

上海市奉贤区 2023-2024 学年九年级上学期期末数学试题 (一模)

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

1. 下列函数中是二次函数的是 ()

- A. $y = 2x + 1$ B. $y = \frac{1}{2x}$ C. $y = x^2 + 2$ D. $y = \sqrt{x^2 + 2}$

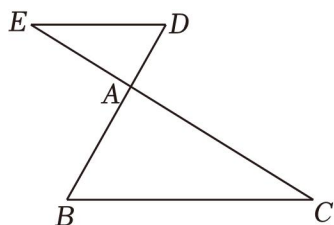
2. 将抛物线 $y = x^2$ 向右平移 3 个单位长度得到的抛物线是 ()

- A. $y = x^2 + 3$ B. $y = x^2 - 3$ C. $y = (x - 3)^2$ D. $y = (x + 3)^2$

3. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 5$, $\angle A = \alpha$, 那么 BC 的长是 ()

- A. $5 \tan \alpha$ B. $5 \cot \alpha$ C. $5 \sin \alpha$ D. $5 \cos \alpha$

4. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在 AB 、 AC 的反向延长线上, 已知 $AB = 2AD$, 下列条件中能判定 $DE \parallel BC$ 的是 ()

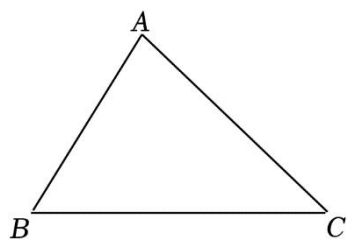


- A. $\frac{AC}{AE} = \frac{1}{2}$ B. $\frac{DE}{BC} = \frac{1}{2}$ C. $\frac{AC}{EC} = \frac{2}{3}$ D. $\frac{AE}{EC} = \frac{2}{3}$

5. 已知 $|\vec{a}| = 5$, $|\vec{b}| = 3$, 且 $\vec{b}$ 与 $\vec{a}$ 的方向相反, 下列各式正确的是 ()

- A. $\vec{b} = \frac{3}{5}\vec{a}$ B. $\vec{b} = -\frac{3}{5}\vec{a}$ C. $\vec{b} = \frac{5}{3}\vec{a}$ D. $\vec{b} = -\frac{5}{3}\vec{a}$

6. 如图, 将 $\triangle ABC$ 绕点 B 顺时针旋转, 使得点 A 落在边 AC 上, 点 A 、 C 的对应点分别为 D 、 E , 边 DE 交 BC 于点 F , 连接 CE . 下列两个三角形不一定相似的是 ()



- A. $\triangle BAD$ 与 $\triangle BCE$ B. $\triangle BDF$ 与 $\triangle ECF$
C. $\triangle DCF$ 与 $\triangle BEF$ D. $\triangle DBF$ 与 $\triangle DEB$

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. 如果 $x:y = 5:3$, 那么 $\frac{x-y}{y} = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 计算: $3(2\vec{a} + \vec{b}) - 4\vec{a} =$ _____.

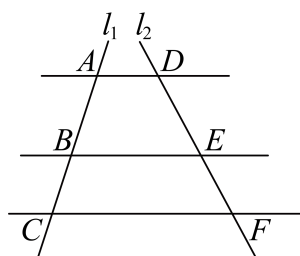
9. 已知抛物线 $y = (a-2)x^2 - x$ 开口向上, 那么 a 的取值范围是_____.

10. 已知抛物线 $y = -2x^2 + 1$ 在对称轴左侧部分是_____。(填“上升”或“下降”)

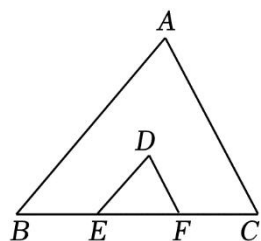
11. 如果 P 是线段 AB 的黄金分割点, $AB = 2cm$, 那么较长线段 AP 的长是_____ cm .

12. 某人顺着坡度为 $1:\sqrt{3}$ 的斜坡滑雪, 下滑了 120 米, 那么高度下降了_____米.

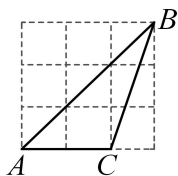
13. 如图, 已知 $AD \parallel BE \parallel CF$, 它们依次交直线 l_1 于点 A 、 B 、 C , 交直线 l_2 于点 D 、 E 、 F , 已知 $AB:AC = 3:5$, $DF = 10$, 那么 EF 的长为_____.



14. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 的周长为 15, 点 E 、 F 是边 BC 的三等分点, $DE \parallel AB$, $DF \parallel AC$, 那么 $\triangle DEF$ 的周长是_____.

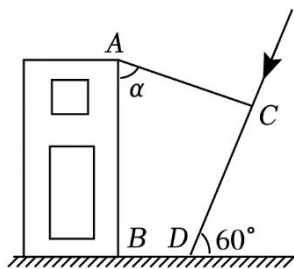


15. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 在边长为 1 个单位的方格纸中, 三角形的顶点在小正方形顶点位置, 那么 $\angle ABC$ 的正切值为_____.

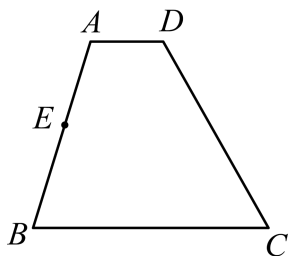


16. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 45^\circ$, $\cos \angle B = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ($\angle B$ 是锐角), $BC = \sqrt{5}$, 那么 AB 的长为_____.

17. 如图是某幢房屋及其屋外遮阳篷, 已知遮阳篷的固定点 A 距离地面 4 米(即 $AB = 4$ 米), 遮阳篷的宽度 AC 为 2.6 米, 遮阳篷与房屋墙壁的夹角 α 的余弦值为 $\frac{5}{13}$, 当太阳光与地面的夹角为 60° 时, 遮阳篷在地面上的阴影宽度 BD 为_____米.



18. 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $BC = 3AD$, 点 E 是 AB 中点, 如果点 F 在 DC 上, 线段 EF 把梯形分成面积相等的两个部分, 那么 $\frac{DF}{DC} = \underline{\hspace{2cm}}$.



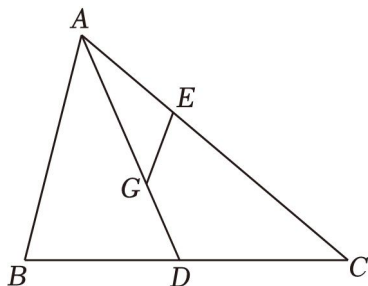
三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. 计算: $\frac{\tan 45^\circ}{2 \sin 60^\circ - 2 \cos 60^\circ} - |\cot 30^\circ - 1|$.

20. 已知抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 经过点 $A(3, 0)$, $B(0, -3)$.

- (1) 求抛物线表达式并写出顶点坐标;
- (2) 联结 AB , 与该抛物线的对称轴交于点 P , 求点 P 的坐标.

21. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, G 是 $\triangle ABC$ 的重心, 联结 AG 并延长交 BC 于点 D .



- (1) 如果 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{AD} = \underline{\hspace{2cm}}$ (用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示);
- (2) 已知 $AD = 6$, $AC = 8$, 点 E 在边 AC 上, 且 $\angle AGE = \angle C$, 求 AE 的长.

22. 如图 1, 某小组通过实验探究凸透镜成像的规律, 他们依次在光具座上垂直放置发光物箭头、凸透镜和光屏, 并调整到合适的高度. 如图 2, 主光轴 l 垂直于凸透镜 MN , 且经过凸透镜光心 O , 将长度为 8 厘米的发光物箭头 AB 进行移动, 使物距 OC 为 32 厘米, 光线 AO 、 BO 传播方向不变, 移动光屏, 直到光屏上呈现一个清晰的像 $A'B'$, 此时测得像距 OD 为 12.8 厘米.

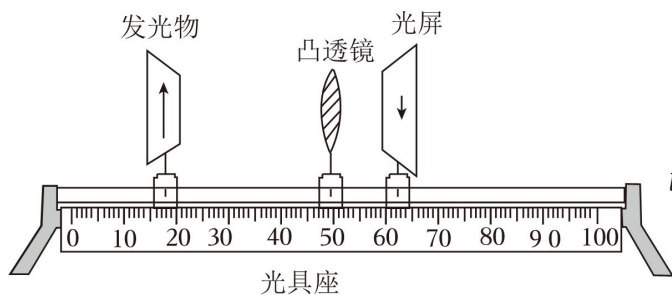


图1

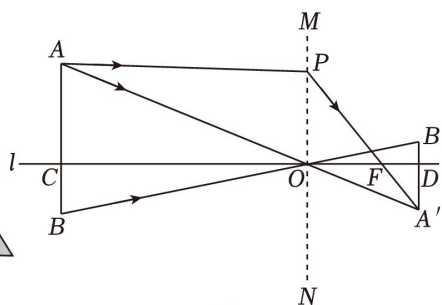
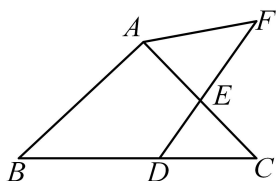


图2

(1) 求像 $A'B'$ 的长度.

(2) 已知光线 AP 平行于主光轴 l , 经过凸透镜 MN 折射后通过焦点 F , 求凸透镜焦距 OF 的长.

23. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 点 D 在边 BC 上, 已知 $\angle AFD = \angle B$, 边 DF 交 AC 于点 E .

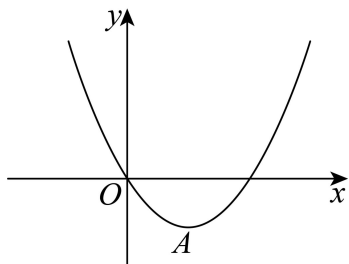


(1) 求证: $AF \cdot CE = CD \cdot FE$;

(2) 连接 AD , 如果 $\frac{AB}{AF} = \frac{BC}{DF}$, 求证: $AD^2 = AE \cdot AC$.

24. 在平面直角坐标系中, 如果两条抛物线关于直线 $x = m$ 对称, 那么我们把一条抛物线称为另一条抛物线关于直线 $x = m$ 的镜像抛物线.

(1) 如图, 已知抛物线 $y = x^2 - 2x$ 顶点为 A .



①求该抛物线关于 y 轴的镜像抛物线的表达式;

②已知该抛物线关于直线 $x = m$ 的镜像抛物线的顶点为 B , 如果 $\tan \angle OBA = \frac{1}{4}$ ($\angle OBA$ 是锐角), 求 m 的值.

(2) 已知抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2 + bx + c$ ($b > 0$) 的顶点为 C , 它的一条镜像抛物线的顶点为 D , 这两条抛物线的交点为 $E(2, 1)$. 如果 $\triangle CDE$ 是直角三角形, 求该抛物线的表达式.

25. 在直角梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle B = 90^\circ$, $AD = 6$, $AB = 4$, $BC > AD$, $\angle ADC$ 的平分线交边 BC 于点 E , 点 F 在线段 DE 上, 射线 CF 与梯形 $ABCD$ 的边相交于点 G .

- (1) 如图 1, 如果点 G 与 A 重合, 当 $\tan \angle BCD = \frac{4}{3}$ 时, 求 BE 的长;

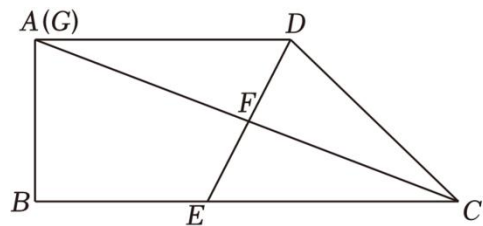


图1

- (2) 如图 2, 如果点 G 在边 AD 上, 联结 BG , 当 $DG = 4$, 且 $CGB \sim BAG$ 时, 求 $\sin \angle BCD$ 的值;

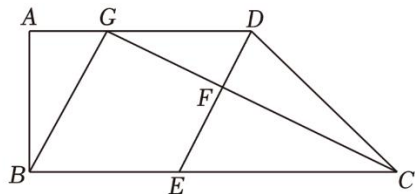


图2

- (3) 当 F 是 DE 中点, 且 $AG = 1$ 时, 求 CD 的长.