

5 上海市金山区 2023 届初三一模数学试卷

一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 共 24 分)

1. 下列 y 关于 x 的函数中, 属于二次函数的是 ()

- A. $y = 2x + 1$ B. $y = \frac{2}{x}$ C. $y = 3x^2 + 1$ D. $y = \sqrt{x^2 + 1}$

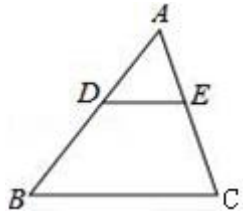
2. 下列各组中的四条线段成比例的是 ()

- A. 1cm, 2cm, 3cm, 4cm B. 2cm, 3cm, 4cm, 5cm
C. 3cm, 4cm, 6cm, 9cm D. 2cm, 3cm, 4cm, 6cm

3. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 3$, $BC = 4$, $\tan B =$ ()

- A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{3}$

4. 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D、E 分别在边 AB、AC 上, 如果 $AD = 2$, $BD = 4$, 那么由下列条件能够判断 $DE \parallel BC$ 的是 ()

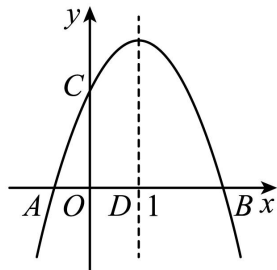


- A. $\frac{AE}{AC} = \frac{1}{2}$ B. $\frac{DE}{BC} = \frac{1}{3}$ C. $\frac{AE}{AC} = \frac{1}{3}$ D. $\frac{DE}{BC} = \frac{1}{2}$

5. 已知 $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ 是非零向量, 下列条件中不能判定 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ 的是 ()

- A. $\vec{a} \parallel \vec{c}$, $\vec{b} \parallel \vec{c}$ B. $\vec{a} = 3\vec{b}$ C. $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ D. $\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{c}$, $\vec{b} = -2\vec{c}$

6. 如图, 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于 A、B 两点, 与 y 轴交于点 C, 对称轴直线 $x = 1$ 与 x 轴交于点 D, 若 $OA < OD$, 那么下列判断正确的是 ()



- A. $a + b + c < 0$ B. $a - b + c > 0$ C. $2a + b + c < 0$ D. $9a + 3b + c < 0$

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 共 48 分)

7. 已知 $\frac{a}{b} = \frac{4}{3}$, 则 $\frac{a-b}{b} =$ _____.

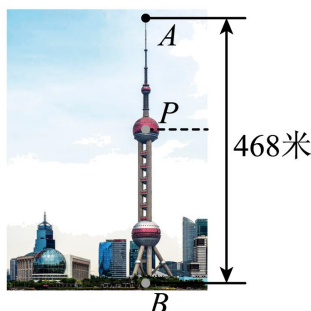
8. 已知 $f(x) = x^2 - 2x + 3$, 那么 $f(2) =$ _____.

9. 已知 α 是锐角, 且 $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 那么 $\alpha =$ _____.

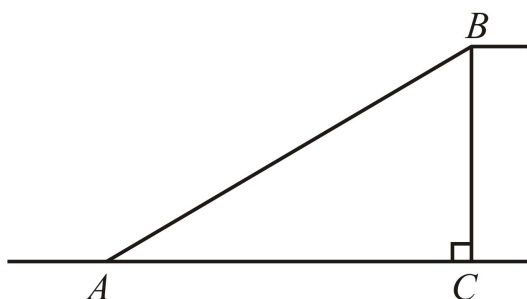
10. 将抛物线 $y = 2(x+4)^2$ 向右平移 3 个单位, 得到新抛物线的表达式是_____.

11. 抛物线 $y = (k+2)x^2 - 3x - 1$ 有最高点, 那么 k 的取值范围是_____.

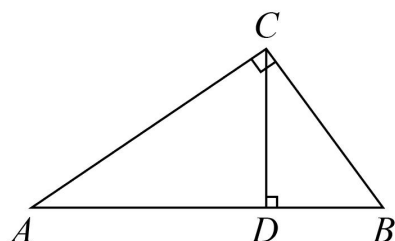
12. 如图, 已知上海东方明珠电视塔塔尖 A 到地面底部 B 的距离是 468 米, 第二球体点 P 处恰好是整个塔高的一个黄金分割点 (点 A 、 B 、 P 在一直线), 且 $BP > AP$, 那么底部 B 到球体 P 之间的距离是_____米 (结果保留根号)



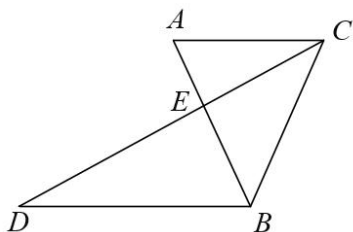
13. 某商场营业厅自动扶梯的示意图如图所示, 自动扶梯 AB 坡度 $i = 1:\sqrt{3}$, 自动扶梯 AB 的长度为 12 米, 那么大厅两层之间的高度 $BC =$ _____米.



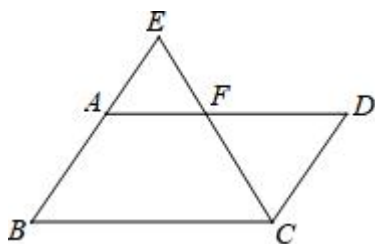
14. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $CD \perp AB$, $\tan \angle DCB = \frac{3}{4}$, $AC = 12$, 则 $BC =$ _____.



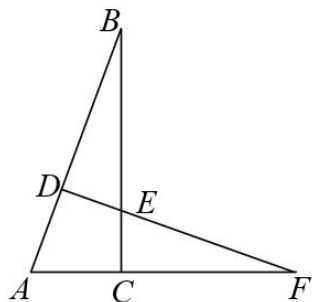
15. 如图, AB 与 CD 相交于点 E , $AC \parallel BD$, 联结 BC , 若 $AE = 2, BE = 3$, 设 $\overrightarrow{AC} = \vec{a}$, $\overrightarrow{ED} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{BC} =$ _____ (用含 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的式子表示)



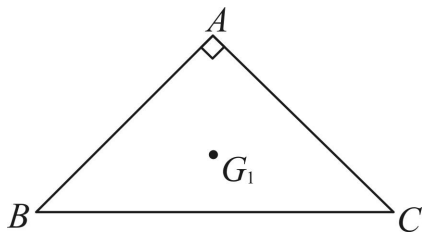
16. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， F 是边 AD 上的一点，射线 CF 和 BA 的延长线交于点 E ，如果 $C_{\triangle EAF} : C_{\triangle CDF} = 1:2$ ，那么 $S_{\triangle EAF} : S_{\text{四边形}ABCF} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



17. 我们把将一个三角形面积分为相等的两个部分的直线称为美丽线. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ，直线 DE 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的一条美丽线，直线 DE 分别交边 AB 、 BC 于点 D 、 E ，交 AC 延长线于点 F ，当 $DE \perp AB$, $BD = 2AD$ 时，那么 $\cos F$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



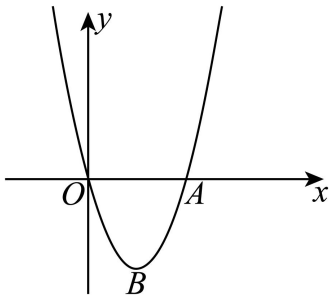
18. 如图， $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形， $\angle A = 90^\circ$ ， $AB = 6$ ， G_1 为 $\triangle ABC$ 的重心， E 为线段 AB 上任意一动点，以 CE 为斜边作等腰 $\text{Rt}\triangle CDE$ （点 D 在直线 BC 的上方）， G_2 为 $\text{Rt}\triangle CDE$ 的重心，设 G_1 、 G_2 两点的距离为 d ，那么在点 E 运动过程中 d 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



三、解答题（本大题共 7 题，共 10+10+10+10+12+12+14=78 分）

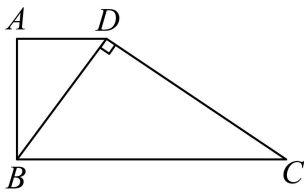
19. 计算： $\frac{4\sin^2 45^\circ - \tan 45^\circ}{2\cos 60^\circ} + 2\cot 30^\circ \cdot \sin 60^\circ$ 。

20. 如图，已知抛物线 $y = a(x-2)^2 - 4$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于原点 O 与点 A ，顶点为点 B 。



- (1) 求抛物线的表达式以及点 A 的坐标;
- (2) 已知点 $P(2, m)$ ($m > 0$), 若 $\triangle PAB$ 的面积为 6, 求点 P 的坐标.

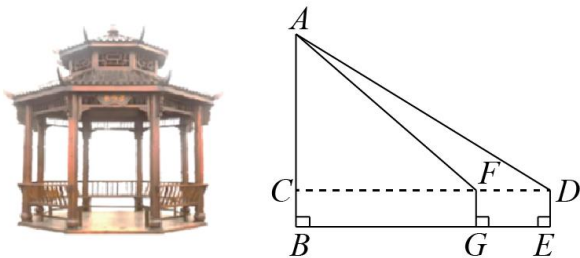
21. 如图, 已知在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle A = 90^\circ$, $AD = 2$, $BC = 6$, BD 是对角线, $BD \perp DC$.



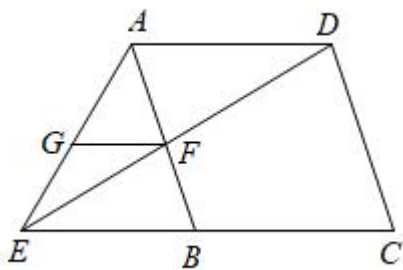
- (1) 求证: $\triangle ABD \sim \triangle DCB$;
- (2) 求 CD 的长.

22. 如图, 小睿为测量公园的一凉亭 AB 的高度, 他先在水平地面点 E 处用高 1.5m 的测角仪 DE 测得顶部 A 的仰角为 31° , 然后沿 EB 方向向前走 3m 到达点 G 处, 在点 G 处用高 1.5m 的测角仪 FG 测得顶部 A 的仰角为 42° . 求凉亭 AB 的高度 ($AB \perp BE$, $DE \perp BE$, $FG \perp BE$, 结果精确到 0.1m).

(参考数据: $\sin 31^\circ \approx 0.52$, $\cos 31^\circ \approx 0.86$, $\tan 31^\circ \approx 0.60$, $\sin 42^\circ \approx 0.67$, $\cos 42^\circ \approx 0.74$, $\tan 42^\circ \approx 0.90$)



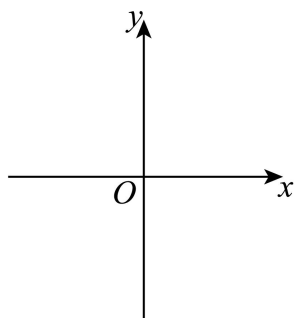
23. 如图, 已知菱形 $ABCD$ 中, 点 E 在边 CB 延长线上, 联结 DE 交边 AB 于点 F , 联结 AE , 过点 F 作 $FG \parallel BE$ 交 AE 于点 G .



(1) 求证: $FG = BF$;

(2) 联结 AC 交 DE 于点 O , 联结 BO , 当 $\angle FOB = \angle DAO$ 时, 求证: $DO^2 = AB \cdot GF$.

24. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx - 3$ 经过点 $A(1, 0)$, $B(-2, -3)$, 顶点为点 P , 与 y 轴交于点 C .



(1) 求该抛物线的表达式以及顶点 P 的坐标;

(2) 将抛物线向上平移 $m(m > 0)$ 个单位后, 点 A 的对应点为点 M , 若此时 $MB \parallel AC$, 求 m 的值;

(3) 设点 D 在抛物线 $y = ax^2 + bx - 3$ 上, 且点 D 在直线 BC 上方, 当 $\angle DBC = \angle BAC$ 时, 求点 D 的坐标.

25. 已知平行四边形 $ABCD$ 中, $AB = 3\sqrt{5}$, $\tan \angle ABC = 2$, $BC = 5$, 点 P 是对角线 BD 上一动点, 作 $\angle EPD = \angle ABC$, 射线 PE 交射线 BA 于点 E , 联结 AP .

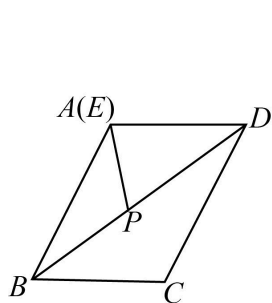


图1

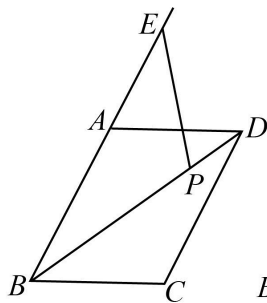
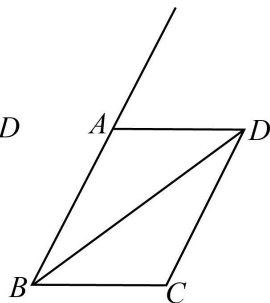


图2



备用图

(1) 如图 1, 当点 E 与点 A 重合时, 证明: $\triangle ABP \sim \triangle BCD$;

(2) 如图 2, 点 E 在 BA 的延长线上, 当 $EP = AD$ 时, 求 AE 的长;

(3) 当 $\triangle APE$ 是以 AP 为底的等腰三角形时, 求 AE 的长.

