

2023-2024 学年宝山区第一学期期末考试九年级数学试卷

试卷满分 150 分.考试时间 100 分钟.

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分) 下列各题的四个选项中，有且只有只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上

1. 下列各组中的四条线段成比例的是 ()

A. 2cm, 3cm, 4cm, 5cm

B. 2cm, 3cm, 4cm, 6cm

C. 1cm, 2cm, 3cm, 2cm

D. 3cm, 2cm, 6cm, 3cm

2. 若线段 $AB = 2$ ，点 P 是线段 AB 的黄金分割点，且 $AP > BP$ ，则 AP 的长为 ()

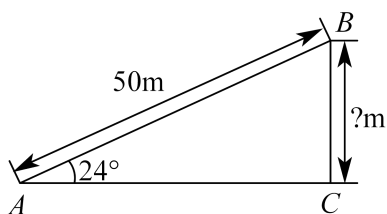
A. $\frac{3 - \sqrt{5}}{2}$

B. $\frac{\sqrt{5} - 1}{2}$

C. $3 - \sqrt{5}$

D. $\sqrt{5} - 1$

3. 许多大型商场购物中心为了引导人流前往目标楼层，会考虑使用“飞梯”（可以跨楼层抵达的超高超长的自动扶梯）. 上海大悦城的“飞梯”从 3 层直达 7 层，“飞梯”的截面如图， AB 的长为 50 米， AB 与 AC 的夹角为 24° ，则高 BC 是 ()



A. $50\sin 24^\circ$ 米

B. $50\cos 24^\circ$ 米

C. $\frac{50}{\sin 24^\circ}$ 米

D. $\frac{50}{\cos 24^\circ}$ 米

4. 在四边形 $ABCD$ 中，如果 $\overrightarrow{AD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$ ，那么 $|\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DA}|$ 四边形 $ABCD$ 是 ()

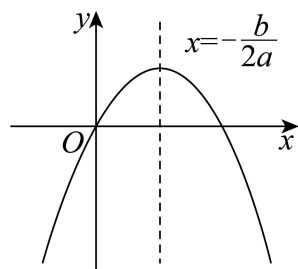
A. 矩形

B. 菱形

C. 正方形

D. 等腰梯形

5. 二次函数 $y = ax^2 + bx$ 的图象所示，则一次函数 $y = ax + b$ 的图象一定不经过 ()



A. 第一象限

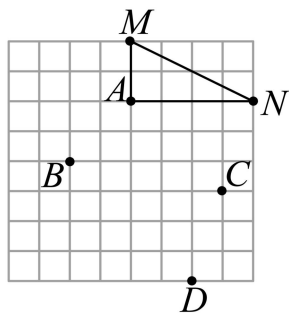
B. 第二象限

C. 第三象限

D. 第四象限

6. 如图，在正方形网格中， A 、 B 、 C 、 D 、 M 、 N 都是格点，从 A 、 B 、 C 、 D 四个格点中选取三个构成一个与 $\triangle AMN$ 相似的三角形，某同学得到两个三角形：① $\triangle ABC$ ；② $\triangle ABD$ 。关于这两个三角形，

下列判断正确的是 ()



- A. 只有①是 B. 只有②是 C. ①和②都是 D. ①和②都不是

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分) 请将结果直接填入答题纸的相应位置上

7. 已知线段 $a=2$, $b=4$, 如果线段 c 是 a 和 b 的比例中项, 那么 $c=$ _____.

8. 比例尺为 $1:100000$ 的地图上, A 、 B 两地的距离为 2cm , 那么 A 、 B 两地的实际距离为_____ km .

9. 计算: $\sin 30^\circ - \sin 45^\circ \cdot \cos 45^\circ =$ _____.

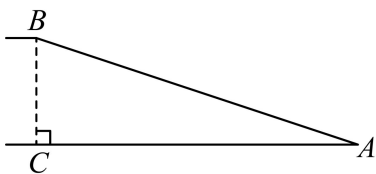
10. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 图像上部分点的坐标 (x, y) 对应值如表所示, 那么该函数图像的对称轴是直线_____.

x	...	0	1	2	3	4	...
y	...	3	0	-1	0	3	...

11. 直径是 2 的圆, 当半径增加 x 时, 面积的增加值 s 与 x 之间的函数关系式是_____.

12. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, 点 G 为重心, 连接 AG 并延长, 交 BC 于点 F , 如果 $BC = 6$, 那么 GF 的长是_____.

13. 如图, 斜坡 AB , 坡顶 B 离地面的高度 BC 为 30m , 如果坡比 $i = 1:3$, 那么这个斜坡的长度 $AB =$ _____ m .

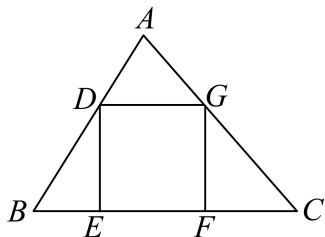


14. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $BC = \sqrt{2}$, $AB = \sqrt{7}$, $AC = 3$, 则 $\cos A =$ _____.

15. 如果二次函数 $y = a(x-2)^2 (a < 0)$ 的图像上有两点那么 $\left(\frac{9}{4}, y_1\right)$ 和 $\left(\frac{7}{3}, y_2\right)$ 那么 y_1 _____ y_2 . (填

“ $>$ ”、“ $=$ ”或“ $<$ ”)

16. 如图, 已知正方形 $DEFG$ 的边 EF 在 $\triangle ABC$ 的边 BC 上, 顶点 D 、 G 分别在边 AB 、 AC 上, 如果 $BC = 6$, $\triangle ABC$ 的面积为 12, 那么 EF 的长为_____.

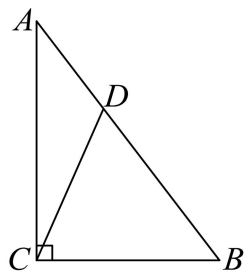


17. 平面直角坐标系中, 在 x 轴上, 且到一条抛物线的顶点及该抛物线与 y 轴的交点的距离之和最小的点, 称为这条抛物线与 x 轴的“亲密点”, 那么抛物线 $y = 2x^2 + 4x + 5$ 与 x 轴的“亲密点”的坐标是_____.

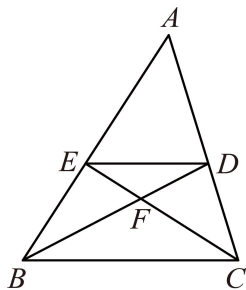
18. 已知 AC 和 BD 是矩形 $ABCD$ 的两条对角线, 将 $\triangle ADC$ 沿直线 AC 翻折后, 点 D 落在点 E 处, 三角形 AEC 与矩形的重叠部分是三角形 ACF , 连接 DE , 如果 $AB = 6$, $BF = 2$, 那么 $\angle BDE$ 的正切值是_____.

三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\sin B = \frac{4}{5}$, $AB = 10$, 点 D 是 AB 边上一点, 且 $BC = BD$.



- (1) 求 BD 的长;
(2) 求 $\angle ACD$ 的余切值.
20. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 5$, $BC = 4$, BD 平分 $\angle ABC$ 交 AC 于点 D , $DE \parallel BC$ 交 AB 于点 E .



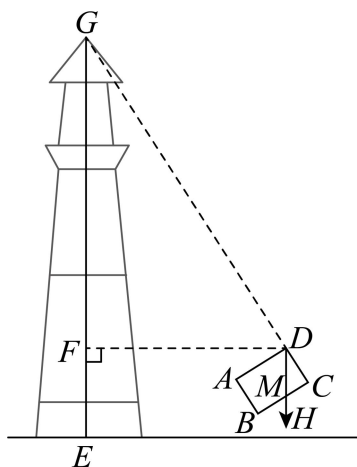
- (1) 求 DE 的长;
(2) 连结 CE 交 BD 于点 F , 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, 用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的线性组合表示向量 $\overrightarrow{BD} =$ _____, $\overrightarrow{BF} =$ _____.

21. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知二次函数 $y = x^2 + bx + c$ 的图像经过点 $A(1, 0)$ 和 $B(0, 3)$.

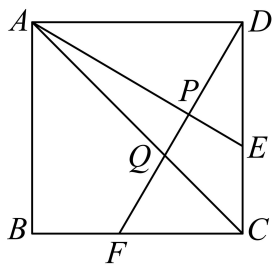
(1) 求该二次函数的表达式;

(2) 如果点 $E(4, m)$ 在该函数图像上, 求 $\triangle ABE$ 的面积.

22. 综合实践活动中, 某小组利用木板和铅锤自制了一个简易测高仪测量塔高, 测高仪 $ABCD$ 为矩形, $CD = 30\text{cm}$, 顶点 D 处挂了一个铅锤 H , 图是测量塔高的示意图, 测高仪上的点 C 、 D 与塔顶 G 在一条直线上, 铅垂线 DH 交 BC 于点 M , 经测量, 点 D 距地面 1.9m , 到塔 EG 的距离 $DF = 13\text{m}$, $CM = 20\text{cm}$, 求塔 EG 的高度 (结果精确到 1m).



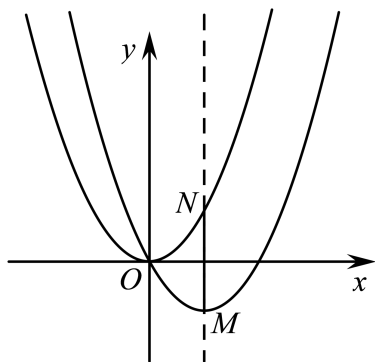
23. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 E 、 F 分别在边 CD 、 BC 上, 且 $CE = BF$, DF 分别交 AE 、 AC 于点 P 、 Q .



(1) 求证: $AE \perp DF$;

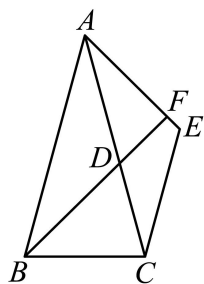
(2) $AQ \cdot BF = \sqrt{2}PQ \cdot DF$.

24. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 将抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$ 平移, 使平移后的抛物线仍经过原点 O , 新抛物线的顶点为 M (点 M 在第四象限), 对称轴与抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$ 交于点 N , 且 $MN = 4$.



- (1) 求平移后抛物线的表达式；
- (2) 如果点 N 平移后的对应点是点 P ，判断以点 O 、 M 、 N 、 P 为顶点的四边形的形状，并说明理由；
- (3) 抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$ 上的点 A 平移后的对应点是点 B ， $BC \perp MN$ ，垂足为点 C ，如果 $\triangle ABC$ 是等腰三角形，求点 A 的坐标.

25. 如图，已知 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 1$ ， D 是边 AC 上一点，且 $BD = AD$ ，过点 C 作 $CE \parallel AB$ ，并截取 $CE = AD$ ，射线 AE 与 BD 的延长线交于点 F 。



- (1) 求证： $AF^2 = DF \cdot BF$ ；
- (2) 设 $AD = x$ ， $DF = y$ ，求 y 与 x 的函数关系式；
- (3) 如果 $\triangle ADF$ 是直角三角形，求 DF 的长.