

2022 年上海市黄浦区中考数学一模试卷

2022.1

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)

【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 4 和 9 的比例中项是 ()

- A. 6 B. ± 6 C. $\frac{16}{9}$ D. $\frac{81}{4}$

2. 如果两个相似三角形的周长比为 1:4，那么它们的对应角平分线的比为 ()

- A. 1:4 B. 1:2 C. 1:16 D. $1:\sqrt{2}$

3. 已知 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 是非零向量，下列条件中不能判定 $\vec{a} \parallel \vec{b}$ 的是 ()

- A. $\vec{a} \parallel \vec{c}, \vec{b} \parallel \vec{c}$ B. $\vec{a} = 3\vec{b}$ C. $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ D. $\vec{a} = \frac{1}{2}\vec{c}, \vec{b} = -2\vec{c}$

4. 在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，若 $AC = 2$ ， $BC = 3$ ，下列各式中正确的是 ()

- A. $\sin A = \frac{2}{3}$ B. $\cos A = \frac{2}{3}$ C. $\tan A = \frac{2}{3}$ D. $\cot A = \frac{2}{3}$

5. 如图 1，点 D 、 E 分别是 $\triangle ABC$ 的边 AB 、 AC 上的点，下列各比例式不一定能推得 $DE \parallel BC$ 的是 ()

- A. $\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{CE}$ B. $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$
C. $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$ D. $\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CE}$

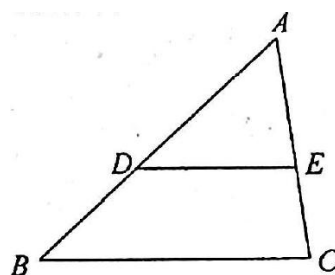


图 1

6. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图像如图 2 所示，那么点 $P\left(b, \frac{a}{c}\right)$ 在 ()

- A. 第一象限
B. 第二象限
C. 第三象限
D. 第四象限

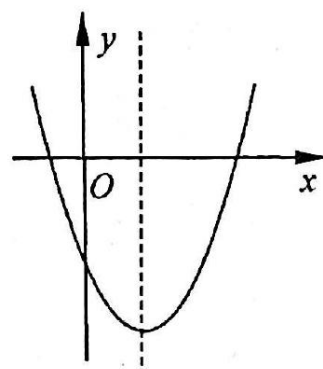


图 2

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)

7. 计算：如果 $\frac{x}{y} = \frac{2}{3}$ ，那么 $\frac{x-y}{y} = \underline{\hspace{2cm}}$.

8. 如图 3，已知 $AB \parallel CD \parallel EF$ ，它们依次交直线 l_1, l_2 于点 A, D, F 和点 B, C, E ，如果

$\frac{AD}{DF} = \frac{2}{3}$, $BE = 20$, 那么线段 BC 的长是_____.

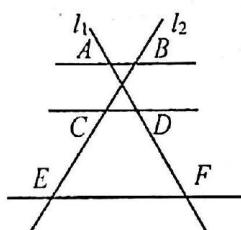


图3

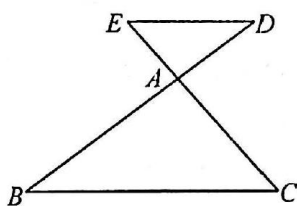


图4

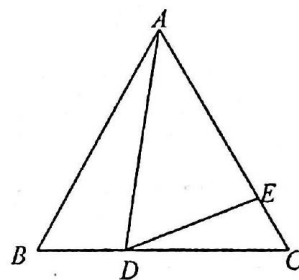


图5

9. 如图4, D, E 分别是 $\triangle ABC$ 的边 BA, CA 延长线上的点, $DE \parallel BC$, $EA:AC = 1:2$, 如果 $\overrightarrow{ED} = \vec{a}$, 那么向量 $\overrightarrow{BC} =$ _____ (用向量 $\vec{a}$ 表示).

10. 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 如果 $\frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 那么 $\angle B =$ _____°.

11. 已知一条抛物线经过点 $(0, 1)$, 且在对称轴右侧的部分是下降的, 该抛物线的表达式可以是_____ (写出一个即可).

12. 如果抛物线 $y = -x^2 + bx - 1$ 的对称轴是 y 轴, 那么顶点坐标为_____.

13. 已知某小山坡的坡长为 400 米、山坡的高度为 200 米, 那么该山坡的坡度 $i =$ _____.

14. 如图5, $\triangle ABC$ 是边长为 3 的等边三角形, D, E 分别是边 BC, AC 上的点, $\angle ADE = 60^\circ$, 如果 $BD = 1$, 那么 $CE =$ _____.

15. 如图6, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, CD 是 AB 边上的中线, $CD = 5, BC = 6$, 则 $\cos\angle ACD$ 的值是_____.

16. 如图7, 在 $\triangle ABC$ 中, 中线 AD, BE 相交于点 O , 如果 $\triangle AOE$ 的面积是 4, 那么四边形 $OECD$ 的面积是_____.

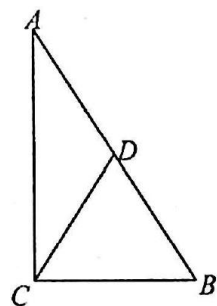


图6

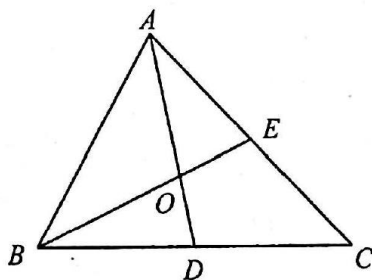


图7

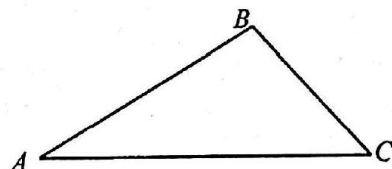


图8

17. 如图8, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 4, AC = 5$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 旋转, 使点 B 落在 AC 边上的点 D 处, 点 C 落在点 E 处, 如果点 E 恰好在线段 BD 的延长线上, 那么边 BC 的长等于_____.

18. 若抛物线 $y_1 = ax^2 + b_1x + c_1$ 的顶点为 A ，抛物线 $y_2 = -ax^2 + b_2x + c_2$ 的顶点为 B ，且满足顶点 A 在抛物线 y_2 上，顶点 B 在抛物线 y_1 上，则称抛物线 y_1 与抛物线 y_2 互为“关联抛物线”. 已知顶点为 M 的抛物线 $y = (x-2)^2 + 3$ 与顶点为 N 的抛物线互为“关联抛物线”，直线 MN 与 x 轴正半轴交于点 D ，如果 $\tan \angle MDO = \frac{3}{4}$ ，那么顶点为 N 的抛物线的表达式为_____.

三、解答题：(本大题共 7 题，满分 78 分)

19. (本题满分 10 分)

计算： $\frac{\tan 30^\circ}{2\cos 30^\circ} + \cot^2 45^\circ - \sin^2 45^\circ$.

20. (本题满分 10 分)

已知二次函数 $y = x^2 + bx + c$ 的图像经过 $A(2, -3), B(5, 0)$ 两点.

(1) 求二次函数的解析式；

(2) 将该二次函数的解析式化为 $y = a(x+m)^2 + k$ 的形式，并写出该二次函数图像的开口方向、顶点坐标和对称轴.

21. (本题满分 10 分)

已知：如图 9，在 $\triangle ABC$ 中， $DE \parallel BC$ ， $\frac{AF}{DF} = \frac{AD}{DB}$.

(1) 求证： $EF \parallel CD$ ；

(2) 如果 $\frac{EF}{CD} = \frac{4}{5}$ ， $AD = 15$ ，求 DF 的长.

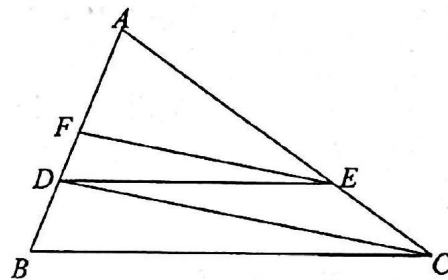


图 9

22. (本题满分 12 分)

已知：如图 10，在四边形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ，过点 D 作 $DF \parallel CB$ ，分别交 AC 、 AB 点 E 、 F ，且满足 $AB \cdot AF = DF \cdot BC$ 。

(1) 求证： $\angle AEF = \angle DAF$ ；

(2) 求证： $\frac{AF}{AB} = \frac{DE^2}{CD^2}$ 。

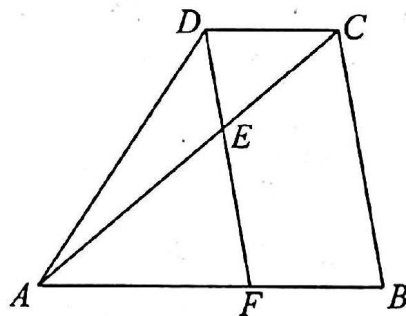


图 10

23. (本题满分 12 分)

如图 11，在东西方向的海岸线 l 上有一长为 1 千米的码头 MN ，在距码头西端 M 的正西方向 58 千米处有一观测站 O 。现测得位于观测站 O 的北偏西 37° 方向，且与观测站 O 相距 60 千米的小岛 A 处有一艘轮船开始航行驶向港口 MN 。经过一段时间后又测得该轮船位于观测站 O 的正北方向，且与观测站 O 相距 30 千米的 B 处。

(1) 求 AB 两地的距离；(结果保留根号)

(2) 如果该轮船不改变航向继续航行，那么轮船能否行至码头 MN 靠岸？请说明理由。

(参考数据： $\sin 37^\circ \approx 0.60$ ， $\cos 37^\circ \approx 0.80$ ， $\tan 37^\circ \approx 0.75$.)

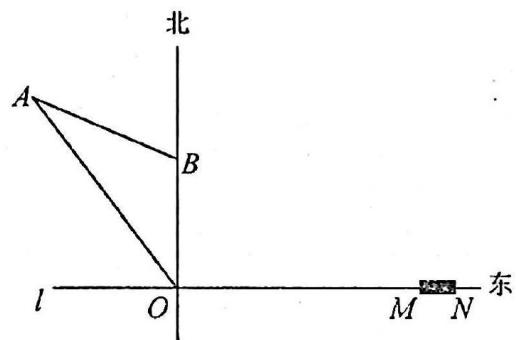


图 11

24. (本题满分 12 分)

如图 12, 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 - 3ax - 4a (a < 0)$ 与 x 轴交于 $A(-1, 0), B$ 两点, 与 y 轴交于点 C , 点 M 是抛物线的顶点, 抛物线的对称轴 l 与 BC 交于点 D , 与 x 轴交于点 E .

(1) 求抛物线的对称轴及 B 点的坐标;

(2) 如果 $MD = \frac{15}{8}$, 求抛物线 $y = ax^2 - 3ax - 4a (a < 0)$ 的表达式;

(3) 在 (2) 的条件下, 已知点 F 是该抛物线对称轴上一点, 且在线段 BC 的下方, $\angle CFB = \angle BCO$, 求点 F 的坐标.

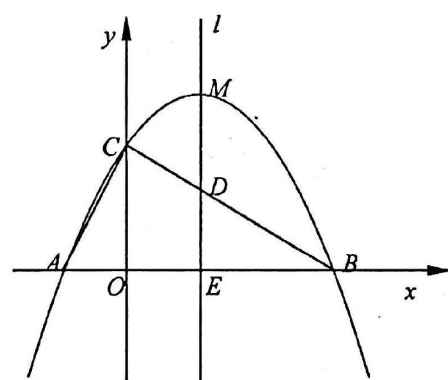


图 12

25. (本题满分 14 分)

如图 13, 在 $Rt\triangle ABC$ 与 $Rt\triangle ABD$ 中, $\angle ACB = \angle DAB = 90^\circ$, $AB^2 = BC \cdot BD$, $AB = 3$, 过点 A 作 $AE \perp BD$, 垂足为点 E , 延长 AE 、 CB 交于点 F , 连接 DF .

(1) 求证: $AE = AC$;

(2) 设 $BC = x$, $\frac{AE}{EF} = y$, 求 y 关于 x 的函数关系式及其定义域;

(3) 当 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 相似时, 求边 BC 的长.

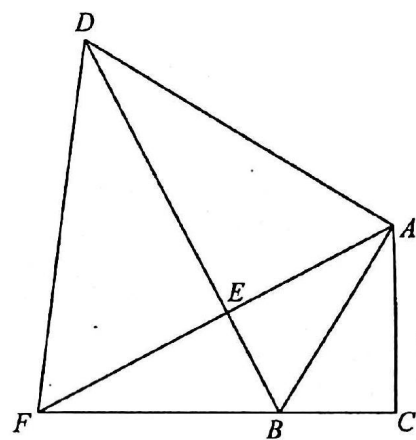


图 13