

2023 学年第一学期期末学业质量调研

九年级数学

(满分 150 分, 完卷时间 100 分钟)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题, 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效.
2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 如果两个相似三角形的周长之比为 $1:4$, 那么它们对应边之比为 ()
A. $1:2$ B. $1:4$ C. $1:8$ D. $1:16$
2. 在直角坐标平面内有一点 $A(5,12)$, 点 A 与原点 O 的连线与 x 轴正半轴的夹角为 θ , 那么 $\tan\theta$ 的值为 ()
A. $\frac{5}{13}$ B. $\frac{12}{13}$ C. $\frac{5}{12}$ D. $\frac{12}{5}$
3. 将抛物线 $y = -x^2$ 向左平移 3 个单位后, 得到的新抛物线的表达式为 ()
A. $y = -x^2 - 3$ B. $y = -x^2 + 3$ C. $y = -(x+3)^2$ D. $y = -(x-3)^2$
4. 已知非零向量 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, 下列条件中不一定能判定 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ 的是 ()
A. $|\vec{a}| = 2|\vec{b}|$ B. $\vec{a} = 2\vec{b}$ C. $\vec{a} \parallel \vec{c}, \vec{b} \parallel \vec{c}$ D. $\vec{a} = 2\vec{c}, \vec{b} \parallel \vec{c}$
5. 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上, 以下能推出 $DE \parallel BC$ 的条件是 ()
A. $\frac{AD}{DB} = \frac{3}{4}, \frac{CE}{AE} = \frac{3}{4}$ B. $\frac{AD}{AB} = \frac{3}{4}, \frac{DE}{BC} = \frac{3}{4}$
C. $\frac{AB}{AD} = \frac{4}{3}, \frac{EC}{AE} = \frac{1}{3}$ D. $\frac{AD}{AB} = \frac{3}{4}, \frac{CE}{AC} = \frac{3}{4}$
6. 在二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 中, 如果 $a < 0, b > 0, c < 0$, 那么它的图像一定不经过 ()
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

7. 已知 $\frac{a}{b} = \frac{4}{3}$, 那么 $\frac{a}{a+b}$ 的值为_____.

8. 计算: $\left(\frac{5}{2}\vec{a} + 2\vec{b}\right) - \left(\frac{3}{2}\vec{a} - \vec{b}\right) =$ _____.

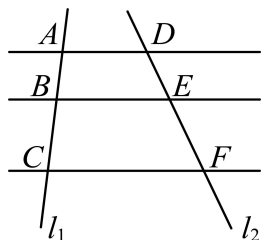
9. 已知点 P 是线段 AB 的黄金分割点, 且 $AP > BP$, 则 $AP:BP$ 的值=_____.

10. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 8$, $\sin B = 0.8$, 则 AB 的长为_____.

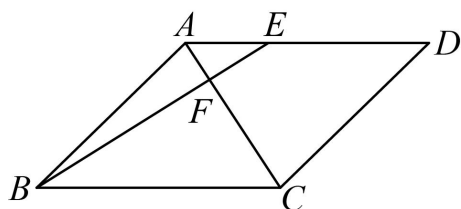
11. 如果抛物线 $y = (m-1)x^2 + m$ 经过原点, 那么该抛物线的开口方向_____.

12. 已知一条抛物线的对称轴是直线 $x = 1$, 且在对称轴右侧的部分是上升的, 那么该抛物线的表达式可以是_____. (只要写出一个符合条件的即可)

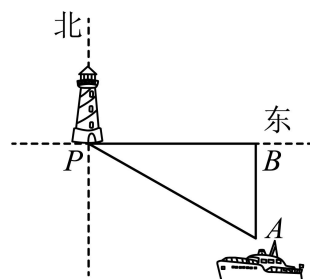
13. 如图, 已知 $AD \parallel BE \parallel CF$, 它们与直线 l_1 , l_2 依次交于点 A , B , C , 点 D , E , F , 如果 $\frac{EF}{DF} = \frac{3}{5}$, $AB = 10$, 那么线段 BC 的长是_____.



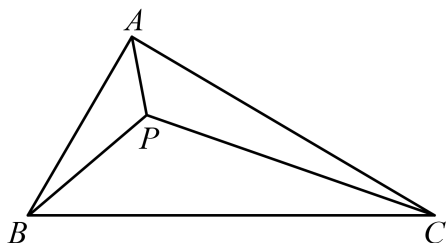
14. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 点 E 在边 AD 上, 联结 BE , 交对角线 AC 于点 F , 如果 $\frac{S_{\triangle AEF}}{S_{\triangle BFC}} = \frac{1}{9}$, $AD = 15$, 那么 $AE =$ _____.



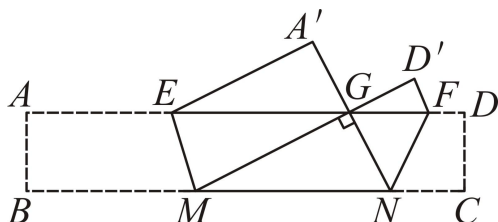
15. 如图, 一艘轮船位于灯塔 P 的南偏东 60° 方向, 距离灯塔 25 海里的 A 处, 它沿正北方向航行到达位于灯塔正东方向上的 B 处, 那么此时轮船与灯塔 P 的距离为_____海里.



16. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 60^\circ$, P 是 $\triangle ABC$ 内一点, 且 $\angle APB = \angle BPC = 120^\circ$, 如果 $AP = 3$, $BP = 4$, 那么 $CP =$ _____.



17. 如图，将矩形 $ABCD$ 沿 EM 、 FN 折叠，点 A 、 D 分别与 A' 、 D' 对应， B 、 C 两点对应点落在 AD 上的点 G 处，且 $GM \perp GN$ ，如果 $S_{\triangle A'EG} = 8$ ， $S_{\triangle D'GF} = 2$ ，那么 AB 的长为_____.

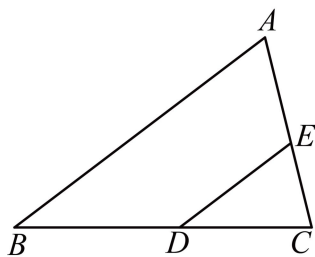


18. 定义： P 为 $\triangle ABC$ 内一点，连接 PA 、 PB 、 PC ，在 $\triangle PAB$ 、 $\triangle PBC$ 和 $\triangle PAC$ 中，如果存在一个三角形与 $\triangle ABC$ 相似，那么就称 P 为 $\triangle ABC$ 的自相似点，根据定义求解问题：已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， CD 是 AB 边上的中线，如果 $\triangle ABC$ 的重心 P 恰好是该三角形的自相似点，那么 $\angle PBD$ 的余切值为_____.

三、解答题（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. 计算： $\cos^2 45^\circ - \frac{\sin 60^\circ}{3 \tan 30^\circ} + \cot 30^\circ$.

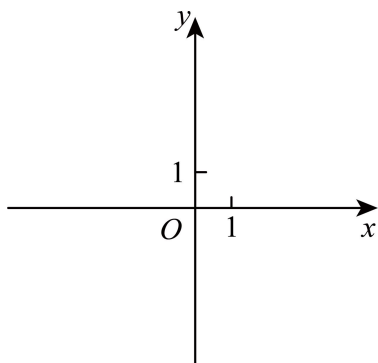
20. 如图，已知在 $\triangle ABC$ 中， $BC = 18$ ，点 D 在边 BC 上， $DE \parallel AB$ ， $9DE = 4AB$.



(1) 求 BD 的长；

(2) 连接 AD ，设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ ，试用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{AD}$.

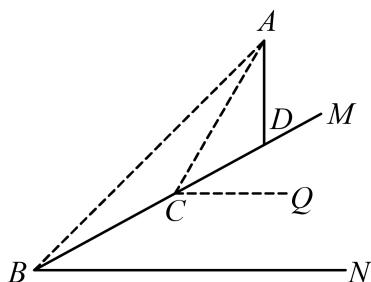
21. 已知二次函数 $y = 2x^2 + 4x - 6$



(1) 用配方法把二次函数 $y = 2x^2 + 4x - 6$ 化为 $y = a(x + m)^2 + k$ 的形式，并指出这个函数图像的对称轴和顶点坐标；

(2) 如果该函数图像与 x 轴负半轴交于点 A ，与 y 轴交于点 C ，顶点为 D ， O 为坐标原点，求四边形 $ADCO$ 的面积。

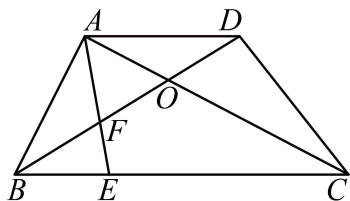
22. 如图，某校九年级兴趣小组在学习了解直角三角形知识后，开展了测量山坡上某棵大树高度的活动。已知小山的斜坡 BM 的坡度 $i = 1 : \sqrt{3}$ ，在坡面 D 处有一棵树 AD （假设树 AD 垂直水平线 BN ），在坡底 B 处测得树梢 A 的仰角为 45° ，沿坡面 BM 方向前行 30 米到达 C 处，测得树梢 A 的仰角 $\angle ACQ$ 为 60° 。（点 B 、 C 、 D 在一直线上）



(1) 求 A 、 C 两点的距离；

(2) 求树 AD 的高度（结果精确到 0.1 米）。（参考数据： $\sqrt{3} \approx 1.732$ ）

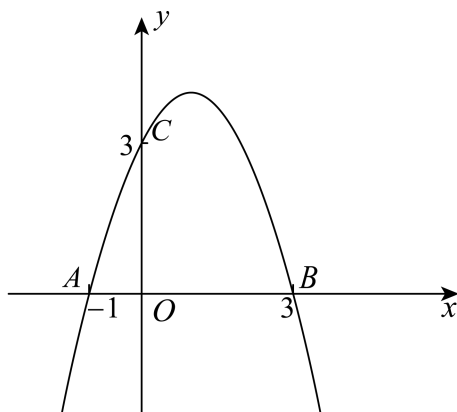
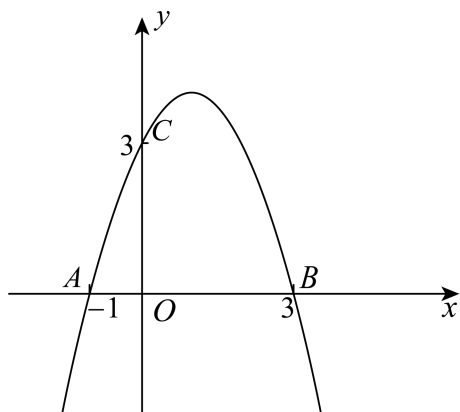
23. 如图，已知在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， E 是边 BC 上一点， AE 与对角线 BD 相交于点 F ，且 $BE^2 = EF \cdot AE$ 。



(1) 求证： $\triangle DAB \sim \triangle AFB$ ；

(2) 联结 AC ，与 BD 相交于点 O ，若 $AB \times OB = BC \times AF$ ，求证： $AF^2 = OD \times BF$ 。

24. 已知在直角坐标平面 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 经过点 $A(-1, 0)$ 、 $B(3, 0)$ 、 $C(0, 3)$ 三点.



备用图

备用图

(1) 求该抛物线的表达式;

(2) 点 D 是点 C 关于抛物线对称轴对称的点, 连接 AD 、 BD , 将抛物线向下平移 m ($m > 0$) 个单位后, 点 D 落在点 E 处, 过 B 、 E 两点的直线与线段 AD 交于点 F .

①如果 $m = 2$, 求 $\tan \angle DBF$ 的值;

②如果 $\triangle BDF$ 与 $\triangle ABD$ 相似, 求 m 的值.

25. 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 3$, $AB = 5$, 点 D 是 AB 边上的一个动点 (不与点 A 、 B 重合), 点 F 是边 BC 上的一点, 且满足 $\angle CDF = \angle A$, 过点 C 作 $CE \perp CD$ 交 DF 的延长线于 E .

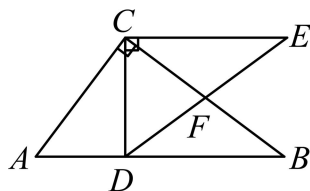


图1

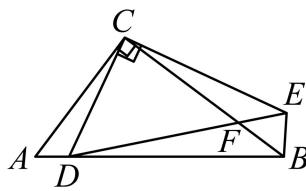
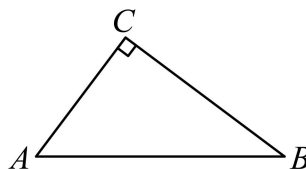


图2



备用图

(1) 如图 1, 当 $CE \parallel AB$ 时, 求 AD 的长;

(2) 如图 2, 联结 BE , 设 $AD = x$, $BE = y$, 求 y 关于 x 的函数解析式并写出定义域;

(3) 过点 C 作射线 BE 的垂线, 垂足为 H , 射线 CH 与射线 DE 交于点 Q , 当 $\triangle CQE$ 是等腰三角形时, 求 AD 的长.