

2023 年上海市宝山区中考数学一模试卷

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分) 下列各题的四个选项中，有且只有只有一个选项是正确的。

1. 已知线段 a 、 b ，如果 $a:b=2:3$ ，那么下列各式中一定正确的是 ()

- A. $2a=3b$ B. $a+b=5$ C. $\frac{a+b}{a}=\frac{5}{2}$ D. $\frac{a+3}{b+2}=1$

2. 在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别在 AB 、 AC 上，如果 $AD:BD=1:3$ ，那么下列条件中能够判断 $DE \parallel BC$ 的是 ()

- A. $\frac{DE}{BC}=\frac{1}{4}$ B. $\frac{AD}{AB}=\frac{1}{4}$ C. $\frac{AE}{AC}=\frac{1}{4}$ D. $\frac{AE}{EC}=\frac{1}{4}$

3. 已知非零向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$ ，下列条件中，能判定向量 $\vec{a}$ 与向量 $\vec{b}$ 方向相同的是 ()

- A. $\vec{a} \parallel \vec{c}$ ， $\vec{b} \parallel \vec{c}$ B. $|\vec{a}|=2|\vec{b}|$ C. $\vec{a}+\vec{b}=\vec{0}$ D. $\vec{a}=3\vec{c}$ ， $\vec{b}=2\vec{c}$

4. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 $A(2,1)$ 与原点 O 的连线与 x 轴的正半轴的夹角为 β ，那么 $\tan \beta$ 的值是 ()

- A. 2 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ D. $\sqrt{5}$

5. 将抛物线 $y=x^2+3$ 向右平移 3 个单位长度，平移后抛物线的表达式为 ()

- A. $y=x^2$ B. $y=x^2-3$ C. $y=(x+3)^2+3$ D. $y=(x-3)^2+3$

6. 已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AC=3$ 、 $BC=4$ 。以 C 为圆心作 $\odot C$ ，如果圆 C 与斜边 AB 有两个公共点，那么圆 C 的半径长 R 的取值范围是 ()

- A. $0 < R < \frac{12}{5}$ B. $R < \frac{12}{5}$ C. $\frac{12}{5} < R \leq 3$ D. $\frac{12}{5} < R \leq 4$.

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)

7. 已知线段 $a=2$ ， $b=8$ ，如果线段 c 是 a 、 b 的比例中项，那么 $c=$ _____。

8. 已知一个三角形的三边之比为 $2:3:4$ ，与它相似的另一个三角形 ABC 的最小边长为 4 厘米，那么三角形 ABC 的周长为 _____ 厘米。

9. 计算： $2(\vec{a}-\vec{b})-3(\vec{a}+\vec{b})=$ _____。

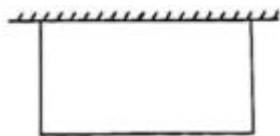
10. 如果抛物线 $y=ax^2$ 的开口方向向下，那么 a 的取值范围是 _____。

11. 抛物线 $y=-(x-1)^2+2$ 的对称轴是_____。

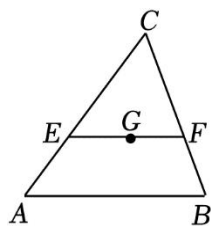
12. 正六边形一个外角的度数为_____。

13. 已知圆 O 的半径为 1, A 是圆 O 内一点, 如果将线段 OA 的长记为 d , 那么 d 的取值范围是 _____.

14. 如图, 用长为 12 米的篱笆围成一个矩形花圃, 花圃一面靠墙 (墙的长度超过 12 米), 设花圃垂直于墙的一边长为 x 米, 花圃面积为 y 平方米, 那么 y 关于 x 的函数解析式为 _____. (不要求写出定义域)



15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 已知线段 EF 经过三角形的重心 G , $EF \parallel AB$, 四边形 $ABFE$ 的面积为 15cm^2 , 那么 $\triangle ABC$ 的面积为 _____ cm^2 .



16. 已知内切两圆的圆心距为 5, 其中一个圆的半径长等于 2, 那么另一个圆的半径长等于 _____.

17. 已知相交两圆的半径长分别为 13 和 20, 公共弦的长为 24, 那么这两个圆的圆心距为 _____.

18. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 2$, $\angle A = 36^\circ$.

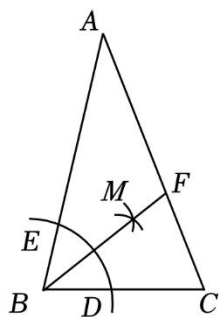
按下列步骤作图:

步骤 1: 以点 B 为圆心, 小于 BC 的长为半径作弧分别交 BC 、 AB 于点 D 、 E ;

步骤 2: 分别以点 D 、 E 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}DE$ 的长为半径作弧, 两弧交于点 M ;

步骤 3: 作射线 BM 交 AC 于点 F .

那么线段 AF 的长为 _____.



三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

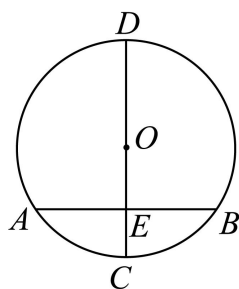
19. 计算: $2\cos 60^\circ - |1 - \cos 30^\circ| + \frac{\tan 45^\circ}{\sin 60^\circ - 1}$.

20. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过点 $A(3, 0)$ 、 $B(2, -3)$ 、 $C(0, -3)$.

(1) 求抛物线的表达式;

(2) 点 D 与点 E 是抛物线上关于对称轴对称的两点，如果点 D 的横坐标为 -2 ，试求点 E 的坐标.

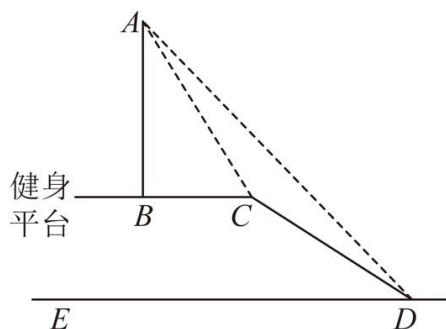
21. 如图，已知圆 O 的弦 AB 与直径 CD 交于点 E ，且 CD 平分 AB .



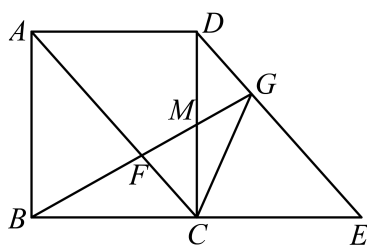
(1) 已知 $AB = 6$ ， $EC = 2$ ，求圆 O 的半径；

(2) 如果 $DE = 3EC$ ，求弦 AB 所对的圆心角的度数.

22. 如图，某小区车库顶部 BC 是居民健身平台，在平台上垂直安装了太阳能灯 AB . 已知平台斜坡 CD 的坡度 $i = 1:\sqrt{3}$ ，坡长为 6 米. 在坡底 D 处测得灯的顶端 A 的仰角为 45° ，在坡顶 C 处测得灯的顶端 A 的仰角为 60° ，求灯的顶端 A 与地面 DE 的距离. (结果保留根号)



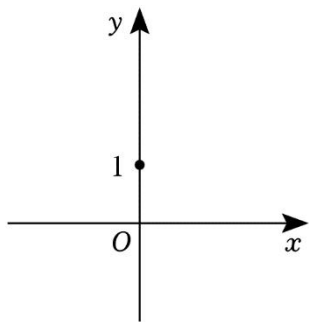
23. 已知：如图，四边形 $ABCD$ 、 $ACED$ 都是平行四边形， M 是边 CD 的中点，联结 BM 并延长，分别交 AC 、 DE 于点 F 、 G .



(1) 求证： $BF^2 = FM \cdot BG$ ；

(2) 联结 CG ，如果 $AB = \sqrt{2}CG$ ，求证： $\angle BGC = \angle BAC$.

24. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 经过点 $A(-1, 0)$ 、 $B(2, 0)$ ，将该抛物线位于 x 轴上方的部分沿 x 轴翻折，得到的新图象记为“图象 U ”，“图象 U ”与 y 轴交于点 C .



- (1) 写出“图像 U ”对应的函数解析式及定义域；
- (2) 求 $\angle ACB$ 的正切值；
- (3) 点 P 在 x 轴正半轴上，过点 P 作 y 轴的平行线，交直线 BC 于点 E ，交“图像 U ”于点 F ，如果 $\triangle CEF$ 与 $\triangle ABC$ 相似，求点 P 的坐标.

25. 如图 1，在 $\triangle ABC$ 中， $BC = 2\sqrt{5}$ ， $AB = 5$ ， $\cot \angle ABC = \frac{1}{2}$. 点 D 、 E 分别在边 AC 、 AB 上（不与端点重合）， BD 和 CE 交于点 F ，满足 $\angle ABD = \angle BCE$.

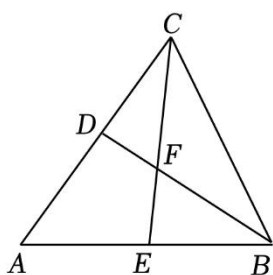


图1

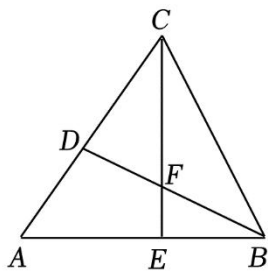
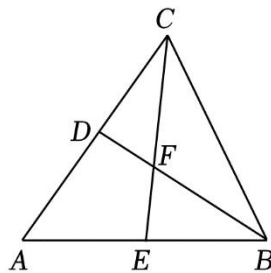


图2



(备用图)

- (1) 求证: $CD^2 = DF \cdot DB$;
- (2) 如图 2，当 $CE \perp AB$ 时，求 CD 的长；
- (3) 当 $\triangle CDF$ 是等腰三角形时，求 $DF : FB$ 的值.

