

2022 年上海市宝山区中考数学一模试卷

2022.1

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)

【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 如果 $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$ ，且 b 是 a 和 c 的比例中项，那么 $\frac{b}{c}$ 等于 ()

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

2. 在比例尺为 1:5000 的地图上，如果 A 、 B 两地的距离是 10 厘米，那么这两地的实际距离是 ()

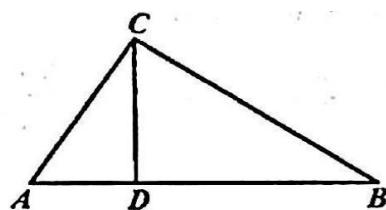
- A. 50000 米 B. 5000 米 C. 500 米 D. 50 米

3. 已知 $\vec{c}$ 为非零向量， $\vec{a} = 2\vec{c}$ ， $\vec{b} = -3\vec{c}$ ，那么下列结论中，不正确的是 ()

- A. $|\vec{a}| = \frac{2}{3}|\vec{b}|$ B. $\vec{a} = -\frac{3}{2}\vec{b}$ C. $3\vec{a} + 2\vec{b} = \vec{0}$ D. $\vec{a} \parallel \vec{b}$

4. 如图，已知 $Rt\triangle ABC$ ， CD 是斜边 AB 边上的高，那么下列结论正确的是 ()

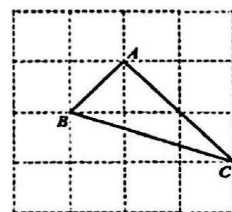
- A. $CD = AB \cdot \tan B$ B. $CD = AD \cdot \cot A$
C. $CD = AC \cdot \sin B$ D. $CD = BC \cdot \cos A$



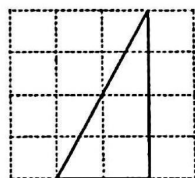
(第 4 题)

5. 把抛物线 $y = (x-1)^2 + 3$ 向左平移 2 个单位长度，平移后抛物线的表达式为 ()

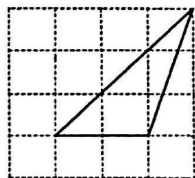
- A. $y = (x-1)^2 + 5$ B. $y = (x-1)^2 + 1$
C. $y = (x+1)^2 + 3$ D. $y = (x-3)^2 + 3$



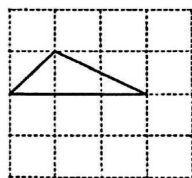
6. 下列格点三角形中，与右侧已知格点 $\triangle ABC$ 相似的是 ()



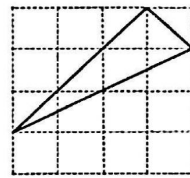
(A)



(B)



(C)



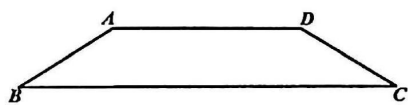
(D)

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)

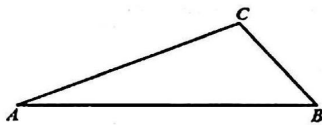
【请将结果直接填入答题纸的相应位置】

7. 已知点 B 在线段 AC 上， $AB = 2BC$ ，那么 $AC:AB$ 的比值是_____.

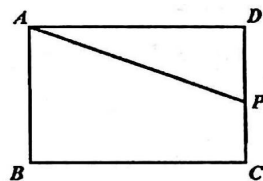
8. 如果 $\frac{x-y}{y}$ 的值是黄金分割数, 那么 $\frac{x}{y}$ 的值为_____.
9. 计算: $\sin^2 30^\circ + \cos^2 45^\circ =$ _____.
10. 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 如果 $\frac{AC}{BC} = \frac{3}{4}$, 那么 $\sin A$ 的值是_____.
11. 已知二次函数 $y = \frac{1}{3}x^2 + x - 1$, 当 $x = -3$ 时, 函数 y 的值是_____.
12. 据了解, 某蔬菜种植基地 2019 年的蔬菜产量为 100 万吨, 2021 年的蔬菜产量为 y 万吨, 如果 2019 年至 2021 年蔬菜产量的年平均增长率为 $x(x > 0)$, 那么 y 关于 x 的函数解析式为_____.
13. 如果抛物线 $y = x^2 + 2x + m - 1$ 的顶点在 x 轴上, 那么 m 的值是_____.
14. 已知 $\triangle ABC$ 的两条中线 AD 、 BE 相交于点 F 如果 $AF = 10$, 那么 AD 的长为_____.
15. 如图, 一段铁路路基的横断面为等腰梯形, 路基的上底宽 AD 为 3 米, 路基高为 1 米, 斜坡 AB 的坡度 $i = 1:1.5$, 那么路基的下底宽 BC 是_____米.



(第 15 题)



(第 16 题)



(第 17 题)

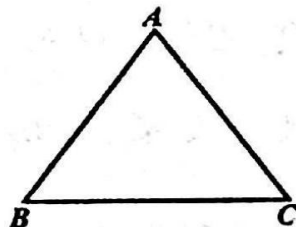
16. 如图, 已知一张三角形纸片 ABC , $AB = 5$, $BC = 2$, $AC = 4$, 点 M 在 AC 边上. 如果过点 M 剪下一个与 $\triangle ABC$ 相似的小三角形纸片, 可以有四种不同的剪法, 设 $AM = x$, 那么 x 的取值范围是_____.
17. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 3$, $BC = 5$, 点 P 在 CD 边上, 联结 AP . 如果将 $\triangle ADP$ 沿直线 AP 翻折, 点 D 恰好落在线段 BC 上, 那么 $\frac{S_{\triangle ADP}}{S_{\text{四边形}ABCP}}$ 的值为_____.
18. 如果一条抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 与 x 轴有两个交点, 那么以该抛物线的顶点和这两个交点为顶点的三角形称为这条抛物线的“特征三角形”. 已知 $y = x^2 + bx (b > 0)$ 的“特征三角形”是等腰直角三角形, 那么 b 的值为_____.

三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

19. (本题满分 10 分)

如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 5$, $BC = 6$.

(1) 求 $\tan B$ 的值;



(2) 延长 BC 至点 D , 联结 AD , 如果 $\angle ADB = 30^\circ$, 求 CD 的长.

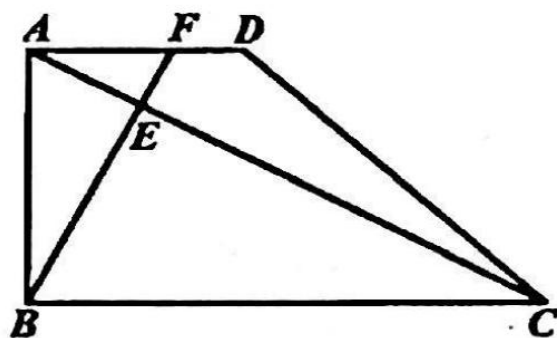
20. (本题满分 10 分)

如图, 已知在四边形 $ABCD$ 中, F 是边 AD 上一点, $AF = 2DF$, BF 交 AC 于点 E ,

又 $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$.

(1) 设 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$, 用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示向量 $\overrightarrow{BF} =$ _____; $\overrightarrow{AC} =$ _____;

(2) 如果 $\angle ABC = 90^\circ$, $AD = 3$, $AB = 4$, 求 BE 的长.



21. (本题满分 10 分)

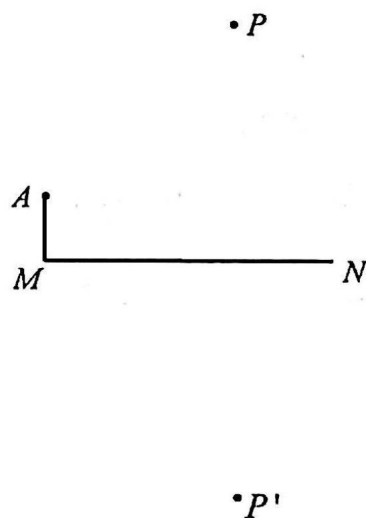
在平面直角坐标系 xOy 中, 已知二次函数图像的顶点为 $A(-1, 2)$, 且经过 $B(-3, 0)$.

(1) 求二次函数的解析式;

(2) 将该二次函数图像向右平移几个单位, 可使平移后所得图像经过坐标原点? 并直接写出平移后所得图像与 x 轴的另一个交点的坐标.

22. (本题满分 10 分)

如图, 小杰在湖边高出水面 MN 约 10m 的平台 A 处发现一架无人机停留在湖面上空的点 P 处, 该无人机在湖中的倒影为点 P' , 小杰在 A 处测得点 P 的仰角为 45° , 点 P' 的俯角为 60° , 求该无人机离开湖面的高度 (结果保留根号).

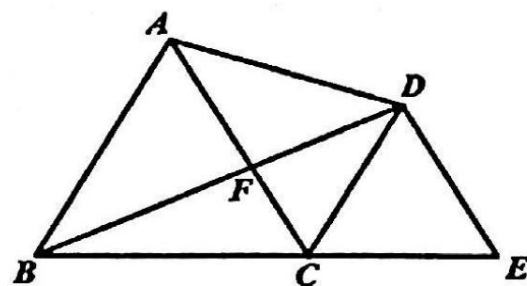


23. (本题满分 12 分)

如图, 已知 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DCE$ 都是等边三角形, 点 B 、 C 、 E 在同一直线上, 联结 BD 交 AC 边于点 F .

(1) 如果 $\angle ABD = \angle CAD$, 求证: $BF^2 = DF \cdot DB$;

(2) 如果 $AF = 2FC$, $S_{\text{四边形}ABCD} = 18$, 求 $S_{\triangle DCE}$ 的值.



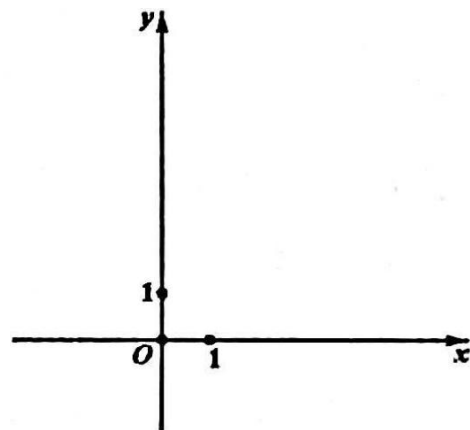
24. (本题满分 12 分)

已知在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 经过点 $A(-1, 0)$ 、 $B(3, 0)$ 、 $C(0, 3)$, 顶点为点 D .

(1) 求抛物线的表达式及顶点 D 的坐标;

(2) 联结 BD 、 CD , 试判断 $\triangle BCD$ 与 $\triangle AOC$ 是否相似, 并证明你的结论;

(3) 抛物线上是否存在点 P , 使得 $\angle PAC = 45^\circ$. 如果存在, 请求出点 P 的坐标; 如果不存在, 请说明理由.



25. (本题满分 14 分)

如图, 已知正方形 $ABCD$, 将 AD 绕点 A 逆时针方向旋转 $n^\circ (0 < n < 90)$ 到 AP 的位置, 分别过点 C 、 D 作 $CE \perp BP$, $DF \perp BP$, 垂足分别为点 E 、 F .

(1) 求证: $CE = EF$;

(2) 联结 CF , 如果 $\frac{DP}{CF} = \frac{1}{3}$, 求 $\angle ABP$ 的正切值;

(3) 联结 AF , 如果 $AF = \frac{\sqrt{2}}{2} AB$, 求 n 的值.

