

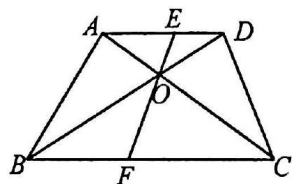
2022 年上海市杨浦区中考数学一模试卷

2022.1

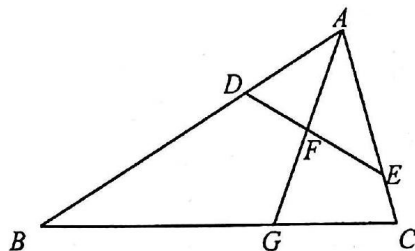
一、选择题: (本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分)

【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 将函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图像向下平移 2 个单位, 下列结论中, 正确的是 ()
- A. 开口方向不变 B. 顶点不变
C. 与 x 轴的交点不变 D. 与 y 轴的交点不变
2. 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 如果 $\angle A = \alpha, AC = 1$, 那么 AB 等于 ()
- A. $\sin \alpha$ B. $\cos \alpha$ C. $\frac{1}{\sin \alpha}$ D. $\frac{1}{\cos \alpha}$
3. 已知 $\vec{e}_1$ 和 $\vec{e}_2$ 都是单位向量, 下列结论中, 正确的是 ()
- A. $\vec{e}_1 = \vec{e}_2$ B. $\vec{e}_1 - \vec{e}_2 = \vec{0}$ C. $|\vec{e}_1| + |\vec{e}_2| = 2$ D. $\vec{e}_1 + \vec{e}_2 = 2$
4. 已知点 P 是线段 AB 上的一点, 线段 AP 是 PB 和 AB 的比例中项, 下列结论中, 正确的是 ()
- A. $\frac{PB}{AP} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ B. $\frac{PB}{AB} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ C. $\frac{AP}{AB} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ D. $\frac{AP}{PB} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$
5. 如图, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 过对角线交点 O 的直线与两底分别交于点 E, F , 下列结论中, 错误的是 ()
- A. $\frac{AE}{FC} = \frac{OE}{OF}$ B. $\frac{AE}{DE} = \frac{BF}{FC}$ C. $\frac{AD}{BC} = \frac{OE}{OF}$ D. $\frac{AD}{DE} = \frac{BC}{BF}$
6. 如图, 点 F 是 $\triangle ABC$ 的角平分线 AG 的中点, 点 D, E 分别在 AB, AC 边上, 线段 DE 过点 F , 且 $\angle ADE = \angle C$, 下列结论中, 错误的是 ()
- A. $\frac{DF}{GC} = \frac{1}{2}$ B. $\frac{DE}{BC} = \frac{1}{2}$ C. $\frac{AE}{AB} = \frac{1}{2}$ D. $\frac{AD}{BD} = \frac{1}{2}$



第 5 题图

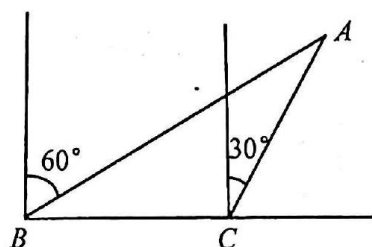


第 6 题图

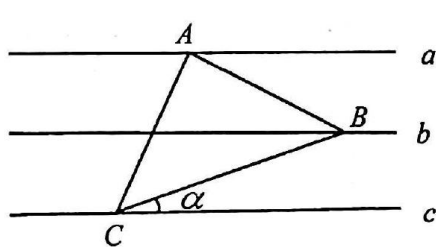
二、填空题: (本大题共 12 题, 每题 4 分, 满分 48 分)

【请将结果直接填入答题纸的相应位置】

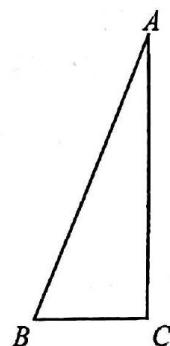
7. 已知 $\frac{y}{x} = \frac{3}{4}$, 那么 $\frac{x-y}{x} =$ _____.
8. $\cos^2 45^\circ - \tan 30^\circ \cdot \sin 60^\circ =$ _____.
9. 已知抛物线 $y = x^2 + 3$, 它与 y 轴的交点坐标为 _____.
10. 二次函数 $y = x^2 - 4x$ 图像上的最低点的纵坐标为 _____.
11. 已知 $\vec{a}$ 的长度为 2, $\vec{b}$ 的长度为 4, 且 $\vec{b}$ 和 $\vec{a}$ 方向相反, 用向量 $\vec{a}$ 表示向量 $\vec{b} =$ _____.
12. 如果两个相似三角形对应边之比是 4:9, 那么它们的周长之比等于 _____.
13. 已知在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 10, BC = 16, \angle B = 60^\circ$, 那么 $AC =$ _____.
14. 已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ, AC = 8, BC = 6$, 点 G 是 $\triangle ABC$ 的重心, 那么点 G 到斜边 AB 的距离是 _____.
15. 在某一时刻, 直立地面的一根竹竿的影长为 3 米, 一根旗杆的影长为 25 米, 已知这根竹竿的长度为 1.8 米, 那么这根旗杆的高度为 _____ 米.
16. 如图, 海中有一个小岛 A , 一艘轮船由西向东航行, 在点 B 处测得小岛 A 在它的北偏东 60° 方向上, 航行 12 海里到达点 C 处, 测得小岛 A 在它的北偏东 30° 方向上, 那么小岛 A 到航线 BC 的距离等于 _____ 海里.



第 16 题图



第 17 题图



第 18 题图

17. 新定义: 已知三条平行直线, 相邻两条平行线间的距离相等, 我们把三个顶点分别在这样的三条平行线上的三角形称为格线三角形. 如图, 已知等腰 $Rt\triangle ABC$ 为“格线三角形”, 且 $\angle BAC = 90^\circ$, 那么直线 BC 与直线 c 的夹角 α 的余切值为 _____.
18. 如图, 已知在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ, \tan A = \frac{5}{12}$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转 90° 后得 $\triangle ADE$, 点 B 落在点 D 处, 点 C 落在点 E 处, 联结 BE, CD , 作 $\angle CAD$ 的平分线 AN , 交线段 BE 于点 M , 交线段 CD 于点 N , 那么 $\frac{AM}{AN}$ 的值为 _____.

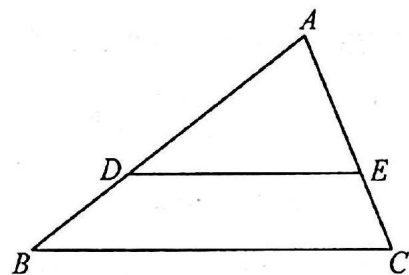
三、解答题：（本大题共 7 题， 满分 78 分）

19. （本题满分 10 分）

如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上, $DE \parallel BC$, 且 $DE = \frac{2}{3}BC$.

(1) 如果 $AC=6$, 求 AE 的长;

(2) 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, 试用 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的线性组合表示向量 $\overrightarrow{DE}$.



第 19 题图

20. （本题满分 10 分， 第小题各 5 分）

已知二次函数 $y = 2x^2 - 4x + 5$.

(1) 用配方法把二次函数 $y = 2x^2 - 4x + 5$ 化为 $y = a(x + m)^2 + k$ 的形式, 并指出这个函数图像的开口方向、对称轴和顶点坐标;

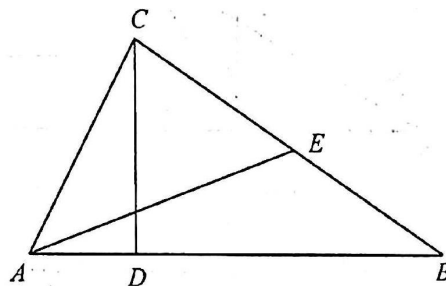
(2) 如果将该函数图像沿 y 轴向下平移 5 个单位, 所得新抛物线与 x 轴正半轴交于点 A , 与 y 轴交于点 B , 顶点为 C , 求 $\triangle ABC$ 的面积.

21. （本题满分 10 分， 第小题各 5 分）

如图, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $CD \perp AB$, 垂足为点 D , $AD = 2$, $BD = 6$, $\tan \angle B = \frac{2}{3}$, 点 E 是边 BC 的中点.

(1) 求边 AC 的长;

(2) 求 $\angle EAB$ 的正弦值.

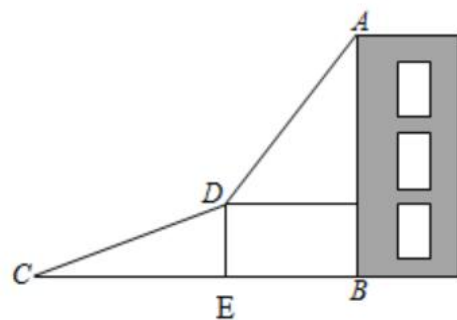


第 21 题图

22. (本题满分 10 分)

如图, 为了测量建筑物 AB 的高度, 先从与建筑物 AB 的底部 B 点水平相距 100 米的点 C 处出发, 沿斜坡 CD 行走至坡顶 D 处, 斜坡 CD 的坡度 $i = 1:3$, 坡顶 D 到 BC 的距离 $DE = 20$ 米, 在点 D 处测得建筑物顶端 A 点的仰角为 50° , 点 A, B, C, D, E 在同一平面内, 根据测量数据, 请计算建筑物 AB 的高度(结果精确到 1 米).

(参考数据: $\sin 50^\circ \approx 0.77, \cos 50^\circ \approx 0.64, \tan 50^\circ \approx 1.19$)

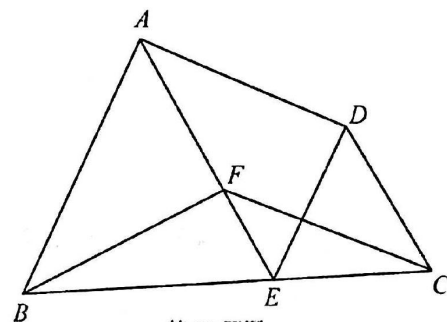


23. (本题满分 12 分, 每小题各 6 分)

已知, 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle ABC = \angle BCD$, 点 E 在边 BC 上, $AE \parallel CD$, $DE \parallel AB$, 过点 C 作 $CF \parallel AD$, 交线段 AE 于点 F , 联结 BF .

(1) 求证: $\triangle ABF \cong \triangle EAD$;

(2) 如果射线 BF 经过点 D , 求证: $BE^2 = EC \cdot BC$.

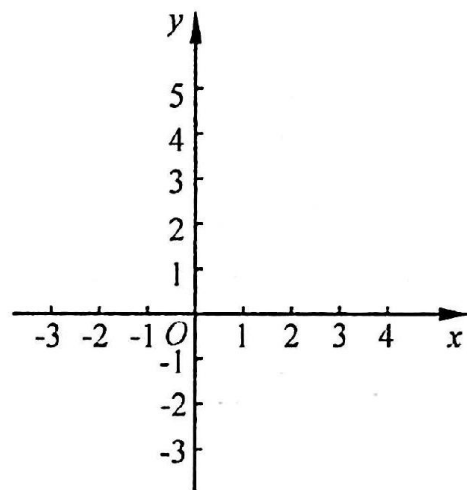


第 23 题图

24. (本题满分 12 分, 每小题各 4 分)

已知在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$ 和点 B ，与 y 轴交于点 $C(0, 2)$ ，点 P 是该抛物线在第一象限内一点，联结 AP, BC ， AP 与线段 BC 相交于点 F 。

- (1) 求抛物线的表达式；
- (2) 设抛物线的对称轴与线段 BC 交于点 E ，如果点 F 与点 E 重合，求点 P 的坐标；
- (3) 过点 P 作 $PG \perp x$ 轴，垂足为点 G ， PG 与线段 BC 交于点 H ，如果 $PF = PH$ ，求线段 PH 的长度。



第 24 题图

25. (本题满分 14 分, 第 (1) (2) 小题各 4 分, 第 (3) 小题 6 分)

如图, 已知在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC = 5$, 点 D 为射线 AB 上一动点, 且 $BD < AD$, 点 B 关于直线 CD 的对称点为点 E , 射线 AE 与射线 CD 交于点 F .

(1) 当点 D 在边 AB 上时,

①求证: $\angle AFC = 45^\circ$;

②延长 AF 与边 CB 的延长线相交于点 G , 如果 $\triangle EBG$ 与 $\triangle BDC$ 相似, 求线段 BD 的长;

(2) 联结 CE, BE , 如果 $S_{\triangle ACE} = 12$, 求 $S_{\triangle ABE}$ 的值.

