表达式是 ()
A. $y = 2x^2 - 1$ B. $y = 2x^2 + 1$ C. $y = 2(x+1)^2$ D. $y = 2(x-1)^2$
2. 已知点 E 是平行四边形 $ABCD$ 的边 AD 上一点, 连接 CE 和 BD 相交于点 F , 如果 $AE:ED = 1:2$, 那么 $DF:FB$ 为 ()
A. 1:2 B. 1:3 C. 2:3 D. 2:5
3. 在直角坐标平面的第一象限内有一点 $A(a, b)$, 如果射线 OA 与 x 轴正半轴的夹角为 α , 那么下列各式正确的是 ()
A. $b = a \cdot \tan \alpha$ B. $b = a \cdot \cot \alpha$
C. $b = a \cdot \sin \alpha$ D. $b = a \cdot \cos \alpha$
4. 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 图像如图所示, 下列判断中不正确的是 ()



- A. $a < 0$ B. $b < 0$ C. $c > 0$ D. $a + b + c < 0$
5. 将一张矩形纸片沿较长边的中点对折, 如果得到的两个矩形都和原来的矩形相似, 那么原来矩形较长边和较短边的比是 ()

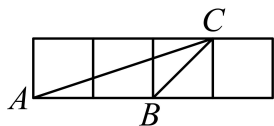
A. 2:1

B. $\sqrt{2}:1$

C. 3:1

D. $\sqrt{3}:1$

6. 如图在 4×1 的方格中，每一个小正方形的顶点叫做格点，以其中三个格点为顶点的三角形称为格点三角形， $\triangle ABC$ 就是一个格点三角形，现从 $\triangle ABC$ 的三个顶点中选取两个格点，再从余下的格点中选取一个格点联结成格点三角形，其中与 $\triangle ABC$ 相似的有()



A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)

7. 如果 $\frac{a}{5} = \frac{b}{3}$ ($b \neq 0$)，那么 $\frac{a-b}{b} =$ _____.

8. 化简： $2(-\vec{a} + 3\vec{b}) - 6\vec{b} =$ _____.

9. 已知两个相似三角形的相似比为 2:3，那么这两个三角形的周长比为_____.

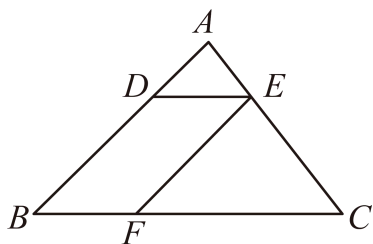
10. 已知点 P 是线段 AB 的黄金分割点 ($AP > BP$)，如果 $AB = 2$ ，那么 $AP =$ _____.

11. 抛物线 $y = \frac{2}{3}x^2 - 3$ 的顶点坐标是_____.

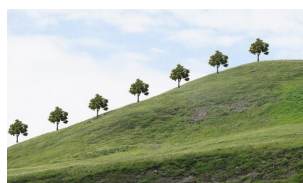
12. 如果点 $A(2, a)$ 、 $B(3, b)$ 在二次函数 $y = x^2 - 3x$ 的图像上，那么 a _____ b 填 “>” “<” 或 “=”)

13. 如果 α 是直角三角形的一个锐角， $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ ，那么 $\tan \alpha =$ _____.

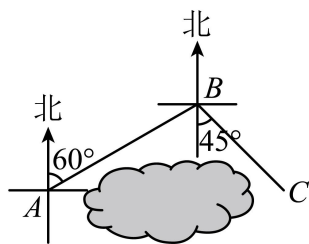
14. 如图，已知 D 、 E 、 F 分别是 $\triangle ABC$ 的边 AB 、 AC 、 BC 上的点， $DE \parallel BC$ ， $EF \parallel AB$ ， $\triangle ADE$ 、 $\triangle EFC$ 的面积分别为 1、4，四边形 $BFED$ 的面积为_____.



15. 如图，在山坡上种树，要求株距（相邻两树间的水平距离）是 4 米，斜坡的坡度 $i = 1:2$ ，那么相邻两树间的坡面距离为_____米.



16. 如图，为了避开岛礁区，一艘船从 A 处向北偏东 60° 的方向行驶 8 海里到 B 处，再从 B 处向南偏东 45° 方向行驶到发点 A 正东方向上的 C 处，此时这艘船距离出发点 A 处_____海里.



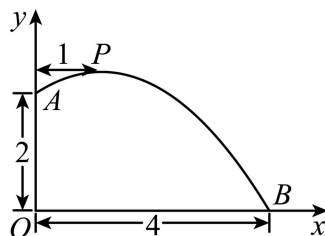
17. 把矩形 $ABCD$ 绕点 C 顺时针旋转 90° 得到矩形 $A'B'CD'$ ，其中点 A 对应点 A' 在 BD 的延长线上，如果 $AB = 1$ ，那么 $BC =$ _____.

18. 在 $\triangle ABC$ 中， $AC = 6$ ， P 是 AB 上的一点， Q 为 AC 上一点，直线 PQ 把 $\triangle ABC$ 分成面积相等的两部分，且 $\triangle APQ$ 和 $\triangle ABC$ 相似，如果这样的直线 PQ 有两条，那么边 AB 长度的取值范围是_____.

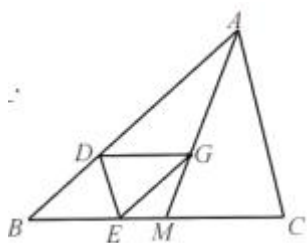
三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. 计算： $\frac{\sin^2 45^\circ - 1}{\tan 45^\circ} + \cot 60^\circ \cdot \cos 30^\circ$.

20. 某学校有一喷水池，如果以喷水口（点 A ）所在的铅垂线为 y 轴，相应的地面水平线为 x 轴，1 米为单位长度建立直角坐标系 xOy ，喷出的抛物线形水柱在最高处（点 P ）距离 y 轴 1 米，水柱落地处（点 B ）距离 y 轴 4 米，喷水口距离地面为 2 米，求抛物线形水柱的最高处距离地面的高度.

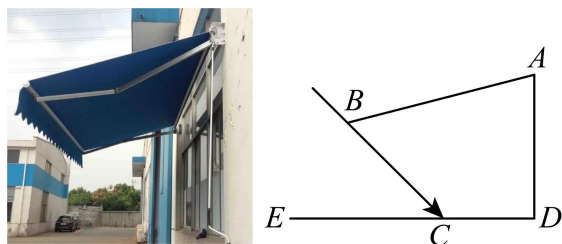


21. 已知：如图， AM 是 $\triangle ABC$ 的中线，点 G 是重心，点 D 、 E 分别在边 AB 和 BC 上，四边形 $BEGD$ 是平行四边形.

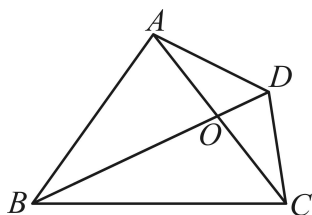


- (1) 求证： $DE \parallel AC$ ；
- (2) 设 $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ ，用向量 $\vec{a}$ ， $\vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{DE} =$ _____.
22. 随着人民生活水平的日益提高，许多农村的房屋普遍进行了改造，小明家改造时在门前安装了一个遮阳

棚, 如图, 在侧面示意图中, 遮阳篷 AB 长为 4 米, 与墙面 AD 的夹角 $\angle BAD = 75.5^\circ$, 靠墙端 A 离地高 AD 为 3 米, 当太阳光线 BC 与地面 DE 的夹角为 45° 时, 求阴影 CD 的长. (结果精确到 0.1 米; 参考数据: $\sin 75.5^\circ \approx 0.97$, $\cos 75.5^\circ \approx 0.25$, $\tan 75.5^\circ \approx 3.87$)



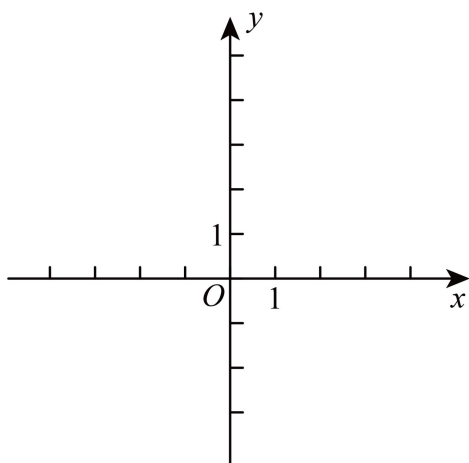
23. 已知: 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 和 BD 相交于点 O , $\angle BAC = \angle BDC$.



(1) 求证: $\triangle AOD \sim \triangle BOC$;

(2) 过点 A 作 $AE \parallel CD$, AE 交 BD 于点 E . 求证: $AB \cdot AD = AE \cdot BC$.

24. 已知: 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 过点 $A(-1, 0)$ 、 $B(3, 0)$ 、 $C(0, -3)$.

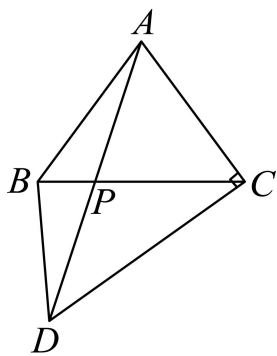


(1) 求抛物线的表达式和顶点 P 的坐标;

(2) 点 D 在抛物线对称轴上, $\angle PAD = 90^\circ$, 求点 D 的坐标;

(3) 抛物线的对称轴和 x 轴相交于点 M , 把抛物线平移, 得到新抛物线的顶点为点 Q , $QB = QM$, QO 的延长线交原抛物线为 E , $QO = OE$, 求新抛物线的表达式.

25. 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle CAD = \angle ABC$, $DC \perp AC$, AD 与边 BC 相交于点 P .



- (1) 求证: $AB^2 = \frac{1}{2} AD \cdot BC$;
- (2) 如果 $\sin \angle ABC = \frac{4}{5}$, 求 $BP:PC$ 的值;
- (3) 如果 $\triangle BCD$ 是直角三角形, 求 $\angle ABC$ 的正切值.