

# 2023 年上海市普陀区中考数学二模试卷

## 第 I 卷 (选择题)

一、选择题 (本大题共 16 小题, 共 54.0 分. 在每小题列出的选项中, 选出符合题目的一项)

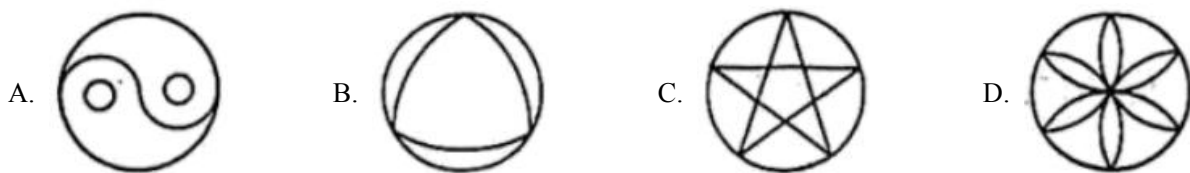
1. 实数  $-\frac{1}{2}$  的相反数是 ( )

- A.  $\frac{1}{2}$                       B.  $-\frac{1}{2}$                       C. 2                      D. -2

2. 抛掷两枚均匀的骰子, 下列事件是随机事件的是 ( )

- A. 点数和为 1                      B. 点数和为 2                      C. 点数和为 13                      D. 点数和比 1 大

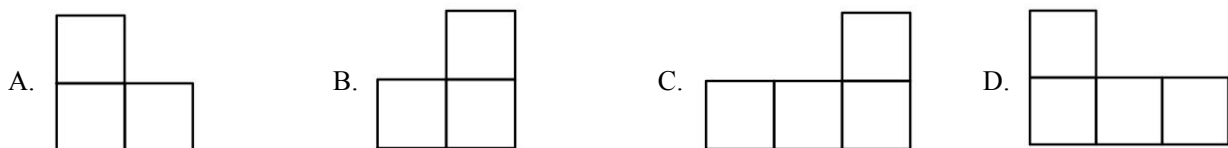
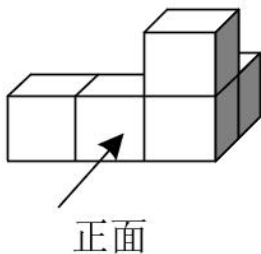
3. 下列图形中, 既是中心对称图形又是轴对称图形的是 ( )



4. 下列计算结果正确的是 ( )

- A.  $a^2 + 3a^3 = 4a^4$                       B.  $3a^3 \cdot a^2 = 3a$                       C.  $3a^6 \div a^3 = 3a^2$                       D.  $(3a^3)^2 = 9a^6$

5. 如图所示的几何体的左视图是 ( )



6. 若点  $A(a, y_1)$ ,  $B(a+1, y_2)$  都在反比例函数  $y = -\frac{k^2+1}{x}$  ( $k$  是常数) 的图象上, 且  $y_1 > y_2$ , 则  $a$  的范围是 ( )

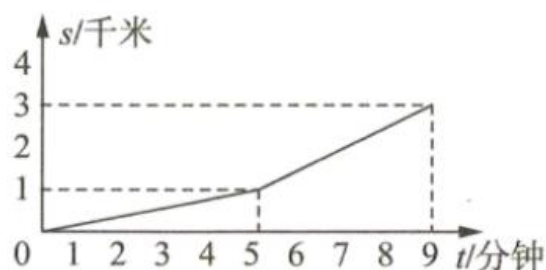
- A.  $a < -1$                       B.  $a > 0$                       C.  $-1 < a < 0$                       D.  $-1 \leq a \leq 0$

7. 某班甲、乙、丙、丁四个人站一横排照毕业相, 则甲、乙两人恰好相邻的概率是 ( )

- A.  $\frac{1}{2}$                       B.  $\frac{1}{4}$                       C.  $\frac{1}{6}$                       D.  $\frac{1}{8}$

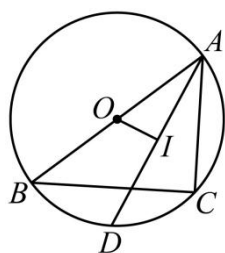
8. 小明从家骑车上学, 先上坡到达 A 地后再下坡到达学校, 所用的时间与路程如图所示. 如果返回时, 上下

坡的速度仍然保持不变，那么他从学校回到家需要的时间是（ ）。



- A. 8.6 分钟                      B. 9 分钟                      C. 12 分钟                      D. 16 分钟

9. 如图， $AB$  为  $\odot O$  直径， $\triangle ABC$  内接于  $\odot O$ ， $I$  为  $\triangle ABC$  内心， $AI$  交圆于  $D$ ，且  $OI \perp AD$  于  $I$ ，则  $\sin \angle CAD$  的值为（ ）



- A.  $\frac{1}{2}$                       B.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$                       C.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$                       D.  $\frac{\sqrt{5}}{4}$

10. 已知一次函数  $y = x - 3$  与反比例函数  $y = \frac{5}{x}$  的图象交于  $(a, b)$ ， $(c, d)$  两点，则代数式

$a^3 + 15c + ab - d$  的值是（ ）

- A. 65                      B. -46                      C. 35                      D. -36

11. 下列实数中，是有理数的为（ ）

- A.  $\sqrt{2}$                       B.  $\sqrt[3]{4}$                       C.  $\pi$                       D. 0

12. 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ ，若  $\sin \angle A = \frac{2}{3}$ ，则  $\cos B =$ （ ）

- A.  $\frac{2}{3}$                       B.  $\frac{\sqrt{5}}{3}$                       C.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$                       D.  $\frac{\sqrt{5}}{2}$

13. 一次函数  $y = 2x - 3$  的图象不经过的象限是（ ）

- A. 一                      B. 二                      C. 三                      D. 四

14. 如果一组数据 3、4、5、6、x、8 的众数是 4，那么这组数据的中位数是（ ）

- A. 4                      B. 4.5                      C. 5                      D. 5.5

15. 下列关于圆的说法中，正确的是（ ）

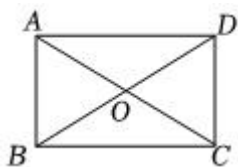
A. 过三点可以作一个圆

B. 相等的圆心角所对的弧相等

C. 平分弦的直径垂直于弦

D. 圆的直径所在的直线是它的对称轴

16. 如图，在矩形  $ABCD$  中，对角线  $AC$ 、 $BD$  交于点  $O$ ， $\angle AOD = 120^\circ$ ，矩形  $ABCD$  的面积是  $9\sqrt{3}$ ，那么这个矩形的周长是（ ）



A.  $3+3\sqrt{3}$

B.  $4+4\sqrt{3}$

C.  $6+6\sqrt{3}$

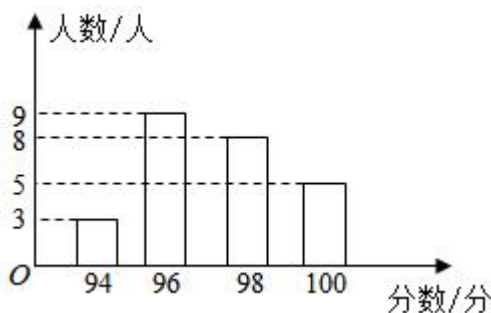
D.  $8+8\sqrt{3}$

## 第 II 卷（非选择题）

### 二、填空题（本大题共 18 小题，共 66.0 分）

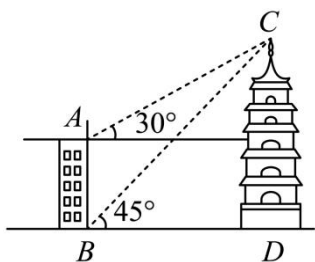
17. 计算  $\sqrt{(-5)^2}$  的结果是\_\_\_\_\_.

18. 某校组织防疫知识大赛，25 名参赛同学的得分情况如图所示，这组数据的中位数是\_\_\_\_\_.



19. 计算  $\frac{2}{x-2} - \frac{4x}{x^2-4}$  的结果是\_\_\_\_\_.

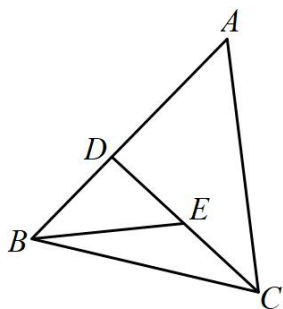
20. 如图，为了测量某风景区内一座古塔  $CD$  的高度，某校数学兴趣小组的同学分别在古塔对面的高楼  $AB$  的底部  $B$  和顶部  $A$  处分别测得古塔顶部  $C$  的仰角分别为  $45^\circ$  和  $30^\circ$ ，已知高楼  $AB$  的高为  $24\text{m}$ ，则古塔  $CD$  的高度为是\_\_\_\_\_  $\text{m}$  ( $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{2} \approx 1.414$ ，结果保留一位小数).



21. 抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  开口向上，且过  $(-1, 0)$ ，下列结论中正确的是\_\_\_\_\_ (填序号即可).

- ①若抛物线过 $(3,0)$ ，则 $b+2a=0$ ；
- ②若 $b=-4a$ ，则不等式 $ax+bx+c < c$ 的解为 $0 < x < 5$ ；
- ③若 $3a < c$ ， $M(x_1, y_1)$ 、 $N(x_2, y_2)$ 为抛物线上两点，则 $-2 < x_2 < x_1$ 时 $y_1 > y_2$ ；
- ④若抛物线过 $(m,0)$ ，且 $m > 3$ ，则抛物线的顶点一定在 $y = -4a$ 的下方.

22. 如图， $\triangle ABC$ 中， $CD \perp AB$ 于 $D$ ， $E$ 为 $CD$ 中点， $\angle ACD = \angle DBE$ ， $AC = 30$ ， $AB = 34$ ，则  
 $BE =$ \_\_\_\_\_.



23. 函数 $y = \sqrt{x-3}$ 的定义域是\_\_\_\_\_.

24. 正九边形的中心角等于\_\_\_\_\_度.

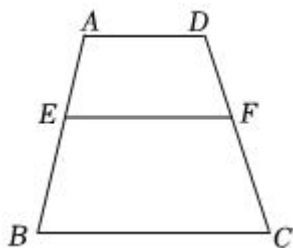
25. 已知正比例函数 $y = kx$  ( $k \neq 0$ ) 的图象经过点 $(2, -4)$ ，那么函数值 $y$ 随自变量 $x$ 的值的增大而\_\_\_\_\_. (填“增大”或“减小”)

26. 在平面直角坐标系 $xOy$ 中，点 $A(1, 4)$ 关于抛物线 $y = a(x+2)^2$ 的对称轴对称的点的坐标是\_\_\_\_\_.

27. 2023年是农历的癸卯年，生肖兔 (rabbit)，字母b出现的概率是\_\_\_\_\_.

28. 已知一个40个数据的样本，把它分成6组，第一组到第四组的频数分别是10、5、7、6，第五组的频率是0.1，那么第六组的频数是\_\_\_\_\_.

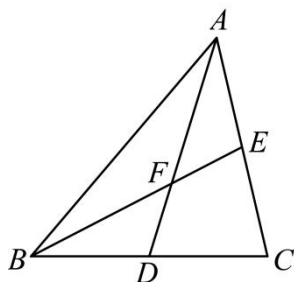
29. 如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $E$ 、 $F$ 分别是 $AB$ 、 $DC$ 上的点， $EF \parallel BC$ ，如果 $\frac{AE}{BE} = \frac{2}{3}$ ， $AD = 4$ ， $BC = 9$ ，那么 $EF$ 的长为\_\_\_\_\_.



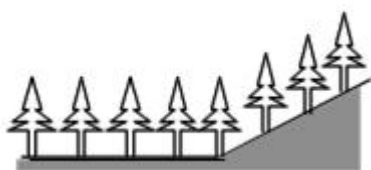
30. 已知矩形 $ABCD$ ， $AB = 5$ ， $BC = 12$ ，以点 $A$ 为圆心，10为半径画圆，那么点 $C$ 的位置是在 $\odot A$ \_\_\_\_\_.

31. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，中线 $AD$ 、 $BE$ 交于点 $F$ ，设 $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ ，那么向量 $\overrightarrow{AF}$ 用向量 $\vec{a}$ ， $\vec{b}$ 表

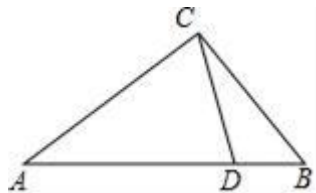
示为\_\_\_\_\_.



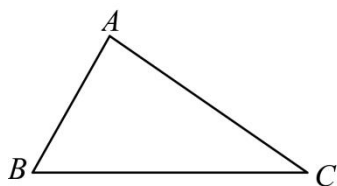
32. 如图，在平地上种植树木时，要求株距（相邻两树间的水平距离）为  $4\text{m}$ ，如果在坡比为  $i = 1 : \frac{4}{3}$  的山坡上种树，也要求株距为  $4\text{m}$ ，那么相邻两树间的坡面距离为\_\_\_\_\_米.



33. 从三角形（非等腰三角形）一个顶点引出一条射线与对边相交，该顶点与该交点间的线段把这个三角形分割成两个小三角形，如果其中一个小三角形是等腰三角形，另一个与原三角形相似，那么我们把这条线段叫做这个三角形的完美分割线，如图，在  $\triangle ABC$  中， $DB = 1$ ， $BC = 2$ ， $CD$  是  $\triangle ABC$  的完美分割线，且  $\triangle ACD$  是以  $CD$  为底边的等腰三角形，则  $CD$  的长为\_\_\_\_\_.

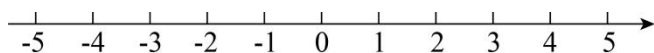


34. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $AB = 4$ ， $BC = 7$ ， $\angle B = 60^\circ$ ，点  $D$  在边  $BC$  上，联结  $AD$ ，将  $\triangle ACD$  沿直线  $AD$  翻折后，点  $C$  的对应点为点  $E$ ，如果  $\angle CDE = 90^\circ$ ，那么点  $E$  到直线  $BD$  的距离为\_\_\_\_\_.



### 三、解答题（本大题共 15 小题，共 150.0 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

35. 解不等式组  $\begin{cases} x + 2 > -1 \text{ ①} \\ 3x - 4 \leq x \text{ ②} \end{cases}$  请按下列步骤完成解答：



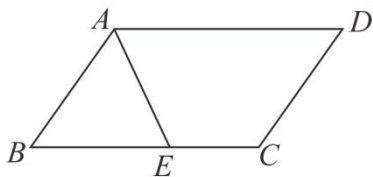
(1) 解不等式①，得\_\_\_\_\_；

(2) 解不等式②，得\_\_\_\_\_；

(3) 把不等式①和②的解集在数轴上表示出来;

(4) 原不等式组的解集为\_\_\_\_\_.

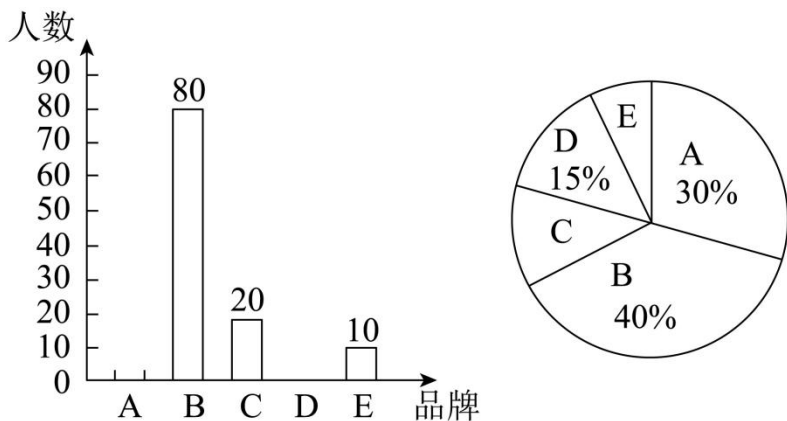
36. 已知:  $ABCD$  中,  $\angle B = 52^\circ$ ,  $AE$  平分  $\angle BAD$  交  $BC$  于  $E$  点.



(1) 求  $\angle BAD$  的度数;

(2) 求  $\angle AEC$  的度数.

37. 为了了解小区居民骑五种品牌共享单车的情况 (五种品牌分别用  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $E$  表示), 某校九 (8) 班同学在小区街头随机调查了一些骑共享单车出行的居民, 并将他们对五种品牌单车的选择情况绘制成如下两个不完整的统计图.



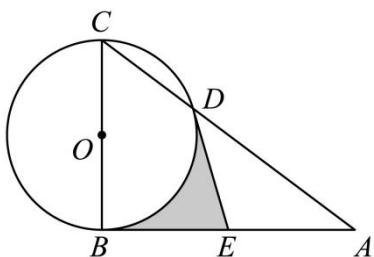
请根据图中提供的信息, 解答下列问题:

(1) 本次抽样调查的样本容量是\_\_\_\_\_,  $C$  品牌所在扇形的圆心角的大小是\_\_\_\_\_;

(2) 补全条形统计图;

(3) 若本街道有 12000 名居民骑共享单车出行, 根据调查数据估计本街道有多少居民选择  $B$  品牌单车?

38. 如图,  $BC$  为  $\odot O$  直径,  $AB$  切  $\odot O$  于  $B$  点,  $AC$  交  $\odot O$  于  $D$  点,  $E$  为  $AB$  中点.



(1) 求证:  $DE$  是  $\odot O$  的切线;

(2) 若  $\angle A = 30^\circ$ ,  $BC = 4$ , 求阴影部分的面积.

39. 如图, 在由边长为 1 的小正方形组成的正方形网格中,  $A$ 、 $B$  为格点,  $M$  为  $AB$  与网格横线的交点, 请

仅用无刻度直尺，在给定的网格中依次完成下列画图，过程线用虚线，结果线用实线.

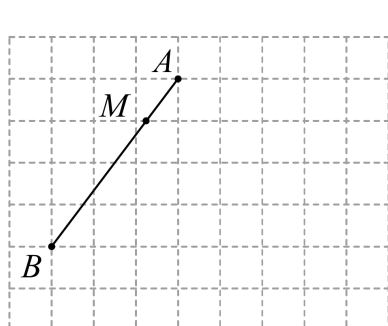


图1

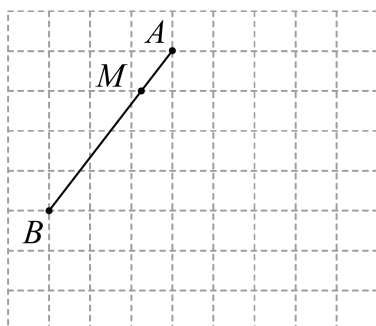
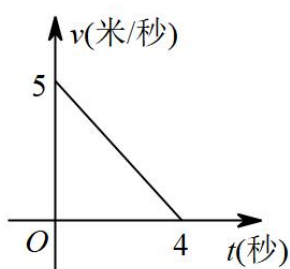


图2

- (1) 在图 1 中找格点  $C$ 、 $D$ ，使四边形  $ABCD$  是菱形；
  - (2) 在图 1 中画点  $M$  关于直线  $AC$  的对称点  $M'$ ；
  - (3) 在图 2 中找格点  $C$ ，使四边形  $BCNM$  为矩形；
  - (4) 在图 2 中画  $MN$  的垂直平分线.
40. 一个小球以初始速度  $v_0 = 5$  米/秒运动，并且均匀减速，4 秒后停止运动，下左图是第  $t$  秒末的速度  $v_1$  (米/秒) 与运动时间  $t$  (秒) 的函数图像，已知某一时间段内小球运动的路程  $s$  (米) 等于这一时间段内的平均速度与时长的积.



- (1) 求  $v_1$  与  $t$  的函数关系式，并求  $t$  的取值范围；
  - (2) 求前  $t$  秒所运动的路程  $s$  与  $t$  的函数关系式，并求小球运动的最大路程；
  - (3) 求小球在第 3 秒到第 4 秒运动的路程.
41. [问题背景] (1) 如图 1， $C$  为  $BG$  上一点， $\angle B = \angle ACD = \angle G$ ，求证：  $\frac{DG}{BC} = \frac{CG}{AB}$ ；

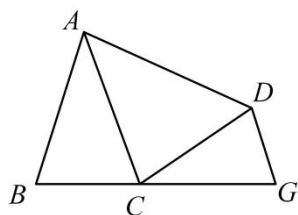


图1

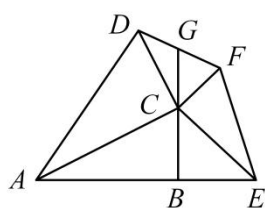


图2

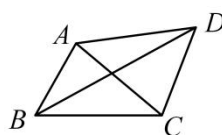


图3

[变式迁移] (2) 如图 2， $\triangle ACE$  中， $CB \perp AE$  于  $B$ ，以  $C$  为直角顶点在  $BC$  两侧分别作  $Rt\triangle ACD$  和

$Rt\triangle ECF$ ，且  $\frac{CD}{CA} = \frac{CF}{CE} = k$ ，连  $DF$  交  $BC$  延长线于  $G$ ，求证：  $GD = GF$ ；

[拓展创新] (3) 如图 3，  $AB = 3$ ，  $BC = 8$ ，  $\angle ADC = 2\angle ABD = 2\angle CBD = 60^\circ$ ，直接写出  $BD$  的长.

42. 已知抛物线  $C_1: y = ax^2 - 2ax + c$  经过点  $(2, 3)$ ，与  $x$  轴交于  $A(-1, 0)$ 、 $B$  两点.

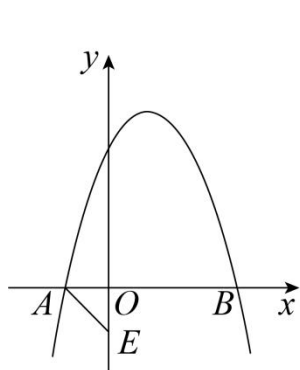


图 1

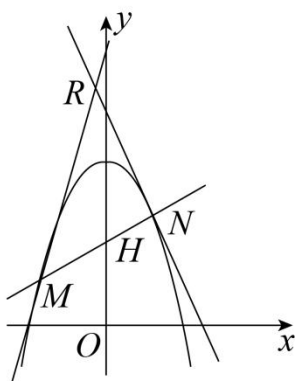


图 2

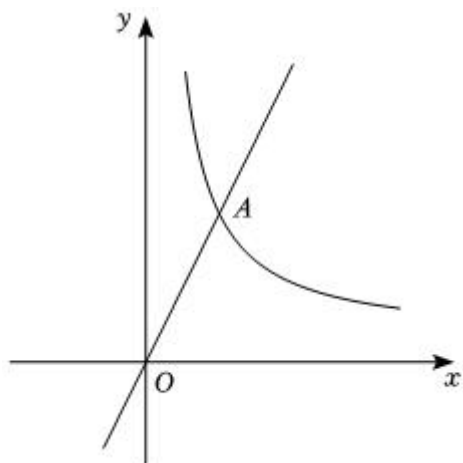
(1) 求抛物线  $C_1$  的解析式；

(2) 如图 1，已知  $E(0, -1)$ ，以  $A$ 、 $E$ 、 $C$ 、 $D$  为顶点作平行四边形，若  $C$ 、 $D$  两点都在抛物线上，求  $C$ 、 $D$  两点的坐标；

(3) 如图 2，将抛物线  $C_1$  沿  $x$  轴平移，使其顶点在  $y$  轴上，得到抛物线  $C_2$ ，过定点  $H(0, 2)$  的直线交抛物线  $C_2$  于  $M$ 、 $N$  两点，过  $M$ 、 $N$  的直线  $MR$ 、 $NR$  与抛物线  $C_2$  都只有唯一公共点，求证：  $R$  点在定直线上运动.

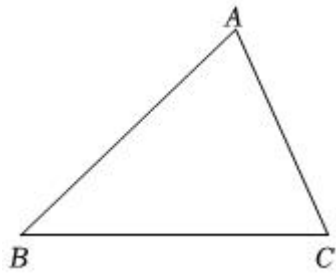
43. 计算：  $|\sqrt{3} - 3| - \tan^2 60^\circ + 2^{-2} + \frac{2}{\sqrt{3} + 1}$ .

44. 如图，在平面直角坐标系  $xOy$  中，正比例函数  $y = 2x$  的图像与反比例函数  $y = \frac{m}{x}$  的图像交于点  $A$ ，点  $A$  的纵坐标为 4.



- (1) 求反比例函数解析式；
- (2) 点  $B$  在反比例函数的图像上，且在点  $A$  右侧，过点  $B$  作  $BC \parallel y$  轴交正比例函数的图像于点  $C$ ，如果  $\triangle OBC$  的面积是 12，求点  $B$  的坐标.

45. 如图，已知  $\triangle ABC$  中，  $AB = BC = 5$ ，  $\tan \angle ABC = \frac{3}{4}$ .

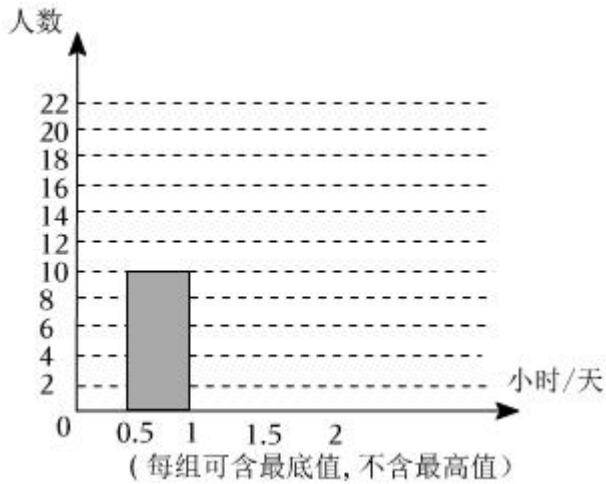


- (1) 求边  $AC$  的长；
- (2) 以点  $B$  为圆心的圆  $B$  与边  $AC$  相切时，求  $\odot B$  的半径长.
46. 小丽和小杰参与《初中学生阅读时间》的社会调查实践，小丽调查了 40 名文学社团学生的每天阅读时间，小杰从全校学生名单中随机抽取了 40 名学生，小丽与小杰整理各自样本数据，如表①所示，请根据上述信息，回答下列问题：

表① (每组可含最低值，不含最高值)

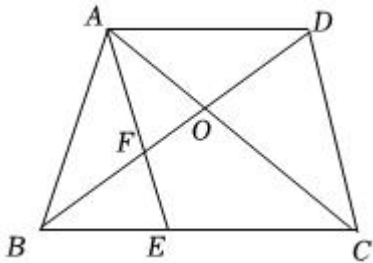
| 时间段<br>(小时 / 天) | 小丽抽样人数 | 小杰抽样人数 |
|-----------------|--------|--------|
| 0 ~ 0.5         | 6      | 22     |
| 0.5 ~ 1         | 10     | 10     |
| 1 ~ 1.5         | 16     | 6      |
| 1.5 ~ 2         | 8      | 2      |

- (1) 你认为小丽和小杰谁抽取的样本更具有代表性？答：\_\_\_\_\_；
- (2) 根据具有代表性的样本，把图中的频数分布直方图补画完整；



(3) 该校共有学生 800 名，请估计该校每天阅读时间不低于 1 小时的学生有多少名？

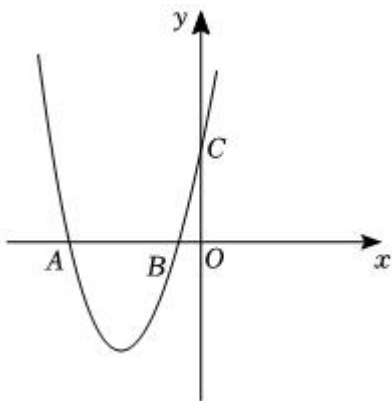
47. 如图，在等腰梯形  $ABCD$  中， $AD \parallel BC$ ， $AB = DC$ ，对角线  $AC$  与  $DB$  相交于点  $O$ ，点  $F$  在  $OB$  上，连接  $AF$ ，延长  $AF$  交边  $BC$  于点  $E$ ， $OD^2 = OF \cdot OB$ 。



(1) 求证：四边形  $AECD$  是平行四边形；

(2) 如果  $\angle BAE = \angle BCA$ ， $CE^2 = BE \cdot BC$ ，求证：四边形  $AECD$  是菱形。

48. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，如图，直线  $y = x + b$  与  $x$  轴交于点  $A$ ，与  $y$  轴交于点  $C$ 。抛物线  $y = ax^2 + 6ax + 5$  经过点  $A$  和点  $C$ ，与  $x$  轴交于另一点  $B$ 。



(1) 求这条抛物线的表达式；

(2) 求  $\tan \angle ACB$  的值；

(3) 点  $P$  为抛物线上一点，点  $Q$  为平面内一点，如果四边形  $APCQ$  是菱形，求点  $P$  的坐标。

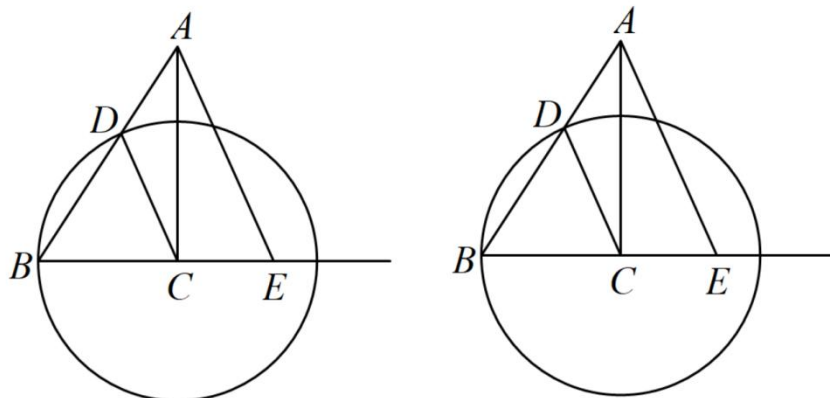
49. 如图，已知  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $BC=2$ ， $AC=3$ ，以点  $C$  为圆心、 $CB$  为半径的圆交  $AB$  于点  $D$ ，过点  $A$  作  $AE\parallel CD$ ，交  $BC$  延长线于点  $E$ 。

(1) 求  $CE$  的长；

(2)  $P$  是  $CE$  延长线上一点，直线  $AP$ 、 $CD$  交于点  $Q$ 。

①如果  $\triangle ACQ \sim \triangle CPQ$ ，求  $CP$  的长；

②如果以点  $A$  为圆心， $AQ$  为半径的圆与  $\odot C$  相切，求  $CP$  的长。



备用图

