

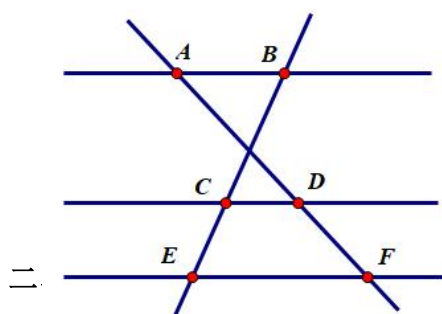
2022 年上海市长宁区中考数学一模试卷

2022.1

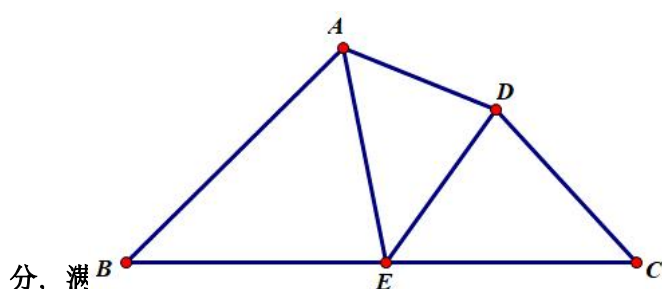
一、选择题 (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

- 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = a$, $AB = c$, 那么 BC 的长为()
 (A) $c \cdot \sin a$; (B) $c \cdot \tan a$; (C) $\frac{c}{\cos a}$; (D) $c \cdot \cot a$.
- 如果向量 $\vec{a}$ 与向量 $\vec{b}$ 方向相反, 且 $3|\vec{a}| = |\vec{b}|$, 那么向量 $\vec{a}$ 用向量 $\vec{b}$ 表示为()
 (A) $\vec{a} = 3\vec{b}$; (B) $\vec{a} = -3\vec{b}$; (C) $\vec{a} = \frac{1}{3}\vec{b}$; (D) $\vec{a} = -\frac{1}{3}\vec{b}$.
- 如图, 已知 $AB \parallel CD \parallel EF$, $AD:AF = 3:5$, $BE = 12$, 那么 CE 的长等于()
 (A) 2; (B) 4; (C) $\frac{24}{5}$; (D) $\frac{36}{5}$.
- 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ (其中 $a > 0$, $b < 0$, $c > 0$) 一定不经过的象限是()
 (A) 第一象限; (B) 第二象限; (C) 第三象限; (D) 第四象限.
- 下列命题中, 说法正确的是()
 (A) 所有菱形都相似;
 (B) 两边对应成比例且有一组角对应相等的两个三角形相似;
 (C) 三角形的重心到一个顶点的距离, 等于它到这个顶点对边距离的两倍;
 (D) 斜边和直角边对应成比例, 两个直角三角形相似.
- 如图, 点 E 是线段 BC 的中点, $\angle B = \angle C = \angle AED$, 下列结论中, 说法错误的是()
 (A) $\triangle ABE$ 与 $\triangle ECD$ 相似; (B) $\triangle ABE$ 与 $\triangle AED$ 相似;
 (C) $\frac{AB}{AE} = \frac{AE}{AD}$; (D) $\angle BAE = \angle ADE$.



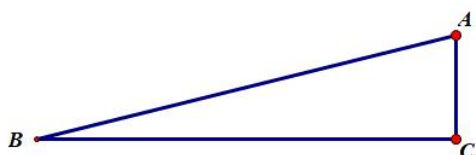
第3题图



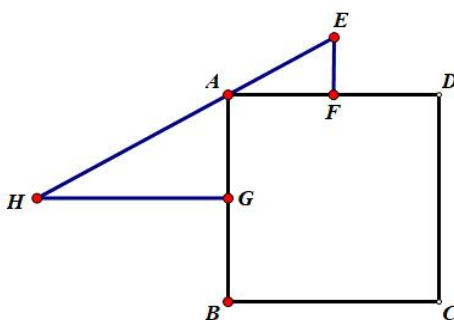
第6题图

分, 满
接填写

7. 已知 $\frac{x}{y} = \frac{1}{2}$, 那么 $\frac{2x}{x+y}$ 的值为_____.
8. 抛物线 $y = 2x^2 - 1$ 的顶点坐标是_____.
9. 在比例尺为 1:10000 的地图上, 相距 5 厘米的两地实际距离为_____千米.
10. 已知点 C 是线段 AB 的黄金分割点, 如果 $AC > BC$, $BC = 2$, 则 $AC =$ _____.
11. 如果两个相似三角形周长之比为 3:2, 那么这两个三角形的面积之比为_____.
12. 点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, 过点 G 作 BC 边的平行线与 AB 边交于点 E 、与 AC 边交于点 F , 则 $\frac{EF}{BC} =$ _____.
13. 如图, 小明沿着坡度 $i = 1:2.4$ 的坡面由 B 到 A 直行走了 13 米时, 他上升的高度 $AC =$ _____米.



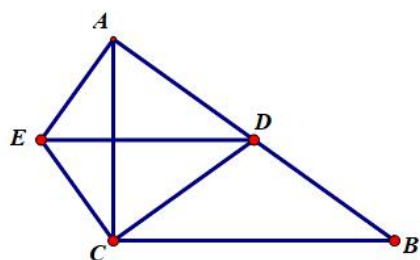
第13题图



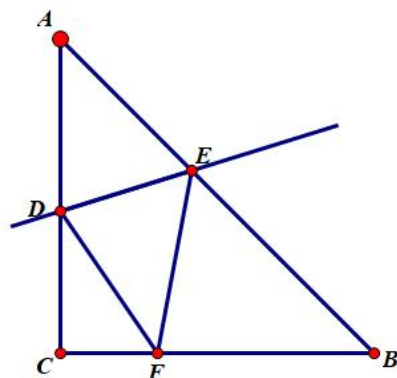
第15题图

14. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx - 2$ ($ab > 0$) 与 y 轴交于点 A , 过点 A 作 x 轴的平行线交抛物线于点 B , 若 $AB = 2$, 则点 B 坐标为_____.
15. 我国古代数学著作《九章算术》中记载: “今有邑方不知大小, 各中开门。出北门三十步有木, 出西门七百五十步有木。问邑方几何?” 示意图如下图, 正方形 $ABCD$ 中, F 、 G 分别是 AD 和 AB 的中点, 若 $EF \perp AD$, $EF = 30$, $GH \perp AB$, $GH = 750$, 且 EH 过点 A , 那么正方形 $ABCD$ 的边长为_____.
16. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\tan \angle BAC = \frac{3}{2}$, CD 是斜边 AB 上的中线, 点 E 是直线 AC 左侧一点, 联结 AE 、 CE 、 ED , 若 $EC \perp CD$, $\angle EAC = \angle B$, 则 $\frac{S_{\triangle CDE}}{S_{\triangle ABC}}$ 的值为_____.
17. 定义: 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 和点 E 分别在 AB 边、 AC 边上, 且 $DE \parallel BC$, 点 D 、点 E 之间距离与直线 DE 与直线 BC 间的距离之比称为 DE 关于 BC 的横纵比。已知, 在 $\triangle ABC$ 中, $BC = 4$, BC 上的高长为 3, DE 关于 BC 的横纵比为 2:3, 则 $DE =$ _____.
18. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = BC = 3$, 点 D 、 E 分别在 AC 边和 AB 边上,

沿着直线 DE 翻折 $\triangle ADE$, 点 A 落在 BC 边上, 记为点 F , 如果 $CF=1$, 则 $BE=$ _____.



第16题图



第18题图

三、解答题 (本大题共 7 题, 满分 78 分)

[将下列各题的解答过程, 做在答题纸的相应位置上]

19. (本题满分 10 分)

计算: $\cot 30^\circ - \frac{2 \sin 60^\circ - \tan 45^\circ}{\sin 30^\circ + \cos^2 45^\circ}$.

20. (本题满分 10 分, 第(1)小题 5 分, 第(2)小题 5 分)

抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 经过点 $A(0, 3)$, $B(-1, 0)$.

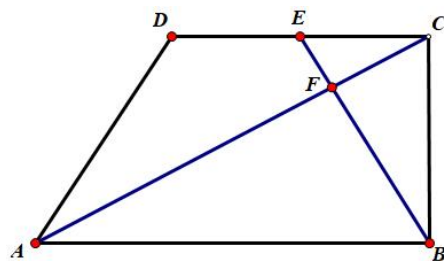
(1)求抛物线的表达式及其顶点坐标.

(2)填空:如果将该抛物线平移, 使它的顶点移到点 A 的位置, 那么其平移的过程是_____, 平移后的抛物线表达式是_____.

21. (本题满分 10 分, 第(1)小题 5 分, 第(2)小题 5 分)

如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, 且 $AB:CD = 3:2$, 点 E 是边 CD 的中点, 联结 BE 交对角线 AC 于点 F , 若 $\overrightarrow{AB} = \vec{m}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{n}$.

(1)用 $\vec{m}$ 、 $\vec{n}$ 表示 $\overrightarrow{AC}$ 、 $\overrightarrow{AF}$;



第21题图

(2)求作 $\overrightarrow{BF}$ 在 $\overrightarrow{BA}$ 、 $\overrightarrow{BC}$ 方向上的分向量.

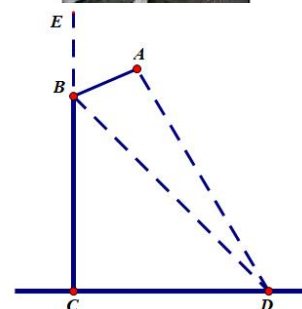
(不要求写作法, 但要保留作图痕迹, 并指出所作图中表示结论的分向量)

22. (本题满分 10 分, 第(1)小题 4 分, 第(2)小题 6 分)

如图, 某种路灯灯柱 BC 垂直于地面, 与灯杆 AB 相连. 已知直线 AB 与直线 BC 的夹角是 76° , 在地面点 D 处测得点 A 的仰角是 53° , 点 B 仰角是 45° , 点 A 与点 D 之间的距离为 3.5 米.

求:(1)点 A 到地面的距离; (2) AB 的长度. (精确到 0.1 米)

(参考数据: $\sin 53^\circ \approx 0.8$, $\cos 53^\circ \approx 0.6$, $\sin 76^\circ \approx 0.97$, $\cos 76^\circ \approx 0.24$)



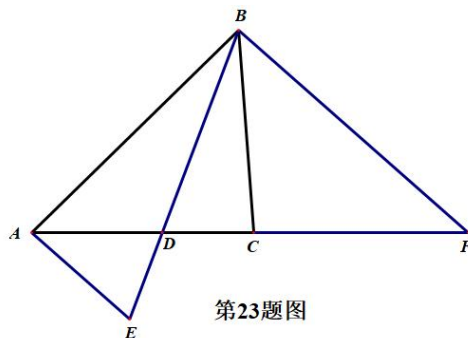
第22题图

23. (本题满分 12 分, 第(1)小题 6 分, 第(2)小题 6 分)

如图, 线段 BD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, 点 E 、点 F 分别在线段 BD 、 AC 的延长线上, 联结 AE 、 BF , 且 $AB \cdot BD = BC \cdot BE$ 。

(1)求证: $AD = AE$;

(2)如果 $BF = DF$, 求证: $AF \cdot CD = AE \cdot DF$ 。



第23题图

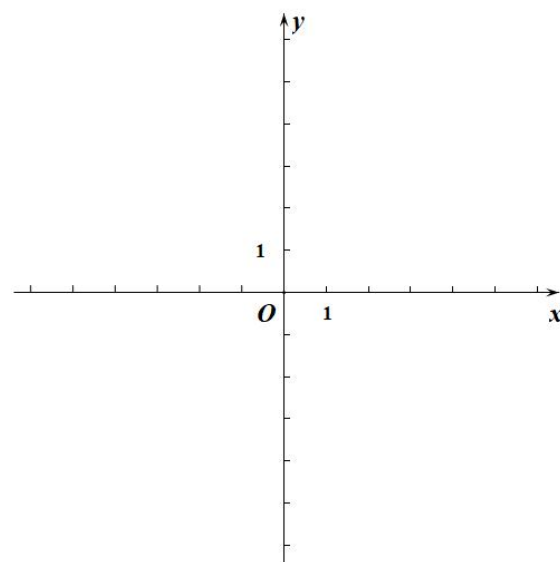
24. (本题满分 12 分, 第(1)小题 4 分, 第(2)小题 4 分, 第(3)小题 4 分)

抛物线 $y = ax^2 + 2ax + c$ 与 x 轴相交于 A 、 B 两点(点 A 在点 B 左侧), 与 y 轴交于点 $C(0,3)$, 其顶点 D 的纵坐标为 4。

(1)求该抛物线的表达式;

(2)求 $\angle ACB$ 的正切值;

(3)点 F 在线段 CB 的延长线上, 且 $\angle AFC = \angle DAB$, 求 CF 的长。



第24题图

25. (本题满分 14 分, 第(1)小题 4 分, 第(2)小题 6 分, 第(3)小题 4 分)

已知, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 5$, $BC = 8$, 点 E 是射线 CA 上的动点, 点 O 是边 BC 上的动点, 且 $OC = OE$, 射线 OE 交射线 BA 于点 D 。

(1)如图 1, 如果 $OC = 2$, 求 $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ODB}}$ 的值;

(2)联结 AO , 如果 $\triangle AEO$ 是以 AE 为腰的等腰三角形, 求线段 OC 的长;

(3)当点 E 在边 AC 上时, 联结 BE 、 CD , $\angle DBE = \angle CDO$, 求线段 OC 的长。

