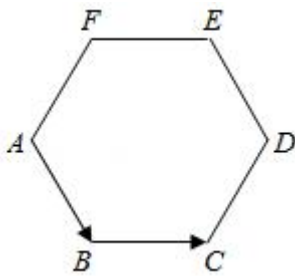


2021 年上海市黄浦区中考数学二模试卷

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）【下列各题的四个选项中，有且只有一个正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

- 1.（4 分）绝对值小于 3 的整数有（ ）
A. 2 个 B. 3 个 C. 5 个 D. 6 个
- 2.（4 分）化简 $(a^2)^3$ 的结果为（ ）
A. a^5 B. a^6 C. a^8 D. a^9
- 3.（4 分）下列图形中，是轴对称图形，但不是中心对称图形的是（ ）
A. 圆 B. 正六边形 C. 菱形 D. 等边三角形
- 4.（4 分）对数据：1、1、1、2、2、3、4，下列判断正确的是（ ）
A. 中位数和众数相等
B. 中位数和平均数相等
C. 众数和平均数相等
D. 中位数、众数和平均数都不相等
- 5.（4 分）“利用描点法画函数图象，进而探究函数的一些简单性质”是初中阶段研究函数的主要方式，请试着研究函数 $y = \frac{1}{x^2}$ ，其图象位于（ ）
A. 第一、二象限 B. 第三、四象限
C. 第一、三象限 D. 第二、四象限
- 6.（4 分）如图，正六边形 $ABCDEF$ 中，记 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ ，则 $\vec{a} - \vec{b}$ 是（ ）



- A. $\overrightarrow{CD}$ B. $\overrightarrow{DE}$ C. $\overrightarrow{EF}$ D. $\overrightarrow{FA}$

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

- 7.（4 分）计算： $\sqrt{1+2^3} = \underline{\hspace{2cm}}$.
- 8.（4 分）分解因式： $x^2 - 9 = \underline{\hspace{2cm}}$.

9. (4分) 方程 $\sqrt{2 - \frac{1}{x}} = 1$ 的解是_____.

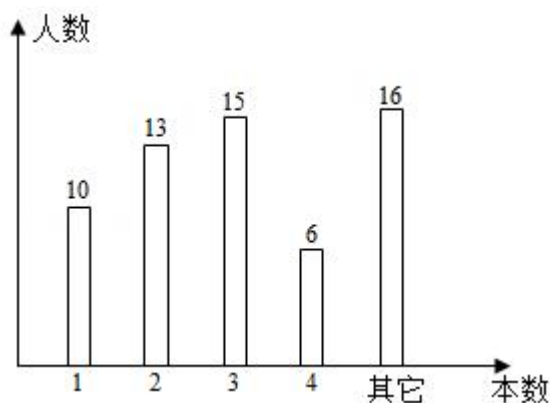
10. (4分) 已知关于 x 的方程 $x^2 - 6x + k = 0$ 有两个相等的实数根, 那么 k 的值是_____.

11. (4分) 如果反比例函数 $y = \frac{2-k}{x}$ (k 为正整数), 在每个象限内, 当自变量 x 的值逐渐增大时, y 的值随着逐渐减小, 那么正整数 k 的值为_____.

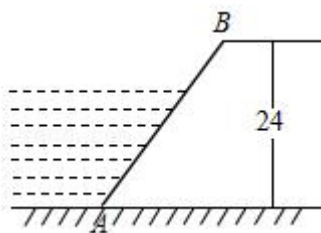
12. (4分) 直线 $y = 2x + 6$ 与两坐标轴围成的三角形面积是_____.

13. (4分) 掷两枚骰子, 两者朝上面点数之和只可能是 2、3、4、5、6、7、8、9、10、11 和 12, 共 11 种可能, 所以小明认为“掷两枚骰子, 出现两者朝上面点数之和为 2”的概率是 $\frac{1}{11}$. 你同意小明的观点吗? 答: _____, 理由是_____.

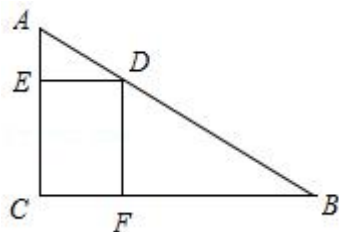
14. (4分) 为了了解某区初中学生暑假中阅读课外读物的情况, 小杰和小丽随机调查了该区内 60 名初中学生, 并将调查数据整理成下面的条形图 (如图). 如果该区共有初中学生 15000 人, 那么估计该区在暑假中阅读了 4 本课外读物的初中学生有_____人.



15. (4分) 如图, 某水库水坝的坝高为 24 米, 如果迎水坡 AB 的坡度为 1: 0.75, 那么该水库迎水坡 AB 的长度为_____米.

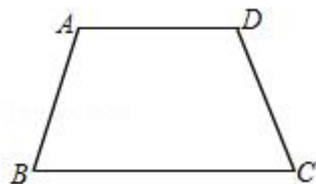


16. (4分) 已知在 $\triangle ABC$ 中, $AC = 3$, $BC = 4$, $AB = 5$, 点 D 位于边 AB 上, 过点 D 作边 BC 的平行线交边 AC 于点 E , 过点 D 作边 AC 的平行线交边 BC 于点 F (如图), 设 $AD = x$, 四边形 $CEDF$ 的面积为 y , 则 y 关于 x 的函数关系式是_____. (不必写定义域)



17. (4分) 在平面直角坐标系内, 已知点 $A(3, 4)$, 如果圆 A 与两坐标轴有且只有 3 个公共点, 那么圆 A 的半径长是_____.

18. (4分) 如图, 在等腰梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$. 将 $\triangle ABD$ 沿对角线 BD 翻折, 点 A 的对应点 E 恰好位于边 BC 上, 且 $BE:EC = 3:2$, 则 $\angle C$ 的余切值是_____.



三、解答题: (本大题共 7 题, 满分 78 分)

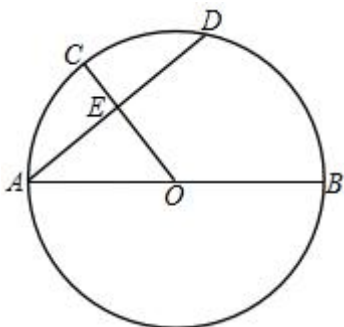
19. (10分) 计算: $(\pi - 3)^0 + \frac{4}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} - 4\sin^2 30^\circ - \sqrt{20}$.

20. (10分) 解方程组:
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5, & \text{①} \\ x^2 - 4y^2 = 0. & \text{②} \end{cases}$$

21. (10分) 如图, AB 是圆 O 的直径, 点 C 、 D 为圆 O 上的点, 满足: $\widehat{AC} = \widehat{CD}$, AD 交 OC 于点 E . 已知 $OE = 3$, $EC = 2$.

(1) 求弦 AD 的长;

(2) 请过点 C 作 AB 的平行线交弦 AD 于点 F , 求线段 EF 的长.

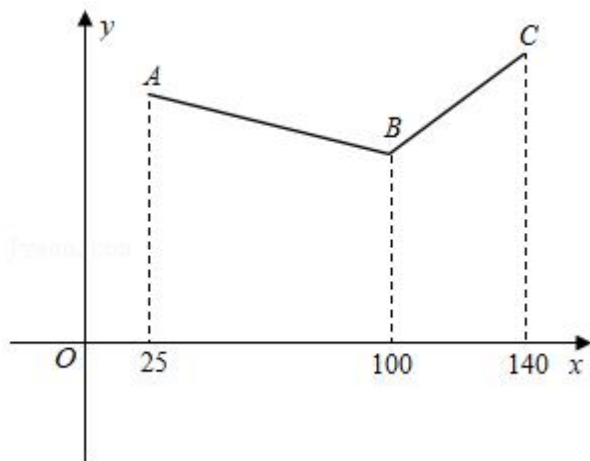


22. (10分) 某款轿车每行驶 100 千米的耗油量 y 升与其行驶速度 x 千米/小时之间的函数关系图象如图所示, 其中线段 AB 的表达式为 $y = -\frac{1}{25}x + 13$ ($25 \leq x \leq 100$), 点 C 的坐标为

$(140, 14)$, 即行驶速度为 140 千米/小时时该轿车每行驶 100 千米的耗油量是 14 升.

(1) 求线段 BC 的表达式;

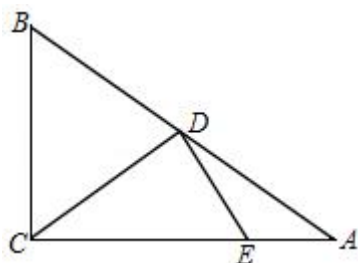
(2) 如果从甲地到乙地全程为 260 千米，其中有 60 千米限速 50 千米/小时的省道和 200 千米限速 120 千米/小时的高速公路，那么在不考虑其他因素的情况下，这款轿车从甲地行驶到乙地至少需要耗油多少升？



23. (12 分) 如图， CD 是直角 $\triangle ABC$ 斜边 AB 上的中线，点 E 位于边 AC 上，且 $\angle ADE = \angle B - \angle A$.

(1) 求证： $\triangle CDE \sim \triangle ABC$ ；

(2) 当 $DA:EA = \sqrt{6}:1$ 时，求 $\triangle CDE$ 与 $\triangle ABC$ 的面积比.

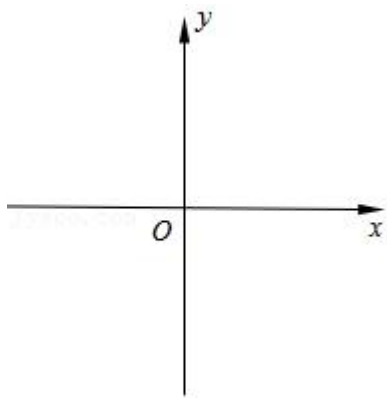


24. (12 分) 如果抛物线 $C_1: y = ax^2 + bx + c$ 与抛物线 $C_2: y = -ax^2 + dx + e$ 的开口方向相反，顶点相同，我们称抛物线 C_2 是 C_1 的“对顶”抛物线.

(1) 求抛物线 $y = x^2 - 4x + 7$ 的“对顶”抛物线的表达式；

(2) 将抛物线 $y = x^2 - 4x + 7$ 的“对顶”抛物线沿其对称轴平移，使所得抛物线与原抛物线 $y = x^2 - 4x + 7$ 形成两个交点 M 、 N ，记平移前后两抛物线的顶点分别为 A 、 B ，当四边形 $AMBN$ 是正方形时，求正方形 $AMBN$ 的面积.

(3) 某同学在探究“对顶”抛物线时发现：如果抛物线 C_1 与 C_2 的顶点位于 x 轴上，那么系数 b 与 d ， c 与 e 之间的关系是确定的，请写出它们之间的关系.



25. (14分) 如图, AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, 过点 C 作 AD 的垂线交边 AB 于点 E , 垂足为点 O , 连接 DE .

- (1) 求证: $DE = DC$;
- (2) 当 $\angle ACB = 90^\circ$, 且 $\triangle BDE$ 与 $\triangle ABC$ 的面积比为 $1:3$ 时, 求 $CE:AD$ 的值;
- (3) 是否存在 $\triangle ABC$ 能使 CE 为 $\triangle ABC$ 边 AB 上的中线, 且 $CE = AD$? 如果能, 请用 $\angle CAB$ 的某个三角比的值来表示它此时的大小; 如果不能, 请说明理由.

