

# 黄浦区 2023 年九年级学业水平考试模拟考数学试卷

(满分 150 分, 考试时间 100 分钟)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题;
2. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效;
3. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

(下列各题的四个选项中, 有且只有一个是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上)

1. 下列各数中, 最小的数是 ( )

- A. 0                                  B.  $-2$                                   C. 1                                  D.  $-\sqrt{3}$

2. 下列轴对称图形中, 对称轴条数最多的是 ( )

- A. 等边三角形                          B. 菱形                                  C. 等腰梯形                          D. 圆

3. 设  $a$  是一个不为零的实数, 下列式子中, 一定成立的是 ( )

- A.  $3-a > 2-a$                           B.  $3a > 2a$                                   C.  $-3a > -2a$                                   D.  $\frac{3}{a} > \frac{2}{a}$

4. 某校为了解学生在假期阅读课外书籍的情况, 将调查所得的 50 个数据整理成下表:

|          |    |    |    |   |   |
|----------|----|----|----|---|---|
| 课外书籍 (本) | 1  | 2  | 3  | 4 | 5 |
| 人数 (人)   | 10 | 10 | 20 | 5 | 5 |

对于这组数据, 下列判断中, 正确的是 ( )

- A. 众数和平均数相等                                  B. 中位数和平均数相等  
C. 中位数和众数相等                                  D. 中位数、众数和平均数都相等

5. “利用描点法画出函数图像, 探究函数的一些简单性质” 是初中阶段研究函数的主要方式, 请试着探究函数  $y = -x^3$ , 其图像经过 ( )

- A. 第一、二象限                                  B. 第三、四象限  
C. 第一、三象限                                  D. 第二、四象限

6. 要检验一个四边形的桌面是矩形, 可行的测量方案是 ( )

- A. 任选两个角，测量它们的角度；  
B. 测量四条边的长度；  
C. 测量两条对角线的长度；  
D. 测量两条对角线的交点到四个顶点的距离.

## 二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)

7. 冬季某日中午 12 时的气温是  $3^{\circ}\text{C}$ ，经过 10 小时后气温下降  $8^{\circ}\text{C}$ ，那么该时刻的气温是\_\_\_\_\_  $^{\circ}\text{C}$ .

8. 计算： $\sqrt[3]{-\frac{1}{8}} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

9. 已知  $f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$ ，那么  $f(-1) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

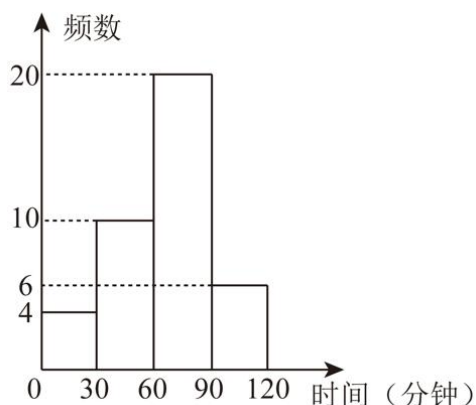
10. 已知关于  $x$  的方程  $x^2 - 3x + k = 0$  无实数根，那么  $k$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

11. 小聪和小明两个同学玩“石头、剪刀、布”的游戏，随机出手一次是平局的概率是\_\_\_\_\_.

12. 已知某反比例函数的图像在其所在的每个象限内， $y$  的值随  $x$  的值增大而增大，那么这个反比例函数可以是\_\_\_\_\_。(只需写出一个)

13. 已知一次函数的图像经过点  $(1, 3)$ ，且与直线  $y = 2x + 6$  平行，那么这个一次函数的解析式是\_\_\_\_\_.

14. 某学校为了解七年级学生某天书面作业完成时间的情况，从该校七年级学生中随机抽取 40 人进行调查，调查结果绘制成如图所示的频数分布直方图（每个小组包括最小值，不包括最大值）。根据图中信息，该校七年级 200 名学生中，这一天书面作业完成时间少于 90 分钟的约有\_\_\_\_\_人.

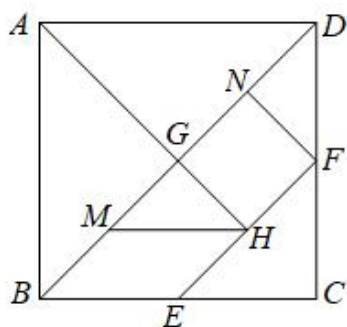


15. 已知点  $G$  是  $\triangle ABC$  的重心，设  $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$ ，那么  $\overrightarrow{CG}$  用  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  可表示为\_\_\_\_\_.

16. 在直角坐标平面内，已知点  $A(1, -3)$ ， $B(4, -1)$ ，将线段  $AB$  平移得到线段  $A_1B_1$ （点  $A$  的对应点是点  $A_1$ ，点  $B$  的对应点是点  $B_1$ ），如果点  $A_1$  坐标是  $(-2, 0)$ ，那么点  $B_1$  的坐标是\_\_\_\_\_.

17. 七巧板是中国传统智力玩具，现用以下方法制作一副七巧板：如图所示，取一张边长为 20 厘米的正方形纸板，联结对角线  $BD$ ；分别取  $BC$ 、 $CD$  中点  $E$ 、 $F$ ，联结  $EF$ ；过点  $A$  作  $EF$  垂线，分别交  $BD$ 、 $EF$  于  $G$ 、 $H$  两点；分别取  $BG$ 、 $DG$  中点  $M$ 、 $N$ ，联结  $MH$ 、 $NF$ ，沿图中实线剪开即可得到一副七巧板。其中

四边形  $G H F N$  的面积是\_\_\_\_\_平方厘米.



18. 我们规定: 在四边形  $A B C D$  中,  $O$  是边  $B C$  上的一点. 如果  $\triangle O A B$  与  $\triangle O C D$  全等, 那么点  $O$  叫做该四边形的“等形点”. 在四边形  $E F G H$  中,  $\angle E F G=90^{\circ}$ ,  $E F \parallel G H$ ,  $E F=1$ ,  $F G=3$ , 如果该四边形的“等形点”在边  $F G$  上, 那么四边形  $E F G H$  的周长是\_\_\_\_\_.

### 三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. 计算:  $\left(\frac{x+2}{x-3}-\frac{8x}{x^2-x-6}\right) \div \frac{x-2}{x+2}$ .

20. 解方程组: 
$$\begin{cases} x^2-2y^2-y=-1 \textcircled{1} \\ x-y=1 \textcircled{2} \end{cases}$$

21. 小丽与妈妈去商场购物, 商场正在进行打折促销, 规则如下:

优惠活动一: 任选两件商品, 第二件半价 (两件商品价格不同时, 低价商品享受折扣);

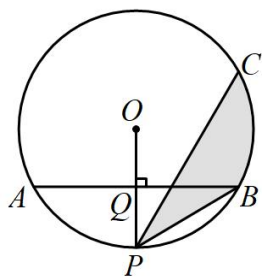
优惠活动二: 所有商品打八折.

(两种优惠活动不能同享)

(1) 如果小丽的妈妈看中一件价格 600 元的衣服和一双 500 元的鞋子, 那么她选择哪个优惠活动会更划算? 请通过计算说明;

(2) 如果小丽的妈妈想将之前看中的鞋子换成一条裤子, 当裤子价格 (裤子价格低于衣服价格) 低于多少元时, 小丽会推荐妈妈选择优惠活动二? 为什么?

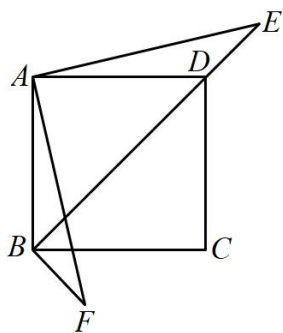
22. 已知, 如图,  $\odot O$  的半径为 2, 半径  $O P$  被弦  $A B$  垂直平分, 交点为  $Q$ , 点  $C$  在圆上, 且  $\widehat{B C}=\widehat{B P}$ .



(1) 求弦  $A B$  的长;

(2) 求图中阴影部分面积 (结果保留  $\pi$ ).

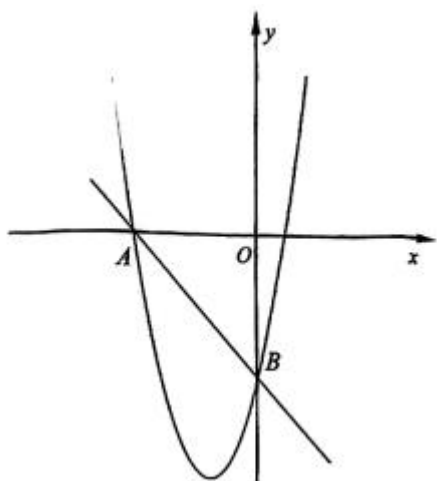
23. 已知：如图，在正方形  $ABCD$  中，点  $E$  在对角线  $BD$  的延长线上，作  $AF \perp AE$ ，且  $AF = AE$ ，连接  $BF$ 。



(1) 求证：  $BF = DE$ ；

(2) 延长  $AB$  交射线  $EF$  于点  $G$ ，求证：  $\frac{BF}{FG} = \frac{AD}{AE}$ 。

24. 如图，在平面直角坐标系  $xOy$  中，直线  $y = -x - 4$  与  $x$  轴、 $y$  轴分别交于点  $A$ 、 $B$ ，抛物线  $y = x^2 + bx + c$  经过点  $A$ 、 $B$ 。

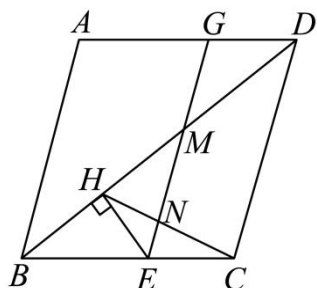


(1) 求抛物线的表达式；

(2) 设抛物线与  $x$  轴的另一个交点为  $C$ ，点  $P$  是  $\triangle ABC$  的外接圆的圆心，求点  $P$  坐标；

(3) 点  $D$  坐标是  $(0, 4)$ ，点  $M$ 、 $N$  在抛物线上，且四边形  $MBND$  是平行四边形，求线段  $MN$  的长。

25. 如图，在菱形  $ABCD$  中， $BC = 10$ ， $E$  是边  $BC$  上一点，过点  $E$  作  $EH \perp BD$ ，垂足为点  $H$ ，点  $G$  在边  $AD$  上，且  $GD = CE$ ，联结  $GE$ ，分别交  $BD$ 、 $CH$  于点  $M$ 、 $N$ 。



(1) 已知  $\sin \angle DBC = \frac{3}{5}$ ,

①当  $EC = 4$  时, 求  $\triangle BCH$  的面积;

②以点  $H$  为圆心,  $HM$  为半径作圆  $H$ , 以点  $C$  为圆心, 半径为 1 作圆  $C$ , 圆  $H$  与圆  $C$  有且仅有一个公共点, 求  $CE$  的值;

(2) 延长  $AH$  交边  $BC$  于点  $P$ , 当设  $CE = x$ , 请用含  $x$  的代数式表示  $\frac{HP}{CN}$  的值.

