

2022 学年度第二次学生学习能力诊断练习

初三数学

(满分 150 分, 时间 100 分钟)

注意:

1. 本练习卷含三个大题, 共 25 题. 答题时, 请务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本练习卷上答题一律无效.

2. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤.

一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分) [下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.]

1. $\sqrt{5}$ 的相反数是 ()

- A. $-\frac{1}{5}$ B. $-\sqrt{5}$ C. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ D. -5

2. 方程 $\sqrt{x-2}=2$ 的解是 ()

- A. $x=4$ B. $x=5$ C. $x=6$ D. $x=7$

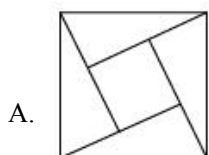
3. 已知正比例函数 $y=(a-3)x$ 的图像经过第二、四象限, 那么 a 的取值范围是 ()

- A. $a>3$ B. $a<3$ C. $a>-3$ D. $a<-3$

4. 某地统计部门公布最近 5 年居民消费价格指数年增长率分别为 1.5%、1.2%、1.9%、1.2% 和 1.8%, 业内人士评论说: “这 5 年居民消费价格指数年增长率相当平稳.” 从统计角度看, “年增长率相当平稳” 说明这组数据比较小的量是 ()

- A. 方差 B. 平均数 C. 众数 D. 中位数

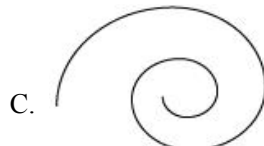
5. 在下面用数学家名字命名的图形中, 既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



赵爽弦图



笛卡尔心形图

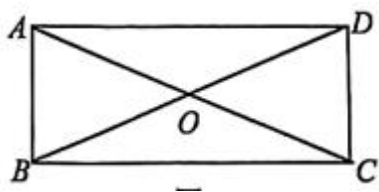


斐波那契螺旋线



科克曲线

6. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 与 BD 相交于点 O , $AB=5$, $BC=12$. 分别以点 O 、 D 为圆心画圆, 如果 $\odot O$ 与直线 AD 相交、与直线 CD 相离, 且 $\odot D$ 与 $\odot O$ 内切, 那么 $\odot D$ 的半径长 r 的取值范围是 ()



- A. $\frac{1}{2} < r < 4$ B. $\frac{5}{2} < r < 6$ C. $9 < r < \frac{25}{2}$ D. $9 < r < 13$

二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分) [请将结果直接填入答题纸的相应位置]

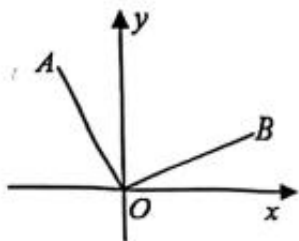
7. 计算: $(-a^2)^3 =$ _____.

8. 计算: $\sqrt{(2-\sqrt{5})^2} =$ _____.

9. 如果关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + k = 0$ 有实数根, 那么 k 的取值范围是_____.

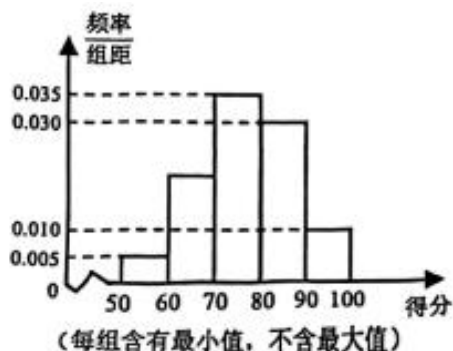
10. 已知抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 的对称轴为直线 $x = 4$, 点 $A(1, y_1)$ 、 $B(3, y_2)$ 都在该抛物线上, 那么 y_1 _____ y_2 . (填 “>” 或 “<” 或 “=”).

11. 如图, 已知点 $A(-1, 2)$, 连接 OA , 将线段 OA 绕点 O 顺时针旋转 90° 得到线段 OB , 如果点 B 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图像上, 那么 k 的值是_____.



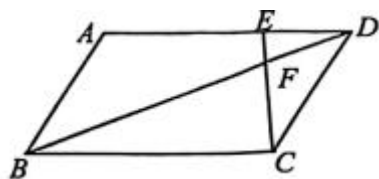
12. 在一个不透明的袋子中装有 5 个仅颜色不同的小球, 其中红球 3 个, 黑球 2 个, 从袋子中随机摸出 1 个球. 那么 “摸出黑球” 的概率是_____.

13. 某校抽取部分学生参与 “大阅读” 学习问卷, 并对其得分情况进行了统计, 绘制了如图所示的频率分布直方图, 得分在 60 分到 70 分(含 60 分, 不含 70 分)的频率是_____.

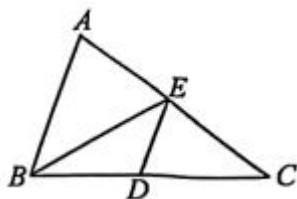


14. 如果正六边形的边心距为 3, 那么它的半径是_____.

15. 如图, 在 $ABCD$ 中, 点 E 在边 AD 上, 且 $AE = 2ED$, CE 交 BD 于点 F , 如果 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, 用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{DF} =$ _____.

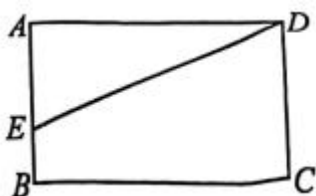


16. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在边 BC 、 AC 上, $\angle ABE = \angle C$, $DE \parallel AB$, 如果 $AB = 6$, $AC = 9$, 那么 $S_{\triangle BDE} : S_{\triangle CDE}$ 的值是_____.



17. 我国古代著作《四元玉鉴》记载“买椽多少”问题：“六贯二百一十钱，请人去买几株椽。每株脚钱三文足，无钱准与一株椽。”其大意：现请人代买一批椽，这批椽的价钱为 6210 文。如果每株椽的运费是 3 文，那么少拿一株椽后，剩下的椽的运费恰好等于一株椽的价钱，试问 6210 文能买多少株椽？若设这批椽的数量为 x 株，则可列分式方程为_____.

18. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 3$, 点 E 在边 AB 上, $AE = 2$, 联结 DE , 将 $\triangle ADE$ 沿着 DE 翻折, 点 A 的对应点为 P , 联结 EP 、 DP , 分别交边 BC 于点 F 、 G , 如果 $BF = \frac{1}{4}BC$, 那么 CG 的长是_____.



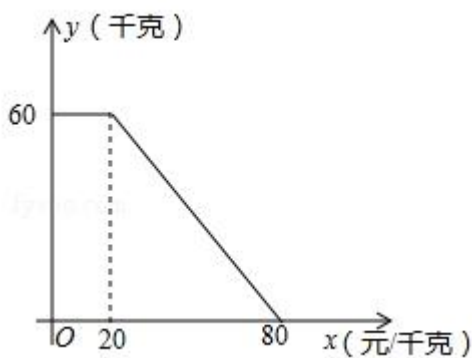
三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. 先化简, 再求值: $\frac{m^2}{m^2 + 4m + 4} \div \frac{m}{m+2} - \frac{m-1}{m+2}$, 其中 $m = \sqrt{3} - 3$.

20. 解方程组:
$$\begin{cases} x^2 + 6xy + 9y^2 = 4 \\ x - 3y = 8 \end{cases}$$

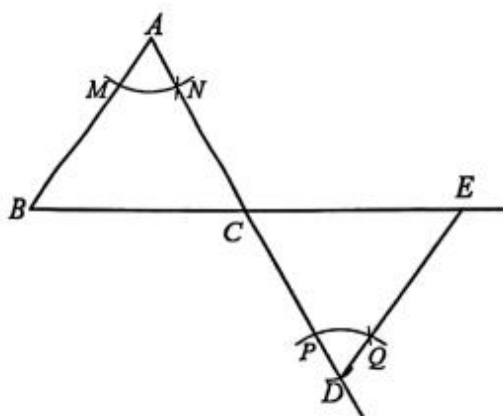
21. 某商店以 20 元/千克的单价新进一批商品, 经调查发现, 在一段时间内, 销售量 y (千克) 与销售单价 x (元/千克) 之间为一次函数关系, 如图所示.

- (1) 求 y 与 x 的函数表达式;
- (2) 要使销售利润达到 800 元, 销售单价应定为每千克多少元?



22. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 5$, $AC = 2\sqrt{5}$, $\tan \angle BAC = 2$. 小明根据下列步骤作图:

- ①以点 C 为圆心, AC 的长为半径作弧, 交 AC 的延长线于点 D ;
- ②以点 A 为圆心, 取定长 a 为半径作弧分别交 $\angle BAC$ 的两边于点 M 、 N ;
- ③以点 D 为圆心, a 为半径作弧, 交 CD 于点 P ;
- ④以点 P 为圆心, MN 的长为半径作弧, 交前弧于点 Q , 连接 DQ 并延长交 BC 的延长线于点 E .



(1) 填空:

由作图步骤①可得 $CD = AC$;

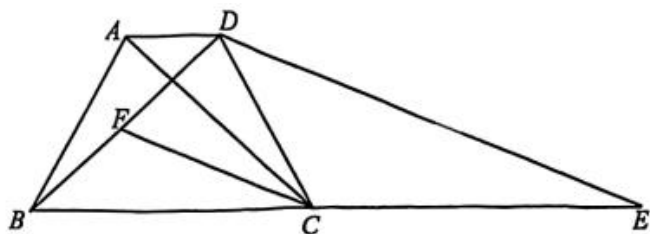
由作图步骤②③④可得 _____ = _____;

又因为 $\angle ACB = \angle DCE$:

所以 $\triangle ABC \cong \triangle DEC$, 理由是_____.

(2) 连接 AE , 求 $\tan \angle EAD$ 的值.

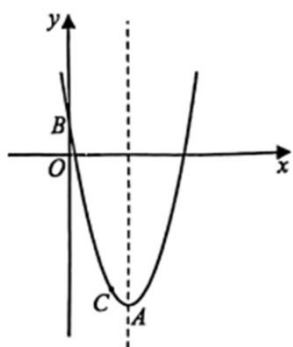
23. 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB = CD$, 点 E 为 BC 延长线上一点, $\angle ADB = \angle CDE$, 点 F 在 BD 上, 联结 CF .



(1) 求证: $AD \cdot DE = AC \cdot DC$;

(2) 如果 $AD \cdot CE = DF \cdot DB$, 求证: 四边形 $DFCE$ 为梯形.

24. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知抛物线 $y = x^2 - 2(m+1)x + 2m - 3$ 的顶点为 A , 与 y 轴相交于点 B , 异于顶点 A 的点 $C(2, n)$ 在该抛物线上.



(1) 如图, 点 B 的坐标为 $(0, 1)$

①求点 A 的坐标和 n 的值;

②将抛物线向上平移后的新抛物线与 x 轴的一个交点为 D , 顶点 A 移至点 A_1 , 如果四边形 $DCAA_1$ 为平行四边形, 求平移后新抛物线的表达式;

(2) 直线 AC 与 y 轴相交于点 E , 如果 $BC \parallel AO$ 且点 B 在线段 OE 上, 求 m 的值.

25. 如图 1, 在菱形 $ABCD$ 中, $AB = 2\sqrt{5}$, 点 P 在对角线 BD 上, $\tan \angle DBC = \frac{1}{2}$, $\odot O$ 是 $\triangle PAB$ 的外接圆, 点 B 与点 P 之间的距离记为 m .

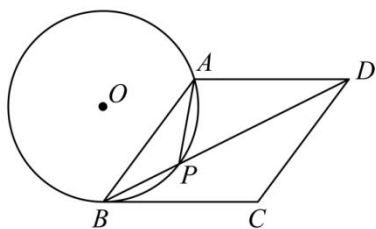


图1

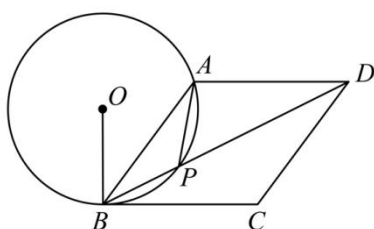
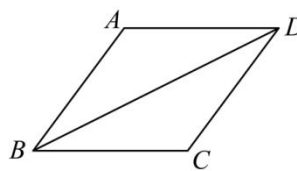


图2



备用图

(1) 如图 2, 当 $PA = PB$ 时, 联结 OB , 求证: $OB \perp BC$;

(2) 延长 AP 交射线 BC 于点 Q , 如果 $\triangle ABQ$ 是直角三角形, 求 PQ 的长;

(3) 当圆心 O 在菱形 $ABCD$ 外部时, 用含 m 的代数式表示 $\odot O$ 的半径, 并直接写出 m 的取值范围.

