

静安区学科质量监测

九年级数学试卷

(满分 150 分, 用卷时间 100 分钟)

考生注意:

1. 本试卷含三个大题, 共 25 题;

2. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效;

3. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分) 【下列各题的四个选项中, 有且只有一个正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.】

1. 化简 $(-x^3)^2$ 的结果是 ()

- A. $-x^6$ B. $-x^5$ C. x^6 D. x^5

2. 下列无理数中, 在 -2 与 0 之间的数是 ()

- A. $-1-\sqrt{2}$ B. $1-\sqrt{2}$ C. $-1+\sqrt{2}$ D. $1+\sqrt{2}$

3. 下列关于 9 的算术平方根的说法正确的是 ()

- A. 9 的算术平方根是 3 与 -3 B. 9 的算术平方根是 -3
C. 9 的算术平方根是 3 D. 9 的算术平方根不存在

4. 甲、乙两名射击运动员分别进行了相同次数的射击训练, 如果将甲、乙两人射击环数的平均数分别记作 $\overline{x_{\text{甲}}}$ 和 $\overline{x_{\text{乙}}}$, 方差分别记作 $S_{\text{甲}}^2$ 和 $S_{\text{乙}}^2$, 那么下列描述能说明甲运动员成绩较好且更稳定的是 ()

- A. $\overline{x_{\text{甲}}} > \overline{x_{\text{乙}}}$ 且 $S_{\text{甲}}^2 < S_{\text{乙}}^2$ B. $\overline{x_{\text{甲}}} > \overline{x_{\text{乙}}}$ 且 $S_{\text{甲}}^2 > S_{\text{乙}}^2$
C. $\overline{x_{\text{甲}}} < \overline{x_{\text{乙}}}$ 且 $S_{\text{甲}}^2 < S_{\text{乙}}^2$ D. $\overline{x_{\text{甲}}} < \overline{x_{\text{乙}}}$ 且 $S_{\text{甲}}^2 > S_{\text{乙}}^2$

5. 某种型号油电混合动力汽车计划从甲地开往乙地, 如果纯用电行驶, 则电费为 25 元, 如果纯燃油行驶, 则燃油费为 75 元. 已知每行驶 1 千米, 纯燃油费用比纯用电费用多 0.6 元. 如果设每行驶 1 千米纯用电的费用为 x 元, 那么下列方程正确的是 ()

- A. $\frac{75}{x-0.6} = \frac{25}{x}$ B. $\frac{75}{x} = \frac{25}{x-0.6}$ C. $\frac{75}{x} = \frac{25}{x+0.6}$ D. $\frac{75}{x+0.6} = \frac{25}{x}$

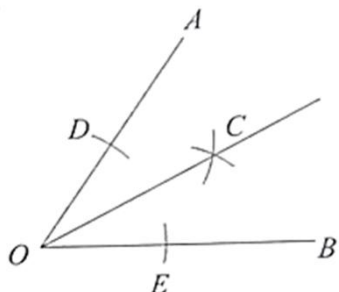
6. 下面是“作 $\angle AOB$ 的平分线”的尺规作图过程:

①在 OA 、 OB 上分别截取 OD 、 OE ，使 $OD = OE$ ；

②分别以点 D 、 E 为圆心，以大于 $\frac{1}{2}DE$ 的同一长度为半径作弧，两弧交于 $\angle AOB$ 内的一点 C ；

③作射线 OC 。

OC 就是所求作的角的平分线。



该尺规作图可直接利用三角形全等说明，其中三角形全等的依据是（ ）

- A. 三边对应相等的两个三角形全等
- B. 两边及它们的夹角对应相等的两个三角形全等
- C. 两角及它们的夹边对应相等的两个三角形全等
- D. 两角及其中一个角的对边对应相等的两个三角形全等

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7. $\frac{1}{5}$ 的倒数是_____。

8. 计算： $(a-b)^2 + 2b^2 =$ _____。

9. 已知 $f(x) = x^{-1}$ ，那么 $f(\sqrt{3}) =$ _____。

10. 方程 $\sqrt{2x-1} = x$ 的解是_____。

11. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 3x + k = 0$ 有两个不相等的实数根，则 k 的取值范围是_____。

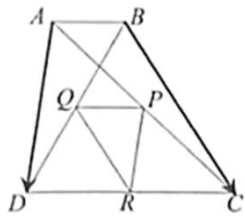
12. 我国明代珠算家程大位的名著《直指算法统宗》里有一道著名的算术题：“一百馒头一百僧，大僧三个更无争，小僧三人分一个，大小和尚各几丁？”其意思就是：100 个和尚分 100 个馒头，正好分完，其中，大和尚一人分 3 个，小和尚三人分 1 个。那么大和尚有_____人。

13. 毕业典礼上，李明、王红、张立 3 位同学合影留念，3 人随机站成一排，那么王红恰好站在中间的概率是_____。

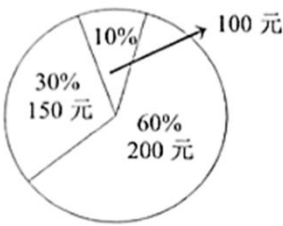
14. 已知半径分别是 2 和 6 的两圆的圆心距为 6，那么这两个圆有_____个公共点。

15. 如图，已知四边形 $ABCD$ 中，点 P 、 Q 、 R 分别是对角线 AC 、 BD 和边 CD 的中点。如果设 $\overrightarrow{AD} = \vec{a}$ ，

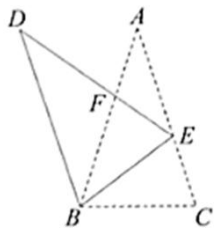
$\overrightarrow{BC}=\vec{b}$ ，那么向量 $PQ=$ _____ (用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示).



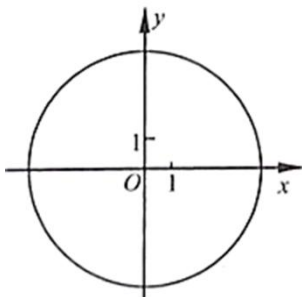
16. 某旅游风景区为满足不同游客的需求，推出了 100、150、200 (单位：元) 三种价格的套票. 景区统计了这三种套票一年的销售情况，并将销售量数据绘制成扇形统计图 (如图所示). 那么这一年销售的套票的平均价格是_____元.



17. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ，将 $\triangle ABC$ 绕着点 B 旋转后，点 C 落在 AC 边上的点 E 处，点 A 落在点 D 处， DE 与 AB 相交于点 F ，如果 $BE=BF$ ，那么 $\angle DBC$ 的大小是_____.



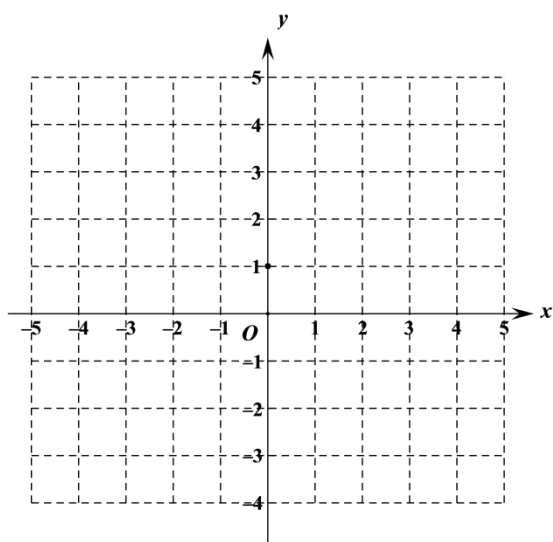
18. 在平面直角坐标系 xOy 中，我们定义点 $A(x,y)$ 的“关联点”为 $B(x+y,x-y)$. 如果已知点 A 在直线 $y=x+3$ 上，点 B 在 $\odot O$ 的内部， $\odot O$ 的半径长为 $3\sqrt{2}$ (如图所示)，那么点 A 的横坐标 x 的取值范围是_____.



三、解答题：(本大题共 7 题，满分 78 分)

19. 化简求值： $\frac{x^2-4x+4}{x^2-x} \div \left(\frac{2x-2}{x}-1\right)$ ，其中 $x=\sqrt[3]{-8}$.

20. 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图像经过点 $(-1, 4)$.



(1) 求 k 的值;

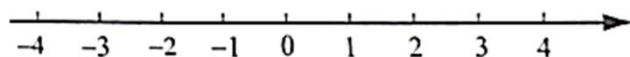
(2) 完成下面的解答过程.

解不等式组 $\begin{cases} x+3 > 1 \text{ ①} \\ \frac{k}{x} > 1 \text{ ②} \end{cases}$

解: 解不等式①, 得_____;

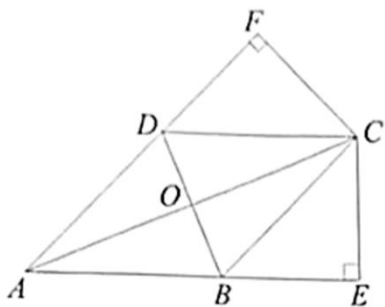
在方格中画出反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的大致图像, 根据图像写出不等式②的解集是_____;

把不等式①和②的解集在数轴上表示出来;



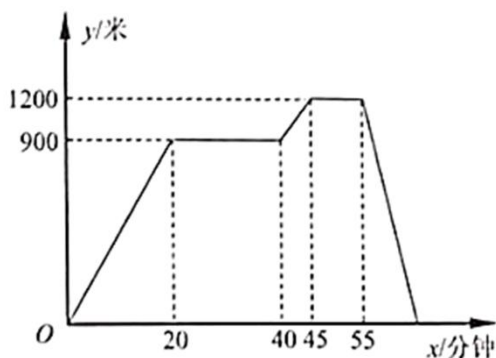
从图中可以找出这两个不等式解集的公共部分, 得到原不等式组的解集是_____.

21. 如图, 已知 CE 、 CF 分别是平行四边形 $ABCD$ 的边 AB 、 AD 上的高, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , 且 $CE = CF$.



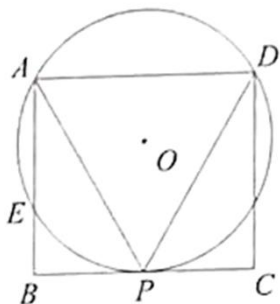
- (1) 求证：四边形 $ABCD$ 是菱形；
- (2) 当 $AB:BE = 3:2$ ， $CE = 5$ 时，求 $\angle CAE$ 的余切值.

22. 已知小明家、街心公园、超市依次在同一直线上，小明家与街心公园相距 900 米，小明家与超市相距 1200 米. 小明和妈妈从家里出发，匀速步行了 20 分钟到达街心公园；两人在公园停留 20 分钟后，妈妈按原来相同的速度匀速步行返回家，小明则匀速步行 5 分钟到达超市购买文具用品，停留 10 分钟后，匀速骑自行车返回家，发现妈妈比他早到家 10 分钟. 如图反映了这个过程中小明离开家的距离 y (米) 与离开家的时间 x (分钟) 的对应关系，请根据相关信息，解答下列问题：

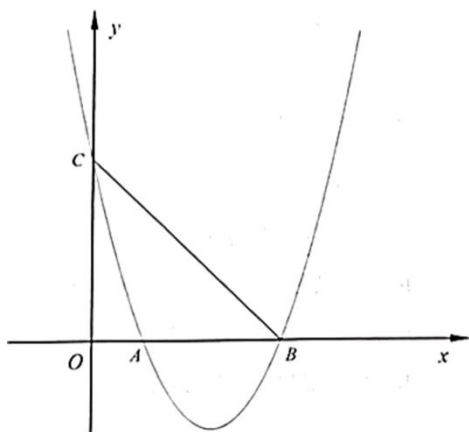


- (1) 小明从家到街心公园的速度为_____ (米/分)；
- (2) 小明从街心公园到超市的速度为_____ (米/分)；
- (3) 小明从超市骑车返回家时，求他离开家的距离 y (米) 与离开家的时间 x (分钟) 的函数解析式，并写出 x 的取值范围.

23. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，点 P 是边 BC 的中点， $\odot O$ 是 $\triangle PAD$ 的外接圆， $\odot O$ 交边 AB 于点 E .



- (1) 求证： $PA = PD$ ；
- (2) 当 AE 是以点 O 为中心的正六边形的一边时，求证： $\widehat{AE} = \widehat{EP}$.
24. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = ax^2 - 4x + c$ ($a \neq 0$) 与 x 轴分别交于点 $A(1,0)$ 、点 $B(3,0)$ ，与 y 轴交于点 C ，连接 BC ，点 P 在线段 BC 上，设点 P 的横坐标为 m .



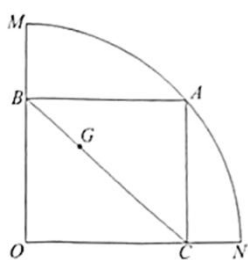
(1) 求直线 BC 的表达式;

(2) 如果以 P 为顶点的新抛物线经过原点, 且与 x 轴的另一个交点为 D :

①求新抛物线的表达式 (用含 m 的式子表示), 并写出 m 的取值范围;

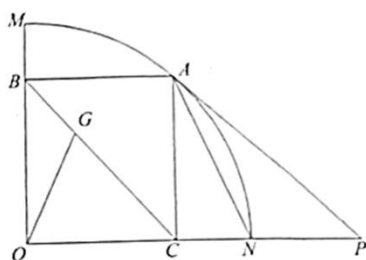
②过点 P 向 x 轴作垂线, 交原抛物线于点 E , 当四边形 $AEDP$ 是一个轴对称图形时, 求新抛物线的表达式.

25. 如图, 扇形 MON 的半径为 r , 圆心角 $\angle MON = 90^\circ$, 点 A 是 $\widehat{MN}$ 上的动点 (点 A 不与点 M 、 N 重合), 点 B 、 C 分别在半径 OM 、 ON 上, 四边形 $ABOC$ 为矩形, 点 G 在线段 BC 上, 且 $CG = 2BG$.



(1) 求证: $CG = \frac{2}{3}r$;

(2) 如图, 以 A 为顶点、 AC 为一边, 作 $\angle CAP = \angle BCO$, 射线 AP 交射线 ON 于点 P , 联结 AN , OG .



①当 $\angle BGO = \angle ANP$ 时, 求 $\triangle OBG$ 与 $\triangle ANP$ 的面积之比;

②把 $\triangle OGB$ 沿直线 OG 翻折后记作 $\triangle OGB'$, 当 $OB' \perp BC$ 时, 求 $\angle P$ 的正切值.

