

# 2022 年上海市虹口区中考数学一模试卷

2022.1

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.】

1. 下列选项中的两个图形一定相似的是（ ）

- A. 两个等腰三角形 B. 两个矩形 C. 两个菱形 D. 两个正方形

2. 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ ， $BC = 12$ ， $AC = 5$ ，那么  $\cot B$  等于（ ）

- A.  $\frac{5}{13}$  B.  $\frac{12}{13}$  C.  $\frac{12}{5}$  D.  $\frac{5}{12}$

3. 已知  $\vec{a} = 7\vec{b}$ ，下列说法中不正确的是（ ）

- A.  $\vec{a} - 7\vec{b} = 0$  B.  $\vec{a}$  与  $\vec{b}$  方向相同 C.  $\vec{a} \parallel \vec{b}$  D.  $|\vec{a}| = 7|\vec{b}|$

4. 下列函数中，属于二次函数的是（ ）

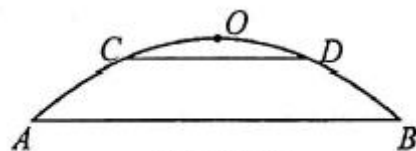
- A.  $y = \sqrt{x^2 + x}$  B.  $y = (x-1)^2 - x^2$   
C.  $y = 5x^2$  D.  $y = \frac{2}{x^2}$

5. 在  $\triangle ABC$  中，点  $E$ 、 $D$ 、 $F$  分别在边  $AB$ 、 $BC$ 、 $AC$  上，联结  $DE$ 、 $DF$ ，如果  $DE \parallel AC$ ， $DF \parallel AB$ ， $AE:EB = 3:2$ ，那么  $AF:FC$  的值是（ ）

- A.  $\frac{3}{2}$  B.  $\frac{2}{3}$  C.  $\frac{2}{5}$  D.  $\frac{3}{5}$

6. 如图所示，一座抛物线形的拱桥在正常水位时，水面  $AB$  宽为 20 米，拱桥的最高点  $O$  到水面  $AB$  的距离为 4 米. 如果此时水位上升 3 米就达到警戒水位  $CD$ ，那么  $CD$  宽为（ ）

- A.  $4\sqrt{5}$  米 B. 10 米 C.  $4\sqrt{6}$  米 D. 12 米



第 6 题图

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

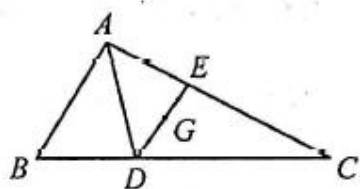
【请直接将结果填入答题纸的相应位置】

7. 如果  $\frac{m}{n} = \frac{5}{6}$ ，那么  $\frac{m-n}{n} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

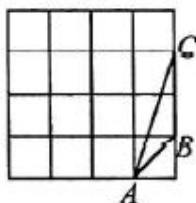
8. 已知点  $P$  是线段  $AB$  的黄金分割点 ( $AP > PB$ )，如果  $AB = 2$ ，那么线段  $AP = \underline{\hspace{2cm}}$ .

9. 如果向量  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{x}$  满足  $\frac{1}{2}(\vec{x} + \vec{a}) = \vec{a} - \frac{3}{2}\vec{b}$ ，那么  $\vec{x} = \underline{\hspace{2cm}}$  (用向量  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  表示).

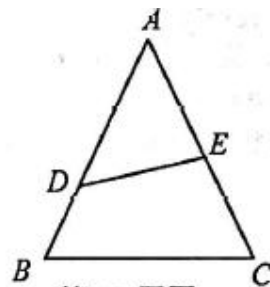
10. 如果二次函数  $y = (m-1)x^2 + x + m^2 - 1$  的图像经过原点, 那么  $m =$  \_\_\_\_\_.
11. 如果抛物线  $y = (2-a)x^2 + 2$  开口向下, 那么  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.
12. 如果抛物线过点  $(-2, 3)$ , 且与  $y$  轴的交点是  $(0, 3)$ , 那么抛物线的对称轴是直线 \_\_\_\_\_.
13. 已知点  $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$  为函数  $y = -2(x-1)^2 + 3$  的图像上的两点, 若  $x_1 < x_2 < 0$ , 则  $y_1$  \_\_\_\_\_  $y_2$  (填 “>”、“=” 或 “<”).
14. 如果一个斜坡的坡度  $i = 1 : \frac{\sqrt{3}}{3}$ , 那么该斜坡的坡角度数是 \_\_\_\_\_°.
15. 已知  $Rt\triangle ABC$  的两直角边之比为 3:4, 若  $\triangle DEF$  与  $\triangle ABC$  相似, 且  $\triangle DEF$  最长的边长为 20, 则  $\triangle DEF$  的周长为 \_\_\_\_\_.
16. 如图, 过  $\triangle ABC$  的重心  $G$  作  $ED \parallel AB$  分别交边  $AC$ 、 $BC$  于点  $E$ 、 $D$ , 联结  $AD$ , 如果  $AD$  平分  $\angle BAC$ ,  $AB = 6$ , 那么  $EC =$  \_\_\_\_\_.



第 16 题图



第 17 题图



第 18 题图

17. 在网格中, 每个小正方形的顶点称为格点, 以格点为顶点的三角形称为“格点三角形”. 如图, 在  $4 \times 4$  的网格中,  $\triangle ABC$  是一个格点三角形, 如果  $\triangle DEF$  也是该网格中的一个格点三角形, 它与  $\triangle ABC$  相似且面积最大, 那么  $\triangle DEF$  与  $\triangle ABC$  相似比的值是 \_\_\_\_\_.
18. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC = 15$ ,  $\sin \angle A = \frac{4}{5}$ . 点  $D$ 、 $E$  分别在  $AB$  和  $AC$  边上,  $AD = 2DB$ , 把  $\triangle ADE$  沿着直线  $DE$  翻折得  $\triangle DEF$ , 如果射线  $EF \perp BC$ , 那么  $AE =$  \_\_\_\_\_.

### 三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (本题满分 10 分)

计算:  $\frac{2 \sin 60^\circ + 3 \tan 30^\circ}{\cot 30^\circ - \cot 45^\circ}$ .

20. (本题满分 10 分, 第 (1) 小题 5 分, 第 (2) 小题 5 分)

已知抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) 上部分点的横坐标  $x$  与纵坐标  $y$  的对应值如下表:

(1) 求该抛物线的表达式;

(2) 将抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  沿  $x$  轴向右平移  $m$  ( $m > 0$ ) 个单位, 使得新抛物线经过原点  $O$ , 求  $m$  的值以及新抛物线的表达式.

|   |     |    |    |   |   |    |     |
|---|-----|----|----|---|---|----|-----|
| x | ... | -2 | -1 | 0 | 1 | 2  | ... |
| y | ... | 3  | 4  | 3 | 0 | -5 | ... |

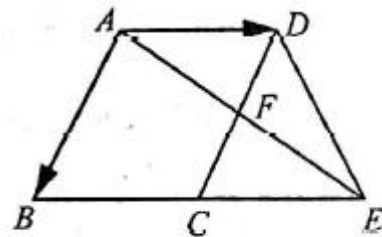
21. (本题满分 10 分, 第 (1) 小题 6 分, 第 (2) 小题 4 分)

如图, 在平行四边形  $ABCD$  中, 延长  $BC$  到点  $E$ , 使  $CE = BC$ , 联结  $AE$  交  $DC$  于点  $F$ , 设  $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ,  $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$ .

(1) 用向量  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  表示  $\overrightarrow{DE}$ ;

(2) 求作: 向量  $\overrightarrow{AF}$  分别在  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  方向上的分向量.

(不要求写作法, 但要写明结论.)

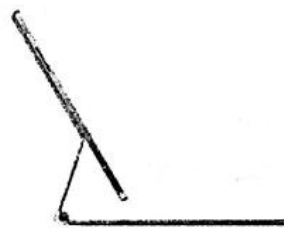


第 21 题图

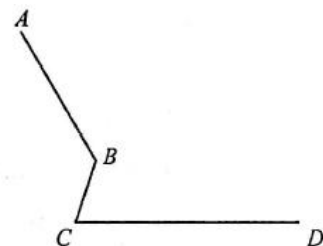
22. (本题满分 10 分)

图 1 是一款平板电脑支架，由托板、支撑板和底座构成. 工作时，可将平板电脑吸附在托板上，底座放置在桌面上，图 2 是其侧面结构示意图，已知托板  $AB$  长 200mm，支撑板  $CB$  长 80mm，当  $\angle ABC = 130^\circ$ ， $\angle BCD = 70^\circ$  时，求托板顶点  $A$  到底座  $CD$  所在平面的距离 (结果精确到 1mm) .

(参考数据:  $\sin 70^\circ \approx 0.94$ ， $\cos 70^\circ \approx 0.34$ ， $\tan 70^\circ \approx 2.75$ ， $\sqrt{\sqrt{2}} \approx 1.41$ ， $\sqrt{3} \approx 1.73$ )



第 22 题图 1



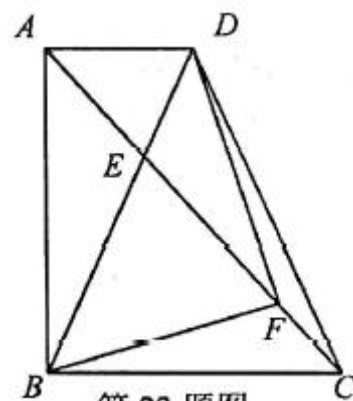
第 22 题图 2

23. (本题满分 12 分，第 (1) 小题 6 分，第 (2) 小题 6 分)

如图，在梯形  $ABCD$  中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $AD \parallel BC$ ， $BC = 2AD$ ，对角线  $AC$  与  $BD$  交于点  $E$ . 点  $F$  是线段  $EC$  上一点，且  $\angle BDF = \angle BAC$ .

(1) 求证:  $EB^2 = EF \cdot EC$ ;

(2) 如果  $BC = 6$ ， $\sin \angle BAC = \frac{2}{3}$ ，求  $FC$  的长.

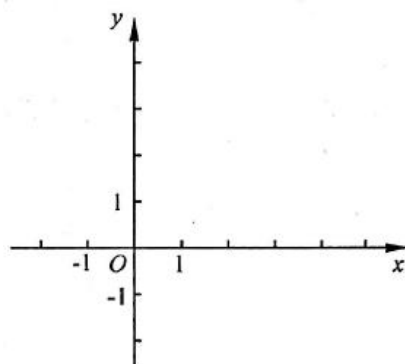


第 23 题图

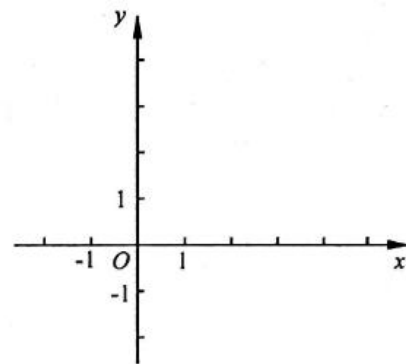
24. (本题满分 12 分, 第 (1) 小题 4 分, 第 (2) 小题 4 分, 第 (3) 小题 4 分)

已知开口向上的抛物线  $y = ax^2 - 4ax + 3$  与  $y$  轴的交点为  $A$ , 顶点为  $B$ , 点  $A$  与点  $C$  关于对称轴对称, 直线  $AB$  与  $OC$  交于点  $D$ .

- (1) 求点  $C$  的坐标, 并用含  $a$  的代数式表示点  $B$  的坐标;
- (2) 当  $\angle ABC = 90^\circ$  时, 求抛物线  $y = ax^2 - 4ax + 3$  的表达式;
- (3) 当  $\angle ABC = 2\angle BCD$  时, 求  $OD$  的长.



第 24 题图



备用图

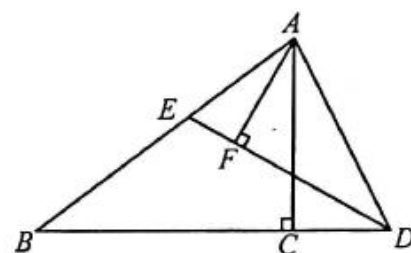
25. (本题满分 14 分, 第 (1) 小题 4 分, 第 (2) 小题 5 分, 第 (3) 小题 5 分)

已知: 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AB = 10$ ,  $\tan B = \frac{3}{4}$ , 点  $D$  是边  $BC$  延长线上的一点, 在射线  $AB$  上取一点  $E$ , 使得  $\angle ADE = \angle ABC$ , 过点  $A$  作  $AF \perp DE$  于点  $F$ .

(1) 当点  $E$  在线段  $AB$  上时, 求证:  $\frac{AF}{AC} = \frac{DE}{BD}$ ;

(2) 在 (1) 题的条件下, 设  $CD = x$ ,  $DE = y$ , 求  $y$  关于  $x$  的函数关系式, 并写出  $x$  的取值范围;

(3) 记  $DE$  交射线  $AC$  于点  $G$ , 当  $\triangle AEF \sim \triangle AGF$  时, 求  $CD$  的长.



第 25 题图