

2022-2023 学年度学生学习能力诊断练习

初三数学

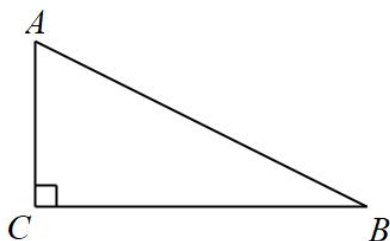
(满分 150 分, 时间 100 分钟)

一、选择题: 本题共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 如果某个斜坡的坡度是 $1:\sqrt{3}$, 那么这个斜坡的坡角为 ()

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°

2. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 1$, $BC = 2$, 那么 $\cos A$ 的值为 ()

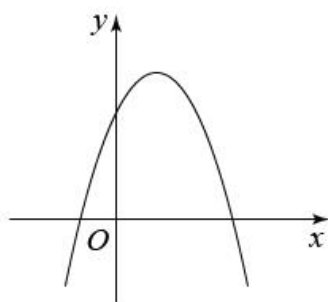


- A. $\frac{1}{2}$ B. 2 C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $\frac{2}{5}\sqrt{5}$

3. 已知抛物线 $y = (2-a)x^2 + 1$ 有最低点, 那么 a 的取值范围是 ()

- A. $a > 0$ B. $a < 0$ C. $a > 2$ D. $a < 2$

4. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图像如图所示, 那么下列四个结论中, 错误的是 ()



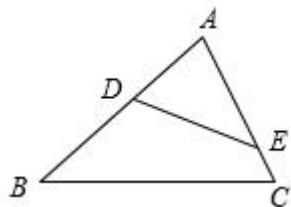
- A. $a < 0$ B. $b < 0$ C. $c > 0$ D. $abc < 0$

5. 如果点 $A(-2, y_1)$ 与点 $B(-3, y_2)$ 都在抛物线 $y = x^2 + k$ 上, 那么 y_1 和 y_2 的大小关系是 ()

- A. $y_1 > y_2$ B. $y_1 < y_2$ C. $y_1 = y_2$ D. 不能确定

6. 如图, 点 D 、 E 分别在 $\triangle ABC$ 边 AB 、 AC 上, $\frac{AB}{AD} = \frac{AE}{CE} = 3$, 且 $\angle AED = \angle B$, 那么

$\frac{AD}{AC}$ 的值为 ()



- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{2}{3}$

二、填空题 (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

7. 已知线段 b 是线段 a 、 c 的比例中项, 且 $a = 2$, $c = 8$, 那么 $b =$ _____.

8. 计算: $2\vec{b} - \frac{1}{2}(6\vec{a} - 2\vec{b}) =$ _____.

9. 抛物线 $y = x^2 - 4x + 3$ 与 y 轴的交点坐标是 _____.

10. 沿着 x 轴正方向看, 抛物线 $y = -x^2 + 2x$ 在其对称轴右侧的部分是 _____ 的. (填“上升”或“下降”)

11. 在平面直角坐标系 xOy 中, 将抛物线 $y = x^2 + 2x$ 沿着 y 轴向下平移 2 个单位, 所得到的新抛物线的表达式为 _____.

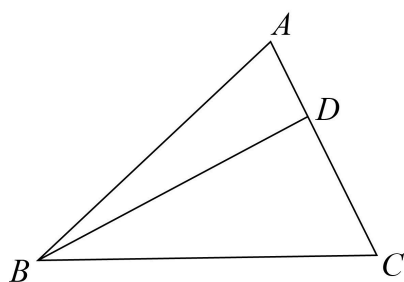
12. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 上部分点的横坐标 x 与纵坐标 y 的对应值如下表:

x	...	-1	0	2	3	4	...
y	...	5	2	2	5	10	...

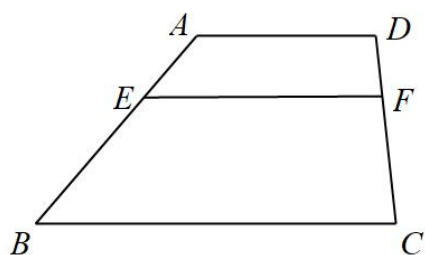
如果点 $(-2, m)$ 在此抛物线上, 那么 $m =$ _____.

13. 已知 $\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$, 顶点 A 、 B 、 C 分别与 A_1 、 B_1 、 C_1 对应, $AC = 12$, $A_1C_1 = 9$, $\angle A_1$ 的平分线的长为 6, 那么 $\angle A$ 的平分线的长为 _____.

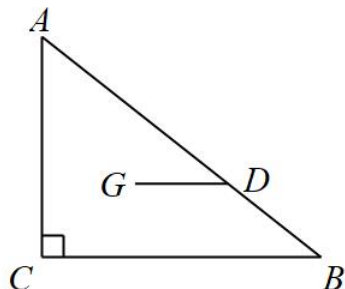
14. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 在边 AC 上, 已知 $\triangle ABD$ 和 $\triangle BCD$ 的面积比是 1:2, $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{DB} = \vec{b}$, 那么用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{AC}$ 为 _____.



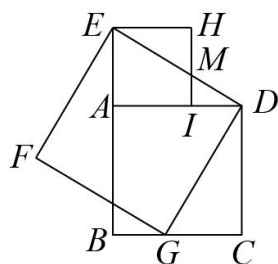
15. 如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ，点 E 、 F 分别在边 AB 、 CD 上且 $EF \parallel AD$ ，已知 $AE:EB=1:2$ ， $AD=3$ ， $EF=4$ ，那么 BC 的长是_____.



16. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ，点 G 为 $\triangle ABC$ 的重心，过点 G 作 $GD \parallel BC$ 交 AB 于点 D 。已知 $AB=10$ ， $\sin B=\frac{3}{5}$ ，那么 GD 的长为_____.



17. 魏晋时期，数学家刘徽利用如图所示的“青朱出入图”证明了勾股定理，其中四边形 $ABCD$ 、四边形 $EFGD$ 和四边形 $EAIH$ 都是正方形。如果图中 $\triangle EMH$ 与 $\triangle DMI$ 的面积比为 $\frac{16}{9}$ ，那么 $\tan \angle GDC$ 的值为_____.



18. 我们规定：如果一个三角形一边上的高等于这条边，那么这个三角形叫做“等高底”三角

形，这条边叫做这个三角形的“等底”. 如图，已知直线 $l_1 \parallel l_2$ ， l_1 与 l_2 之间的距离是 3，“等高” $\triangle ABC$ 的“等底” BC 在直线 l_1 上 (点 B 在点 C 的左侧)，点 A 在直线 l_2 上， $AB = \sqrt{2}BC$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 B 顺时针旋转 45° 得到 $\triangle A_1B_1C_1$ ，点 A 、 C 的对应点分别为点 A_1 、 C_1 ，那么 A_1C 的长为_____.

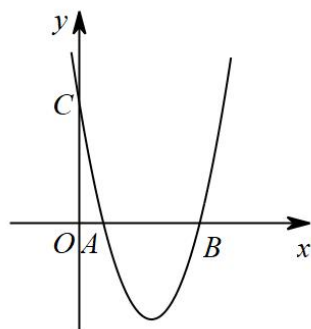
_____ l_2

_____ l_1

三、解答题 (本大题共 7 题，满分 78 分)

19. 计算: $\cos^2 45^\circ - \frac{\tan 30^\circ}{2\sin 60^\circ} + \cot^2 30^\circ$.

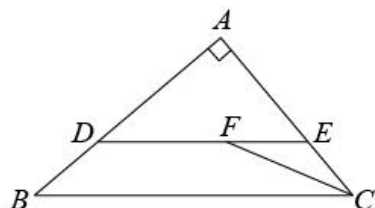
20. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点 $A(1, 0)$ 和 $B(5, 0)$ ，与 y 轴交于点 C .



(1) 求此抛物线的表达式及点 C 的坐标;

(2) 将此抛物线沿 x 轴向左平移 m ($m > 0$) 个单位得到新抛物线，且新抛物线仍经过点 C ，求 m 的值.

21. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $BC = 9$ ， $\sin B = \frac{2}{3}$ ，点 E 在边 AC 上，且 $AE = 2EC$ ，过点 E 作 $DE \parallel BC$ 交边 AB 于点 D ， $\angle ACB$ 的平分线 CF 交线段 DE 于点 F ，求 DF 的长.



22. 如图 1 是钢琴缓降器, 图 2 和图 3 是钢琴缓降器两个位置的示意图. AB 是缓降器的底板, 压柄 BC 可以绕着点 B 旋转, 液压伸缩连接杆 DE 的端点 D 、 E 分别固定在压柄 BC 与底板 AB 上, 已知 $BE = 12\text{cm}$.



图1

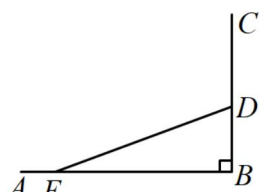


图2

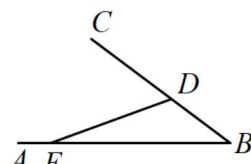


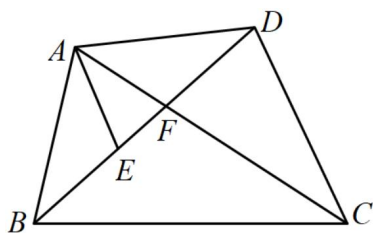
图3

- (1) 如图 2, 当压柄 BC 与底座 AB 垂直时, $\angle DEB$ 约为 22.6° , 求 BD 的长;
 (2) 现将压柄 BC 从图 2 的位置旋转到与 AB 成 37° 角 (即 $\angle ABC = 37^\circ$), 如图 3 的所示, 求此时液压伸缩连接杆 DE 的长. (结果保留根号)

(参 考 数 据 : $\sin 22.6^\circ \approx \frac{5}{13}, \cos 22.6^\circ \approx \frac{12}{13}, \tan 22.6^\circ \approx \frac{5}{12}$;

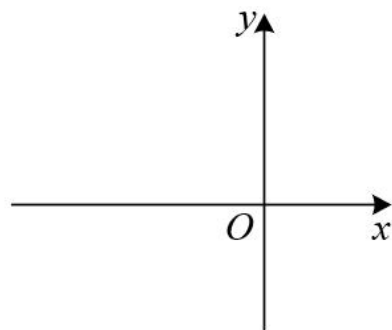
$\sin 37^\circ \approx \frac{3}{5}, \cos 37^\circ \approx \frac{4}{5}, \tan 37^\circ \approx \frac{3}{4}$)

23. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, 对角线 BD 与 AC 交于点 F , $\angle ADB = \angle ACB$.



- (1) 求证: $\angle ABD = \angle ACD$;
 (2) 过点 A 作 $AE \parallel DC$ 交 BD 于点 E , 求证: $EF \cdot BC = AD \cdot AF$.

24. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知抛物线 $y = -x^2 + 2kx - 4k$ ($k < 0$) 的顶点为 P , 抛物线与 y 轴交于点 A .



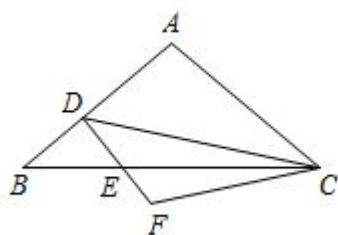
- (1) 如果点 A 的坐标为 $(0, 4)$, 点 $B(-3, m)$ 在抛物线上, 连接 AB .

①求顶点 P 和点 B 的坐标;

②过抛物线上点 D 作 $DM \perp x$ 轴，垂足为 M ， DM 交线段 AB 于点 E ，如果 $DE = EM$ ，求点 D 的坐标；

(2) 连接 OP ，如果 OP 与 x 轴负半轴的夹角等于 $\angle APO$ 与 $\angle POA$ 的和，求 k 的值.

25. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC = 10$, $\sin B = \frac{3}{5}$ ，点 D 、 E 分别在边 AB 、 BC 上，满足 $\angle CDE = \angle B$. 点 F 是 DE 延长线上一点，且 $\angle ECF = \angle ACD$.



(1) 当点 D 是 AB 的中点时，求 $\tan \angle BCD$ 的值；

(2) 如果 $AD = 3$ ，求 $\frac{CF}{DE}$ 的值；

(3) 如果 $\triangle BDE$ 是等腰三角形，求 CF 的长.