

2022 年上海市奉贤区中考数学一模试卷

2022.1

一、选择题：(本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分)

【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.】

1. 在平面直角坐标系 xOy 中，下列函数的图像过点 $(-1, 1)$ 的是 ()

- A. $y = x - 1$ B. $y = -x + 1$ C. $y = \frac{1}{x}$ D. $y = x^2$

2. 从图形运动的角度研究抛物线，有利于我们认识新的抛物线的特征. 如果将抛物线 $y = x^2 + 2$ 绕着原点旋转 180° ，那么关于旋转后所得新抛物线与原抛物线之间的关系，下列法正确的是 ()

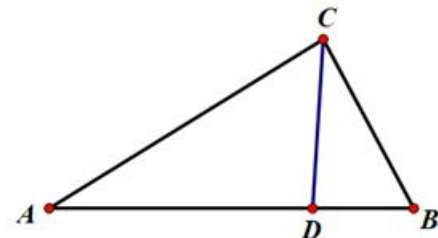
- A. 它们的开口方向相同 B. 它们的对称轴相同
C. 它们的变化情况相同 D. 它们的顶点坐标相同

3. 如果直线 $y = 2x$ 与 x 轴正半轴的夹角为锐角 α ，那么下列各式正确的是 ()

- A. $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ B. $\cos \alpha = \frac{1}{2}$ C. $\tan \alpha = \frac{1}{2}$ D. $\cot \alpha = \frac{1}{2}$

4. 如图，已知 D 是 $\triangle ABC$ 边 AB 上的一点，如果 $\angle BCD = \angle A$ ，那么下列结论中正确的是 ()

- A. $AC^2 = AD \cdot AB$ B. $BC^2 = BD \cdot AB$
C. $CD^2 = AD \cdot BD$ D. $AD^2 = BD \cdot CD$



5. 已知线段 AB ，按以下步骤作图：

- (1) 作以 A 为端点的射线 AP (不与线段 AB 所在直线重合)；
- (2) 在射线 AP 上顺次截取 $AC = CD = DE$ ；
- (3) 联结 BE ，过点 D 作 $DF \parallel BE$ ，交线段 AB 于点 F 。

根据上述作图过程，下列结论中正确的是 ()

- A. $AF : AB = 1 : 2$ B. $AF : AB = 1 : 3$ C. $AF : AB = 2 : 3$ D. $AF : AB = 2 : 1$

6. 在 $\triangle ABC$ 中， $AB = 2\sqrt{3}$ ， $\angle BAC = 30^\circ$. 下列线段 BC 的长度不能使 $\triangle ABC$ 的形状和大小都确定的是 ()

- A. 2 B. 4 C. $\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{3}$

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分)

【请直接将结果填入答题纸的相应位置】

7. 如果 $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5} \neq 0$, 那么 $\frac{y-x}{z} =$ _____.

8. 函数 $y = \frac{x}{x+1}$ 的定义域是_____.

9. 计算: $2(\vec{a} - 2\vec{b}) + 3(\vec{a} + \vec{b}) =$ _____.

10. 如果函数 $y = kx$ ($k \neq 0$) 的图象经过第二、四象限, 那么 y 的值随 x 的值增大而_____. (填“增大”或“减小”)

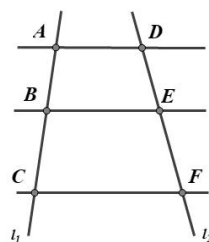
11. 如果抛物线 $y = (x-2)^2 + k$ 不经过第三象限, 那么 k 的值可以是_____. (只需写一个)

12. 用描点法画二次函数的图像需要经过列表、描点、连线三个步骤. 以下是小明画二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 图像时所列的表格:

x	...	-4	-3	-2	0	2	...
y	...	3	0	-1	3	15	...

根据表格可以知道该二次函数图像的顶点坐标是_____.

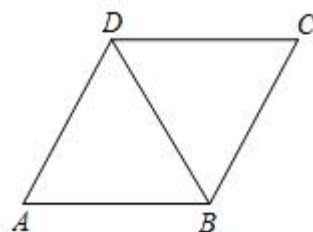
13. 如图, 已知 $AD \parallel BE \parallel CF$, 它们依次交直线 l_1 、 l_2 于点 A 、 B 、 C 和点 D 、 E 、 F . 如果 $5AB = 2AC$, $DE = 6$, 那么线段 EF 的长是_____.



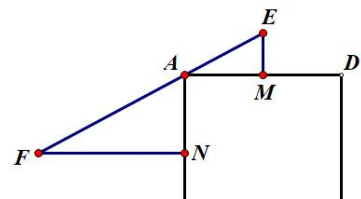
14. 已知在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\sin A = \frac{3}{4}$, $BC = 6$, 则 AB 的长是_____.

15. 联结三角形各边中点, 所得的三角形的周长与原三角形周长的比是_____.

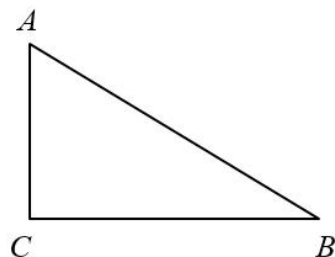
16. 如图, 已知菱形 $ABCD$, E 、 F 分别为 $\triangle ABD$ 和 $\triangle BCD$ 的重心, 如果边 $AB = 5$, 对角线 $BD = 6$, 那么 EF 的长为_____.



17. 《九章算术》是我国古代的数学名著, 书中有这样一个问题: “今有邑方不知大小, 各中开门, 出北门一百步立一表, 出西门二百二十五步适可见之, 问邑方几何?” 它的意思是: 如图, M 、 N 分别是正方形 $ABCD$ 的边 AD 、 AB 的中点, $ME \perp AD$, $NF \perp AB$, EF 过点 A , 且 $ME = 100$ 步, $NF = 225$ 步, 那么该正方形城邑边长 AD 约为_____步.



18. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\sin B = \frac{3}{5}$. D 是边 BC 的中点, 点 E 在边 AB 上, 将 $\triangle BDE$ 沿直线 DE 翻折, 使得点 B 落在同一平面内的点 F 处. 如果线段 FD 交边 AB 于点 G , 当 $FD \perp AB$ 时, $AE:BE$ 的值为_____.



三、解答题：(本大题共 7 题，满分 78 分)

19. (本题满分 10 分)

计算：
$$\frac{2\sin^2 60^\circ - \frac{1}{2}\cot 45^\circ}{\tan^2 60^\circ + 4\sin 45^\circ}.$$

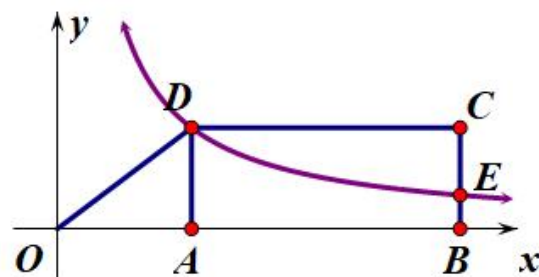
20. (本题满分 10 分，每小题 5 分)

如图，在平面直角坐标系 xOy 中，矩形 $ABCD$ 的顶点 $A(4,0)$ 和 B 在 x 轴的正半轴上，

反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 在第一象限内的图像经过点 D ，交 BC 于点

E . $CE = 2BE$, $\tan \angle AOD = \frac{3}{4}$.

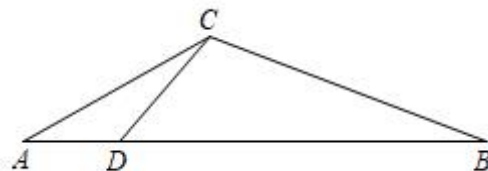
- (1) 求反比例函数的解析式；
- (2) 联结 OC ，求 $\angle BOC$ 的正切值.



21. (本题满分 10 分，每小题 5 分)

如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AC = 5$, $\cot A = 2$, $\cot B = 3$, D 是 AB 边上的一点， $\angle BDC = 45^\circ$.

- (1) 求线段 BD 的长；
- (2) 如果设 $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$, 那么 $\overrightarrow{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{\hspace{2cm}}$, $\overrightarrow{CD} = \underline{\hspace{2cm}}$,
(含 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 的式子表示).



22. (本题满分 10 分)

如图是位于奉贤南桥镇解放东路 866 号的“奉贤电视发射塔”，它建于 1996 年，在长达二十几年的时间里它一直是奉贤区最高建筑物，该记录一直保持到 2017 年，历了 25 年风雨的电视塔铭刻了一代奉贤人的记忆.

某数学活动小组在学习了“解直角三角形的应用”后，开展了测量“奉贤电视发射塔的高度”的实践活动.

测量方案：如图，在电视塔附近的高楼楼顶 C 处测量塔顶 A 处的仰角和塔底 B 处的俯角.

数据收集：这幢高楼共 12 层，每层高约 2.8 米，在楼顶 C 处测得塔顶 A 处的仰角为 58° ，

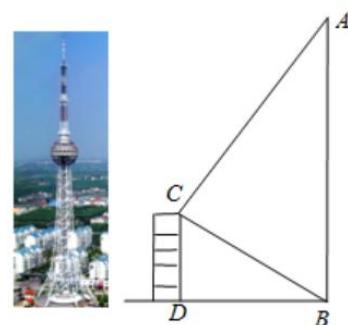
塔底 B 处的俯角为 22° .

问题解决：求奉贤电视发射塔 AB 的高度 (结果精确到 1 米).

参考数据： $\sin 22^\circ \approx 0.37, \cos 22^\circ \approx 0.93, \tan 22^\circ \approx 0.40, \sin 58^\circ \approx 0.85,$

$\cos 58^\circ \approx 0.53, \tan 58^\circ \approx 1.60.$

根据上述测量方案及数据，请你完成求解过程.



23. (本题满分 12 分，第小题 4 分)

根据相似形的定义可以知道，如果一个四边形的四个角与另一个四边形的四个角对应相等，且它们各有的四边对应成比例，那么这两个四边形叫做相似四边形. 对应相等的角的顶点叫做这两个相似四边形的对应顶点，以对应顶点为端点的边是这两个相似四边形的对应边，对应边的比叫做这两个相似多边形的相似比. (我们研究的四边形都是指凸四边形)

(1) 某学习小组在探究相似四边形的判定时，得到如下两个命题，请判断它们是真命题还是假命题 (直接在横线上填写“真”或“假”)

①梯形的中位线将原梯形分成的两个小的梯形相似；_____命题

②有一个内角对应相等的两个菱形相似；_____命题

(2) 已知：如图 1， $\triangle ABC$ 是以 BC 为斜边的等腰直角三角形，以 BC 为直角边作等腰直角三角形 BCD ，再以 BD 为直角边作等腰直角三角形 BDE 。求证：四边形 $ABDC$ 与四边形 $CBED$ 相似。

(3) 已知：如图 2，在 $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别在边 AB 、 AC 上， BE 、 CD 相交于点 F ，点 G 在 AF 的延长线上，联结 BG 、 CG 。如果四边形 $ADFE$ 与四边形 $ABGC$ 相似，且点 A 、 D 、 F 、 E 分别对应 A 、 B 、 G 、 C 。求证： $AF \cdot BF = AG \cdot EF$ 。

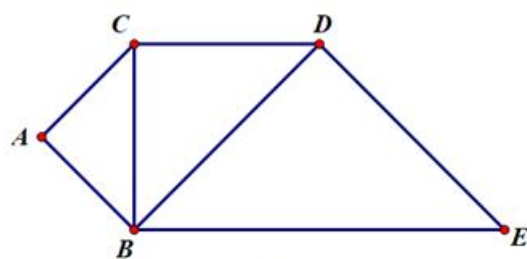


图 1

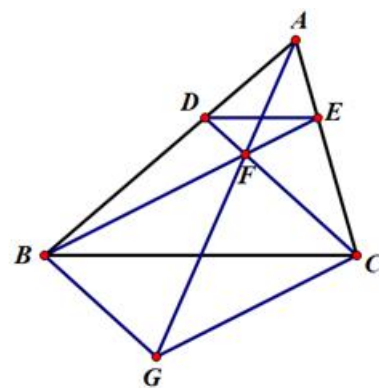


图 2

24. (本题满分 12 分, 每小题 4 分)

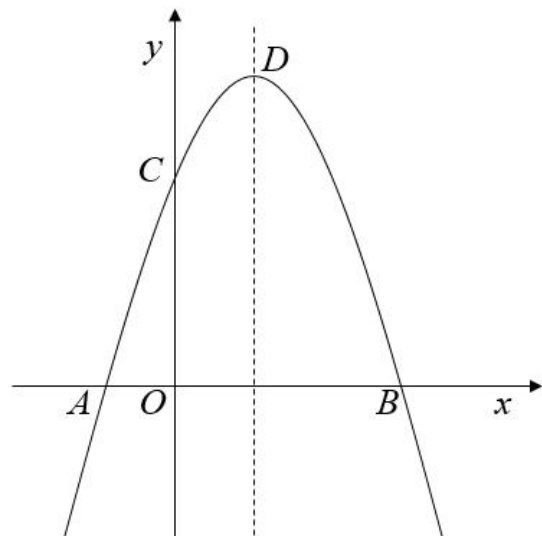
如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ 与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$ 和点 $B(3, 0)$, 与 y 轴交于点 C , 顶点为 D .

(1) 求该抛物线的表达式的顶点 D 的坐标;

(2) 将抛物线沿 y 轴上下平移, 平移后所得新抛物线顶点为 M , 点 C 的对应点为 E .

①如果点 M 落在线段 BC 上, 求 $\angle DBE$ 的度数;

②设直线 ME 与 x 轴正半轴交于点 P , 与线段 BC 交于点 Q , 当 $PE = 2PQ$ 时, 求平移后新抛物线的表达式.



25. (本题满分 14 分, 第 (1) 题 5 分, 第 (2) 题 5 分, 第 (3) 题 4 分)

如图 1, 已知锐角 $\triangle ABC$ 的高 AD 、 BE 相交于点 F , 延长 AD 至 G , 使 $DG=FD$, 连接 BG , CG .

(1) 求证: $BD \cdot AC = AD \cdot BG$;

(2) 如果 $BC=10$, 设 $\tan \angle ABC = m$.

①如图 2, 当 $\angle ABG=90^\circ$ 时, 用含 m 的代数式表示 $\triangle BFG$ 的面积;

②当 $AB=8$, 且四边形 $BGCE$ 是梯形时, 求 m 的值.

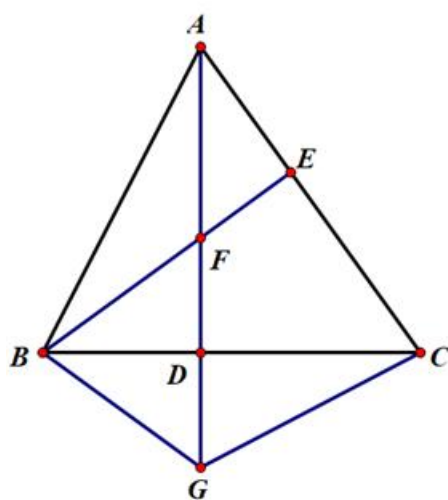


图 1

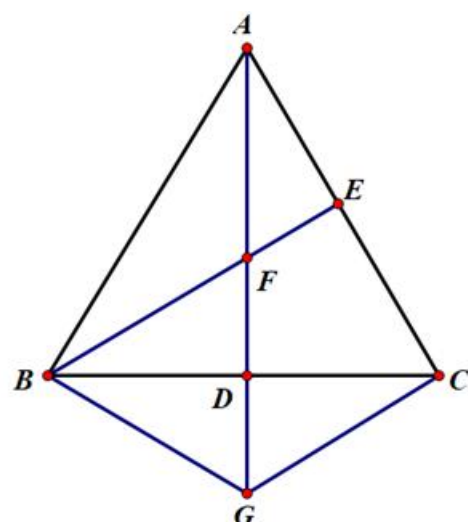


图 2