

上海市徐汇区 2023 届初三一模数学试卷

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，共 24 分）

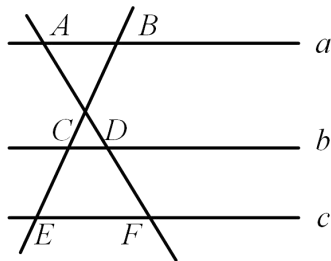
1. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AB = 5$ ， $AC = 4$ 。下列四个选项，正确的是（ ）

- A. $\tan B = \frac{3}{4}$ B. $\cot B = \frac{4}{3}$ C. $\sin B = \frac{4}{5}$ D. $\cos B = \frac{4}{5}$

2. 下列命题中假命题是（ ）

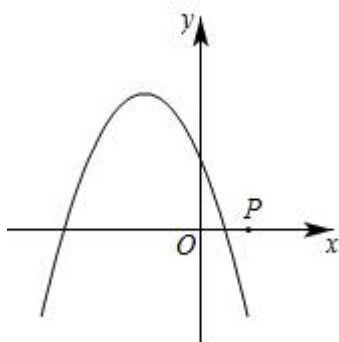
- A. 任意两个等腰直角三角形都相似
B. 任意两个含 36° 内角的等腰三角形相似
C. 任意两个等边三角形都相似
D. 任意两个直角边之比为 1:2 的直角三角形相似

3. 如图， $a \parallel b \parallel c$ ，若 $\frac{AD}{DF} = \frac{3}{2}$ ，则下面结论错误的是（ ）



- A. $\frac{AD}{AF} = \frac{3}{5}$ B. $\frac{BC}{CE} = \frac{3}{2}$ C. $\frac{AB}{EF} = \frac{2}{3}$ D. $\frac{BC}{BE} = \frac{3}{5}$

4. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图像如图所示，点 P 在 x 轴的正半轴上，且 $OP = 1$ ，下列选项中正确的是（ ）



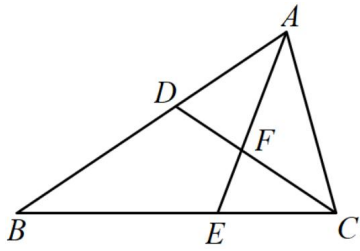
- A. $a > 0$ B. $c < 0$ C. $a + b + c > 0$ D. $b < 0$

5. 将抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 经过下列平移能得到抛物线 $y = -\frac{1}{2}(x+1)^2 - 3$ 的是（ ）

- A. 向右 1 个单位，向下 3 个单位 B. 向左 1 个单位，向下 3 个单位
C. 向右 1 个单位，向上 3 个单位 D. 向左 1 个单位，向上 3 个单位

6. 如图，点 D 在 $\triangle ABC$ 边 AB 上， $\angle ACD = \angle B$ ，点 F 是 $\triangle ABC$ 的角平分线 AE 与 CD 的交点，且

$AF = 2EF$ ，则下列选项中不正确的是（ ）



A. $\frac{AD}{AC} = \frac{2}{3}$

B. $\frac{CF}{BE} = \frac{2}{3}$

C. $\frac{DC}{BC} = \frac{2}{3}$

D. $\frac{AD}{DB} = \frac{2}{3}$

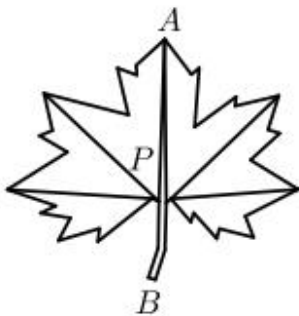
二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，共 48 分）

7. 已知 $\frac{x}{y} = \frac{4}{3}$ ，则 $\frac{x-y}{x+y} =$ _____.

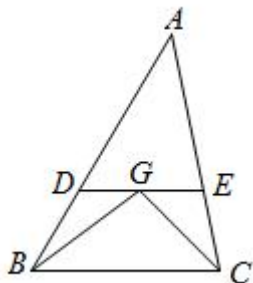
8. 计算： $2(\vec{a} - \vec{b}) - \frac{1}{3}(3\vec{a} - \vec{b}) =$ _____.

9. 两个相似三角形的对应边上的中线之比 $4:5$ ，则这两个三角形面积之比为_____.

10. 大自然是美的设计师，即使是一片小小的树叶，也蕴含着“黄金分割”. 如图， P 为 AB 的黄金分割点 ($AP > PB$)，如果 AB 的长度为 $8cm$ ，那么 AP 的长度是_____.

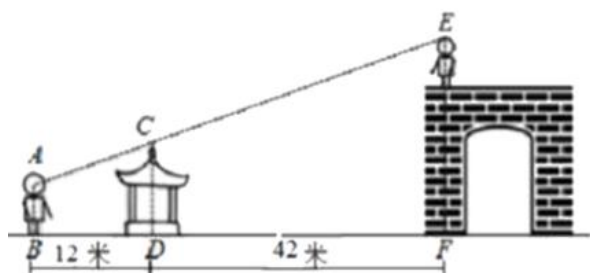


11. 如图，已知 G 为 $\triangle ABC$ 的重心，过点 G 作 BC 的平行线交边 AB 和 AC 于点 D 、 E ，设 $\overrightarrow{GB} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{GC} = \vec{b}$. 用 $x\vec{a} + y\vec{b}$ (x, y 为实数) 的形式表示向量 $\overrightarrow{DE} =$ _____.



12. 小明和小杰去公园游玩，小明给站在观景台边缘的小杰拍照时，发现他的眼睛、凉亭顶端、小杰的头顶三点恰好一条直线上 (如图所示). 已知小明的眼睛离地面的距离 AB 为 1.6 米，凉亭的高度 CD 为 6.6 米，

小明到凉亭的距离 BD 为 12 米，凉亭与观景台底部的距离 DF 为 42 米，小杰身高为 1.8 米。那么观景台的高度为_____米。

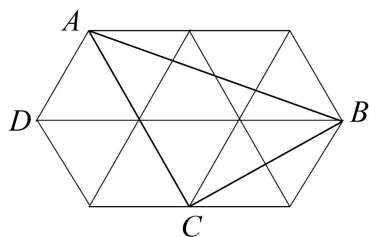


13. 已知点 $A(-3, m)$ 、 $B(-2, n)$ 在抛物线 $y = -x^2 - 2x + 4$ 上，则 m _____ n (填 “>”、“=” 或 “<”)。

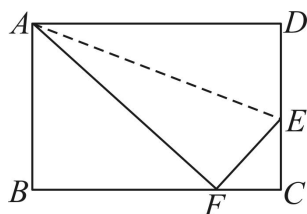
14. 小球沿着坡度为 $i = 1:1.5$ 的坡面滚动了 13m，则在这期间小球滚动的水平距离是_____m。

15. 计算: $\frac{\cos 60^\circ - \sin 60^\circ}{\cot 30^\circ - \tan 45^\circ} =$ _____

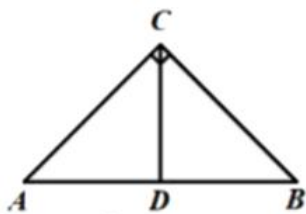
16. 如图，在由正三角形构成的网格图中， A 、 B 、 C 三点均在格点上，则 $\sin \angle BAC$ 的值为_____。



17. 如图，点 E 是矩形 $ABCD$ 纸片边 CD 上一点，如果沿着 AE 折叠矩形纸片，恰好使点 D 落在边 BC 上的点 F 处，已知 $BF = 6\text{cm}$ ， $\tan \angle BAF = \frac{3}{4}$ ，那么折痕 AE 的长是_____cm。

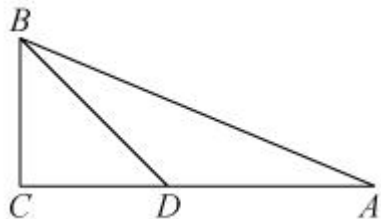


18. 规定：如果经过三角形一个顶点的直线把这个三角形分成两个小三角形，其中一个小三角形是等腰三角形，另一个小三角形和原三角形相似，那么符合这样条件的三角形称为“和谐三角形”，这条直线称为这个三角形的“和谐分割线”。例如，如图所示，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $CA = CB$ ， CD 是斜边 AB 上的高，其中 $\triangle ACD$ 是等腰三角形，且 $\triangle BCD$ 和 $\triangle ABC$ 相似，所以 $\triangle ABC$ 是“和谐三角形”，直线 CD 为 $\triangle ABC$ 的“和谐分割线”。请依据规定求解问题：已知 $\triangle DEF$ 是“和谐三角形”， $\angle D = 42^\circ$ ，当直线 EG 是 $\triangle DEF$ 的“和谐分割线”时， $\angle F$ 的度数是_____ (写出所有符合条件的情况)

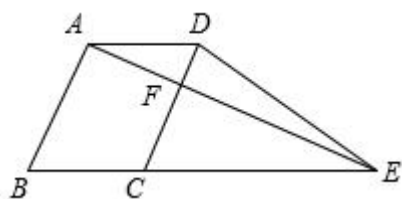


三、解答题 (本大题共 7 题, 共 $10+10+10+10+12+12+14=78$ 分)

19. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\angle C = 90^\circ$, $\sin A = \frac{5}{13}$. 点 D 为边 AC 上一点, $\angle BDC = 45^\circ$, $AD = 7$, 求 CD 的长.



20. 如图, 点 E 在平行四边形 $ABCD$ 的边 BC 的延长线上, 且 $CE = 2BC$, AE 与 CD 交于点 F . 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$.

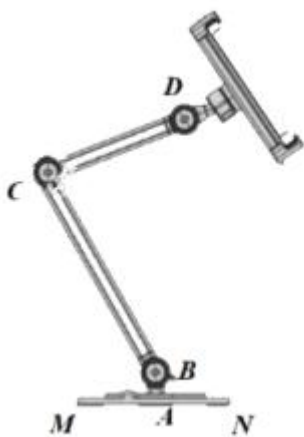


- (1) 用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{DE}$;
- (2) 求作: 向量 $\overrightarrow{EF}$ 分别在向量 $\overrightarrow{EC}$ 、 $\overrightarrow{ED}$ 方向上的分向量. (不要求写作法, 但要保留作图痕迹, 并指出所作图中表示结论的分向量)

21. 已知二次函数 $y = -3x^2 + 6x + 9$.

- (1) 用配方法把二次函数 $y = -3x^2 + 6x + 9$ 化为 $y = a(x+m)^2 + k$ 的形式, 并指出这个函数图像的开口方向、对称轴和顶点的坐标;
- (2) 如果将该函数图像向右平移 2 个单位, 所得的新函数的图像与 x 轴交于点 A, B (点 A 在点 B 左侧), 与 y 轴交于点 C , 顶点为 D , 求四边形 $DACB$ 的面积.

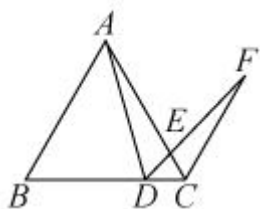
22. 如图, 是一个放置于水平桌面的平板支架的示意图, 底座的高 AB 为 5cm , 宽 MN 为 10cm , 点 A 是 MN 的中点, 连杆 BC 、 CD 的长度分别为 18.5cm 和 15cm , $\angle CBA = 150^\circ$, 且连杆 BC 、 CD 与 AB 始终在同一平面内.



(1) 求点 C 到水平桌面的距离；

(2) 产品说明书提示，若点 D 与 A 的水平距离超过 AN 的长度，则该支架会倾倒. 现将 $\angle DCB$ 调节为 80° ，此时支架会倾倒吗？（参考数据： $\tan 20^\circ \approx 0.36, \cot 20^\circ \approx 2.75, \sin 20^\circ \approx 0.34, \cos 20^\circ \approx 0.94$ ）

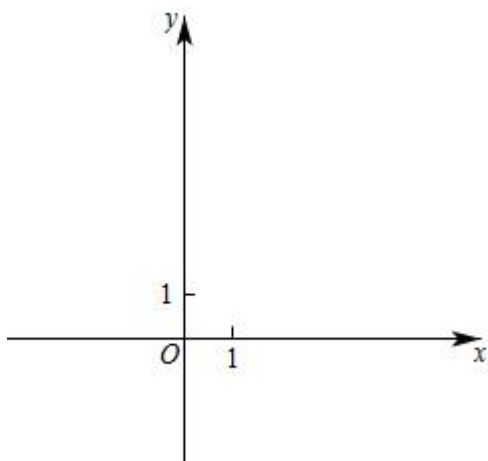
23. 如图，已知 $\triangle ABC$ 是等边三角形， D 、 E 分别是边 BC 、 AC 上的点，且 $BC \cdot CE = BD \cdot DC$. 在 DE 的延长线上取点 F ，使得 $DF = AD$ ，联结 CF .



(1) 求证： $\angle ADE = 60^\circ$ ；

(2) 求证： $CF \parallel AB$.

24. 已知在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ 经过点 $A(-1, 0)$ 、 $B(4, 0)$ 与 y 轴相交于点 C .



(1) 求抛物线的表达式；

(2) 点 P 是第一象限内抛物线上的一个动点，过点 P 作直线 $PD \perp x$ 轴，垂足为点 D ，直线 PD 与直线 BC 相交于点 E .

①当 $CP = CE$ 时，求点 P 的坐标；

②联结 AC ，过点 P 作直线 AC 的平行线，交 x 轴于点 F ，当 $\angle BPF = \angle CBA$ 时，求点 P 的坐标.

25. 如图 1，已知菱形 $ABCD$ ，点 E 在边 BC 上， $\angle BFE = \angle ABC$ ， AE 交对角线 BD 于点 F 。

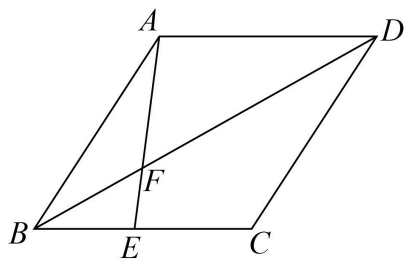


图1

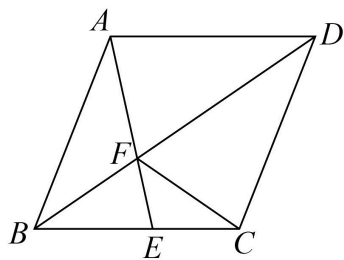


图2

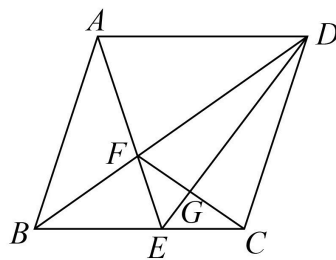


图3

(1) 求证 $\triangle ABF \sim \triangle DBA$ ；

(2) 如图 2，联结 CF 。

①当 $\triangle CEF$ 为直角三角形时，求 $\angle ABC$ 的大小；

②如图 3，联结 DE ，当 $DE \perp FC$ 时，求 $\cos \angle ABD$ 的值.

