

2022 学年第二学期徐汇区学习能力诊断卷初三数学试卷

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

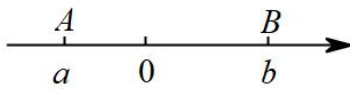
1. 下列互为倒数的^的是 ()

- A. 3 和 $\frac{1}{3}$ B. -2 和 2 C. 3 和 $-\frac{1}{3}$ D. -2 和 $\frac{1}{2}$

2. 下列运算结果错误的是 ()

- A. $m^2 \div m^3 = m^{-1}$ B. $(m^2)^3 = m^6$ C. $m^2 \cdot m^3 = m^5$ D. $m^2 + m^3 = m^5$

3. 如图, 数轴上的点 A 和点 B 分别在原点的左侧和右侧, 点 A、B 对应的实数分别是 a、b, 下列结论一定成立的是 ()



- A. $a+b < 0$ B. $b-a < 0$ C. $-2a > -2b$ D. $|a| > |b|$

4. 如果点 $(-2, y_1)$ 、 $(-1, y_2)$ 、 $(2, y_3)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k < 0$) 的图像上, 那么 ()

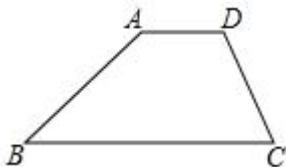
- A. $y_1 > y_2 > y_3$ B. $y_2 > y_1 > y_3$ C. $y_3 > y_1 > y_2$ D. $y_3 > y_2 > y_1$

5. 某校足球社团有 50 名成员, 下表是社团成员的年龄分布统计表, 对于不同的 m (m 为 0~14 的整数), 下列关于年龄的统计量不会发生改变的是 ()

年龄 (单位: 岁)	13	14	15	16	17
频数 (单位: 名)	12	15	m	$14-m$	9

- A. 平均数、中位数 B. 平均数、方差 C. 众数、中位数 D. 众数、方差

6. 如图, 在梯形 ABCD 中, 已知 $AD \parallel BC$, $AD=3$, $BC=9$, $AB=6$, $CD=4$, 分别以 AB、CD 为直径作圆, 这两圆的位置关系是 ()



- A. 内切 B. 外切 C. 相交 D. 外离

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. 计算: $4^{\frac{1}{2}} = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 已知 $f(x) = \frac{2}{x-1}$, 则 $f(\sqrt{3}) = \underline{\hspace{2cm}}$.

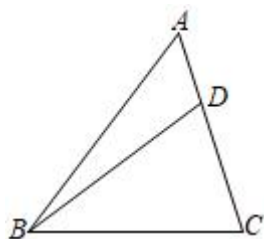
9. 根据电影发行方的数据, 电影《满江红》截至 2023 年 3 月 17 日, 以 4535000000 元的票房高居春节档前列, 数据 4535000000 用科学记数法表示为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

10. 方程组 $\begin{cases} x^2 - 3xy + 2y^2 = 0 \\ x + y = 3 \end{cases}$ 的解是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

11. 妈妈煮了 4 个汤圆, 分别是 2 个花生味和 2 个芝麻味, 小明随意吃两个恰好都是花生味的概率是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

12. 关于 x 的方程 $x^2 - 2x - m = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 m 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

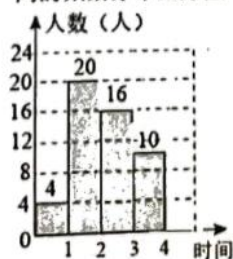
13. 如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 是边 AC 上一点, 且 $CD = 2AD$. 设 $\overrightarrow{BA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$, 那么向量 $\overrightarrow{BD} = \underline{\hspace{2cm}}$. (用 $x\vec{a} + y\vec{b}$ 的形式表示, 其中 x, y 为实数)



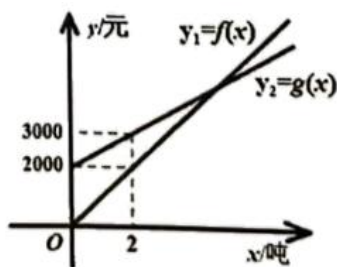
14. 为了了解学生在家做家务情况, 某校对部分学生进行抽样调查, 并绘制了如图所示的频数分布直方图 (每组数据含最小值, 不含最大值). 如果该校有 1500 名学生, 估计该校平均每周做家务的时间少于 2 小时的学生人数约是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 人.

部分学生平均每周做家务时

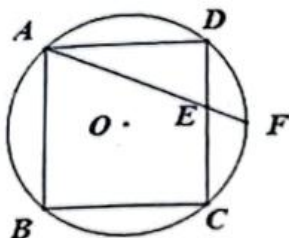
间的频数分布直方图



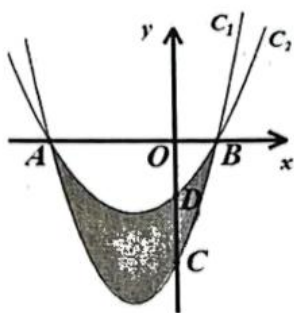
15. 某公司产品的销售收入 y_1 元与销售量 x 吨的函数关系记为 $y_1 = f(x)$, 销售成本 y_2 与销售量 x 的函数关系记为 $y_2 = g(x)$, 两个函数的图像如图所示. 当销售收入与销售成本相等时, 销售量 x 为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 吨.



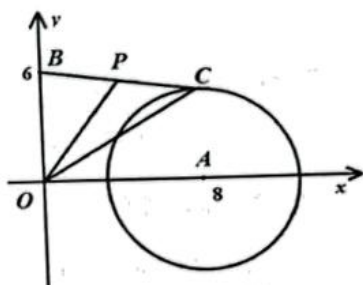
16. 如图, 已知 $\odot O$ 的内接正方形 $ABCD$, 点 F 是 $\widehat{CD}$ 的中点, AF 与边 DC 交于点 E , 那么 $\frac{EF}{AE} = \underline{\hspace{2cm}}$.



17. 如图, 抛物线 $C_1: y = x^2 + 2x - 3$ 与抛物线 $C_2: y = ax^2 + bx + c$ 组成一个开口向上的“月牙线”, 抛物线 C_1 和抛物线 C_2 与 x 轴有着相同的交点 A, B (点 B 在点 A 右侧), 与 y 轴的交点分别为 C, D . 如果 $BD = CD$, 那么抛物线 C_2 的表达式是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



18. 如图, 在直角坐标系中, 已知点 $A(8, 0)$ 、点 $B(0, 6)$, $\odot A$ 的半径为 5, 点 C 是 $\odot A$ 上的动点, 点 P 是线段 BC 的中点, 那么 OP 长的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

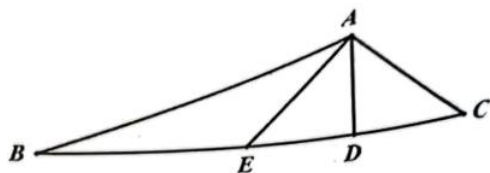


三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. 先化简: $\left(\frac{1}{x+3} - 1\right) \div \frac{x^2 - 4}{x^2 + 6x + 9}$, 然后从 -3 、 -2 、 0 、 2 、 3 中选一个数代入求值.

20. 解不等式组:
$$\begin{cases} 3x+6 \geq 5(x-2) \\ 1-\frac{x-2}{3} \leq \frac{2x-1}{2} \end{cases}$$

21. 如图, AD 、 AE 分别是 $\triangle ABC$ 边 BC 上的高和中线, 已知 $BC=8$, $\tan B = \frac{1}{3}$, $\angle C = 45^\circ$.



- (1) 求 AD 的长;
- (2) 求 $\sin \angle BAE$ 的值.

22. 小明家的花洒的实景图及其侧面示意图分别如图 1、图 2 所示, 花洒安装在离地面高度 160 厘米的 A 处, 花洒 AD 的长度为 20 厘米.



图1

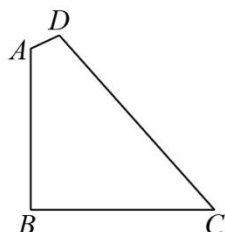
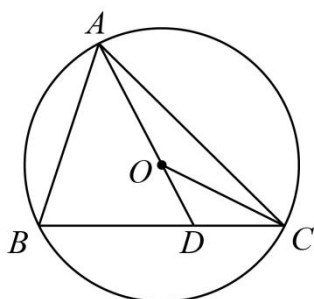


图2

- (1) 已知花洒与墙面所成的角 $\angle BAD = 120^\circ$, 求当花洒喷射出的水流 CD 与花洒 AD 成 90° 的角时, 水流喷射到地面的位置点 C 与墙面的距离. (结果保留根号)
- (2) 某店铺代理销售这种花洒, 上个月的销售额为 2400 元, 这个月由于店铺举行促销活动, 每个花洒的价格比上个月便宜 20 元, 因此比上个月多卖出 8 个的同时销售额也上涨了 400 元, 求这个此款花洒的原价是多少元?

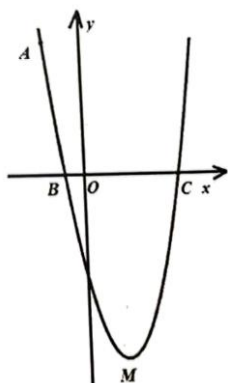
23. 如图, 已知 $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, 连接 AO 并延长交边 BC 于点 D , 连接 OC , 且 $DC^2 = OD \cdot AD$.



- (1) 求证: $AC = BC$;
- (2) 当 $AB = AD$ 时, 过点 A 作边 BC 的平行线, 交 $\odot O$ 于点 E , 连接 OE 交 AC 于点 F . 请画出相应的

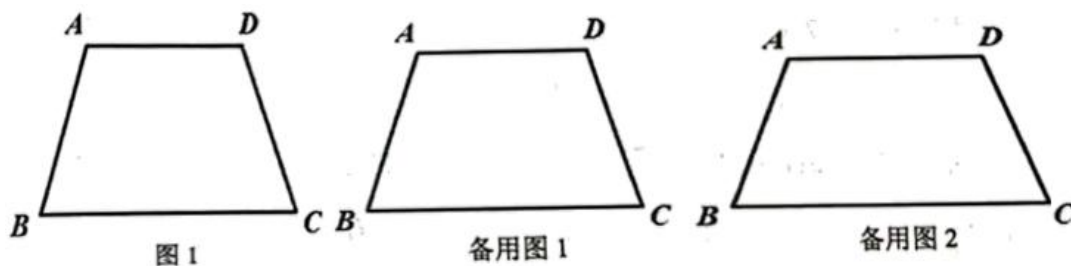
图形，并证明： $AD \cdot AE = BC \cdot EF$.

24. 如图，已知抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 经过点 $A(-2, 7)$ ，与 x 轴交于点 B 、 $C(5, 0)$.



- (1) 求抛物线的顶点 M 的坐标；
- (2) 点 E 在抛物线的对称轴上，且位于 x 轴的上方，将 $\triangle BCE$ 沿直线 BE 翻折，如果点 C 的对应点 F 恰好落在抛物线的对称轴上，求点 E 的坐标；
- (3) 点 P 在抛物线的对称轴上，点 Q 是抛物线上位于第四象限内的点，当 $\triangle CPQ$ 为等边三角形时，求直线 BQ 的表达式.

25. 已知：如图 1，四边形 $ABCD$ 中， $AB = AD = CD$ ， $\angle B = \angle C < 90^\circ$.



- (1) 求证：四边形 $ABCD$ 是等腰梯形；
- (2) 边 CD 的垂直平分线 EF 交 CD 于点 E ，交对角线 AC 于点 P ，交射线 AB 于点 F .
 - ①当 $AF = AP$ 时，设 AD 长为 x ，试用 x 表示 AC 的长；
 - ②当 $BF = DE$ 时，求 $\frac{AD}{BC}$ 的值.

