

初三数学期末练习卷

考生注意:

1. 本试卷共 25 题, 试卷满分 150 分, 建议考试时间 100 分钟.
2. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效.
3. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 下列函数中，是二次函数的是（ ）
- A. $y = 2x + 1$ B. $y = x^2 + 1$
- C. $y = (x - 1)^2 - x^2$ D. $y = \frac{1}{x^2}$
2. 已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 3$ ， $BC = 4$ ，那么下列等式正确的是（ ）
- A. $\sin A = \frac{3}{5}$ B. $\cos A = \frac{3}{4}$ C. $\tan A = \frac{3}{5}$ D. $\cot A = \frac{3}{4}$
3. 已知 $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 3$ ，而且 $\vec{b}$ 和 $\vec{a}$ 的方向相反，那么下列结论中正确的是（ ）
- A. $\vec{a} = 3\vec{b}$ B. $\vec{a} = -3\vec{b}$ C. $\vec{b} = 3\vec{a}$ D. $\vec{b} = -3\vec{a}$
4. 如果两个相似三角形的周长比为 $1:4$ ，那么它们的对应角平分线的比为（ ）
- A. $1:4$ B. $1:2$ C. $1:16$ D. $1:\sqrt{2}$
5. 下列关于二次函数 $y = -x^2 + 3$ 的图像与性质的描述，正确的是（ ）
- A. 该函数图像经过原点 B. 该函数图像在对称轴右侧部分是上升的
- C. 该函数图像的开口向下 D. 该函数图像可由函数 $y = x^2$ 的图像平移得到
6. 下列命题中，说法正确的是（ ）
- A. 如果一个直角三角形中有两边之比为 $1:2$ ，那么所有这样的直角三角形一定相似
- B. 如果一个等腰三角形中有两边之比为 $1:2$ ，那么所有这样的等腰三角形一定相似
- C. 如果一个直角三角形中有两个内角的度数之比为 $1:2$ ，那么所有这样的直角三角形一定相似
- D. 如果一个等腰三角形中有两个内角的度数之比为 $1:2$ ，那么所有这样的等腰三角形一定相似

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)

【请将结果直接填入答题纸的相应位置】

7. 已知 $\frac{x}{y} = \frac{3}{4}$ ，则 $\frac{x+y}{y} =$ _____.

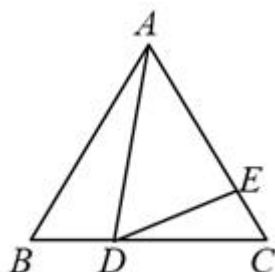
8. 计算： $4\vec{a} - 3(\vec{a} + \vec{b}) =$ _____.

9. 已知线段 $AB = 2$ ， P 是线段 AB 的黄金分割点， $AP > PB$ ，那么线段 AP 的长度等于 _____.

10. 如果点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心， $AG = 6$ ，那么 BC 边上的中线长为 _____.

11. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $BC = 6$ ， $\sin A = \frac{3}{4}$ ，则 $AB =$ _____.

12. 如图， $\triangle ABC$ 是边长为 3 的等边三角形， D, E 分别是边 BC, AC 上的点， $\angle ADE = 60^\circ$ ，如果 $BD = 1$ ，那么 $CE =$ _____.

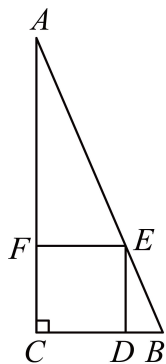


13. 小明沿着坡度 $i = 1:2.4$ 的斜坡向上行走了 130 米，那么他距离地面的垂直高度升高了 _____ 米.

14. 在一个边长为 3 的正方形中挖去一个边长为 x ($0 < x < 3$) 的小正方形，如果设剩余部分的面积为 y ，那么 y 关于 x 的函数解析式是 _____.

15. 已知点 $A(-2, m)$ 、 $B(-3, n)$ 都在二次函数 $y = (x-1)^2$ 的图象上，那么 m, n 的大小关系是： m _____ n (填 “ $>$ ” “ $=$ ” 或 “ $<$ ”).

16. 如图，正方形 $CDEF$ 的边 CD 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的直角边 BC 上，顶点 E, F 分别在边 AB, AC 上. 已知两条直角边 BC, AC 的长分别为 5 和 12，那么正方形 $CDEF$ 的边长为 _____.



17. 平行于梯形两底的直线截梯形的两腰，当两交点之间的线段长度是两底的比例中项时，我们称这条线段

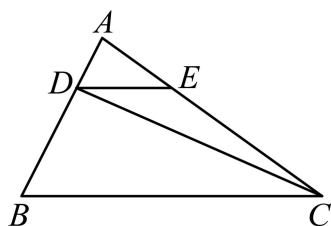
是梯形的“比例中线”. 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AD=4$, $BC=9$, 点 E 、 F 分别在边 AB 、 CD 上, 且 EF 是梯形 $ABCD$ 的“比例中线”, 那么 $\frac{DF}{FC} = \underline{\hspace{2cm}}$.

18. 在菱形 $ABCD$ 中, 点 E 为边 BC 的中点. 联结 AE , 将 $\triangle ABE$ 沿着 AE 所在的直线翻折得到 $\triangle AFE$, 点 B 落在点 F 处, 延长 AF 交边 CD 于点 G . 如果 EF 的延长线恰好经过点 D , 那么 $\frac{AF}{AG}$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. 计算: $\cot 30^\circ + \frac{2 \cos 30^\circ + \tan 45^\circ}{2 \sin 30^\circ} - \cos^2 45^\circ$.

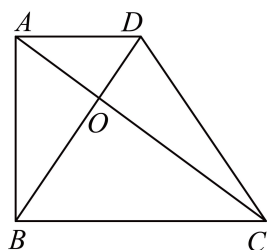
20. 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上, 且 $AD=2$, $DB=4$, $AE=3$, $EC=6$.



(1) 求 $\frac{DE}{BC}$ 的值;

(2) 连接 DC , 如果 $\overrightarrow{DE} = \vec{a}$, $\overrightarrow{DA} = \vec{b}$, 试用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{CD}$.

21. 如图, 已知在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle ABC = 90^\circ$, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , $AD=2$, $AB=3$, $BC=4$.



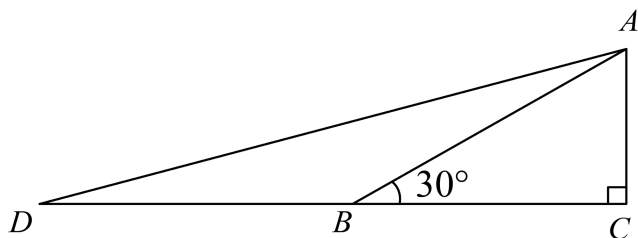
(1) 求 $\triangle BOC$ 的面积;

(2) 求 $\angle ACD$ 的正弦值.

22. 上海教育出版社九年级第一学期《练习部分》第 48 页复习题 B 组第 2 题及参考答案.

2. 如图, 图中提供了一种求 $\tan 15^\circ$ 的方法, 阅读并填空:

先作 $\text{Rt} \triangle ABC$, 其中 $\angle C = 90^\circ$, $\angle ABC = 30^\circ$; 然后延长 CB 到点 D , 使 $BD = AB$, 连接 AD .



2. 如图，图中提供了一种求 $\tan 15^\circ$ 的方法，阅读并填空：先作 $\text{Rt}\triangle ABC$ ，其中 $\angle C=90^\circ$ ， $\angle ABC=30^\circ$ ；然后延长 CB 到点 D ，使 $BD=AB$ ，连接 AD 。(1) $\angle D=15^\circ$ 。(2) 设 $AC=t$ ，那么 $BC=3t$ (用 t 的代数式表示，以下同)， $BD=2t$ ，(3) $\tan 15^\circ=2-3$ 。

2. 如图，图中提供了一种求 $\tan 15^\circ$ 的方法，阅读并填空：先作 $\text{Rt}\triangle ABC$ ，其中 $\angle C=90^\circ$ ， $\angle ABC=30^\circ$ ；然后延长 CB 到点 D ，使 $BD=AB$ ，连接 AD 。(1) $\angle D=15^\circ$ 。(2) 设 $AC=t$ ，那么 $BC=3t$ (用 t 的代数式表示，以下同)， $BD=2t$ ，(3) $\tan 15^\circ=2-3$ 。

(1) $\angle D = 15^\circ$.

(2) 设 $AC = t$ ，那么 $BC = \sqrt{3}t$ (用 t 的代数式表示，以下同)， $BD = 2t$ ，

(3) $\tan 15^\circ = 2 - \sqrt{3}$.

某数学兴趣小组在完成了以上解答后，决定对该问题进一步探究：

【问题探究】

如图 1，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle ABC=45^\circ$ ；

然后延长 CB 到点 D ，使 $BD = AB$ ，连接 AD .

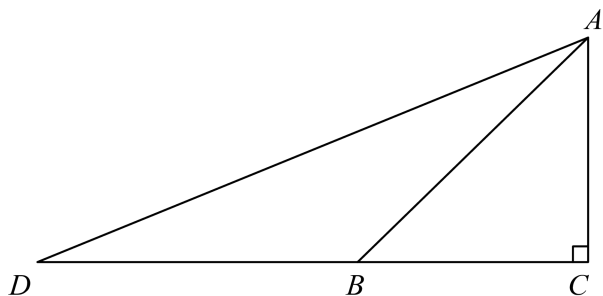


图1

(1) $\angle D = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$.

(2) 设 $AC = BC = t$ ，那么 $AB = \sqrt{2}t$ (用 t 的代数式表示，以下同)， $BD = \underline{\hspace{2cm}}$.

(3) $\tan 22.5^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$.

【知识迁移】

如图 2，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\tan \angle ABC = \frac{2}{3}$. 然后延长 CB 到点 D ，使 $BD = AB$ ，连接 AD .

请用习题中求 $\tan 15^\circ$ 的方法求 $\tan \frac{1}{2} \angle ABC$.

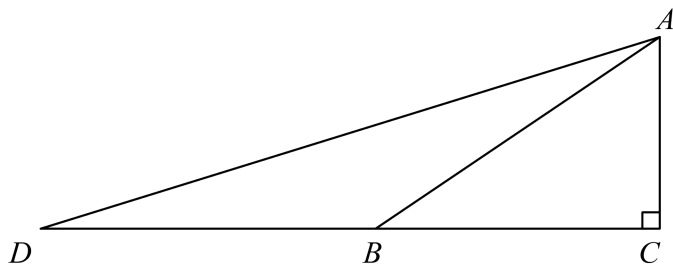


图2

【拓展应用】

如图 3, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 18$, $BC = 25$, 点 D 、 E 分别在边 AC 、 BC 上, 且 $DC = 5$, $EC = 12$, 连接 AE 、 BD 交于点 P . 求证: $\tan \angle BPE = 1$.

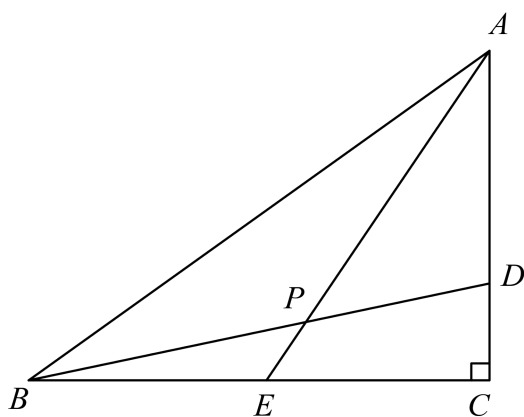
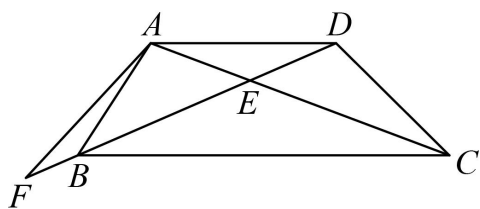


图3

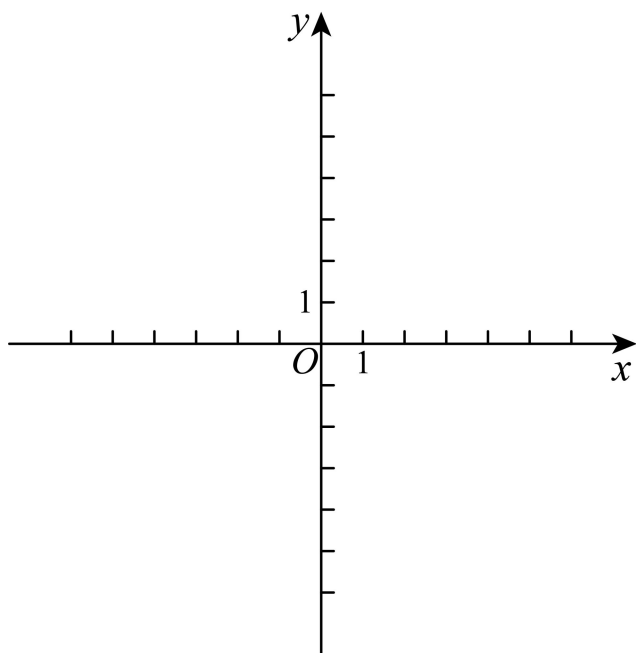
23. 已知: 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 对角线 AC 、 BD 相交于点 E , 且 $\angle DEC = \angle DCB$.



(1) 求证: $\frac{AD}{CE} = \frac{AC}{CB}$;

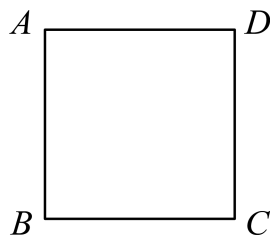
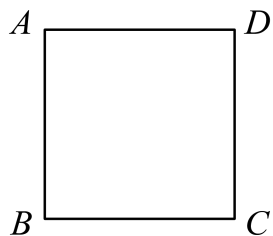
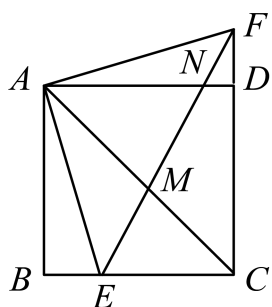
(2) 点 F 在 DB 的延长线上, 联结 AF , $AF^2 = AE \cdot AC$. 求证: $EC \cdot AF = BC \cdot AE$.

24. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $M: y = -x^2 + bx + c$ 过点 $A(2, 2)$ 、点 $B(0, 2)$, 顶点为点 C , 抛物线 M 的对称轴交 x 轴于点 D .



- (1) 求抛物线 M 的表达式和点 C 的坐标;
- (2) 点 P 在 x 轴上, 当 $\triangle AOP$ 与 $\triangle ACD$ 相似时, 求点 P 坐标;
- (3) 将抛物线 M 向下平移 $t(t > 0)$ 个单位, 得到抛物线 N , 抛物线 N 的顶点为点 E , 再把点 C 绕点 E 顺时针旋转 135° 得到点 F . 当点 F 在抛物线 N 上时, 求 t 的值.

25. 如图, 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 6, 点 E 是射线 BC 上一点(点 E 不与点 B 、 C 重合), 过点 A 作 $AF \perp AE$, 交边 CD 的延长线于点 F , 直线 EF 分别交射线 AC 、射线 AD 于点 M 、 N .



备用图

备用图

- (1) 当点 E 在边 BC 上时, 如果 $\frac{ND}{AN} = \frac{1}{5}$, 求 $\angle BAE$ 的余切值;
- (2) 当点 E 在边 BC 延长线上时, 设线段 $BE = x$, $y = EN \cdot MF$, 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出函数定义域;
- (3) 当 $CE = 3$ 时, 求 $\triangle EMC$ 的面积.