

## 2021 年上海市长宁区中考数学二模试卷

一、选择题（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）[每题只有一个正确选项，在答题纸相应题号的选项上用 2B 铅笔正确填涂]

1.  $-8$  的倒数是 ( )

- A.  $-8$                       B.  $8$                       C.  $-\frac{1}{8}$                       D.  $\frac{1}{8}$

2. 下列运算正确的是 ( )

- A.  $(a^2)^3 = a^5$                       B.  $a^4 \cdot a^2 = a^8$                       C.  $a^6 \div a^3 = a^2$                       D.  $(ab)^3 = a^3b^3$

3. 一家鞋店对上周某品牌女鞋的销售量统计如下：

|         |    |    |    |    |    |
|---------|----|----|----|----|----|
| 尺寸 (码)  | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 |
| 销售量 (双) | 2  | 4  | 11 | 7  | 3  |

这家鞋店决定本周进该品牌女鞋时多进一些尺寸为 37 码的鞋，影响鞋店决策的统计量是 ( )

- A. 平均数                      B. 众数                      C. 中位数                      D. 方差

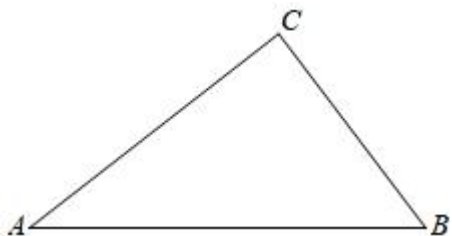
4. 下列方程中，有实数解的是 ( )

- A.  $x^2 - x + 1 = 0$                       B.  $x^2 + 1 = 0$   
C.  $\frac{1}{x-1} = \frac{2}{x^2-1}$                       D.  $\sqrt{x-1} = 1-x$

5. 下列命题中，假命题是 ( )

- A. 对角线互相垂直的矩形是正方形  
B. 对角线相等的菱形是正方形  
C. 对角线互相垂直平分的四边形是正方形  
D. 对角线互相垂直且相等的平行四边形是正方形

6. 如果两个圆相交，且其中一个圆的圆心在另一个圆的圆内时，我们称此两圆的位置关系为“内相交”. 如图 1，已知  $\triangle ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 4$ ， $BC = 3$ ，点  $O$  在边  $AC$  上. 如果  $\odot C$  与直线  $AB$  相切，以  $OA$  为半径的  $\odot O$  与  $\odot C$  “内相交”，那么  $OA$  的长度可以是 ( )



- A.  $\frac{16}{5}$       B.  $\frac{12}{5}$       C.  $\frac{8}{5}$       D.  $\frac{4}{5}$

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）【在答题纸相应题号后的空格内直接填写答案】

7. 计算：  $a(a+1) =$  \_\_\_\_\_.

8. 函数  $y = \sqrt{x-2}$  的定义域是\_\_\_\_\_.

9. 方程组  $\begin{cases} x+2y=3 \\ x^2-y^2=0 \end{cases}$  的解是\_\_\_\_\_.

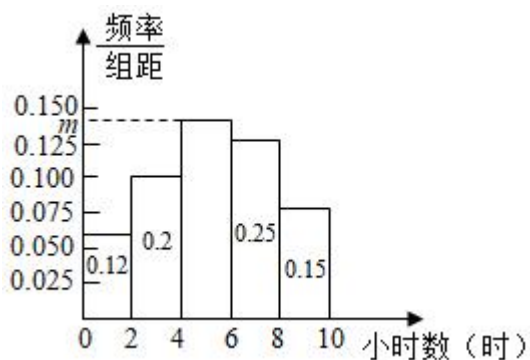
10. 正多边形的一个外角等于  $20^\circ$ ，则这个正多边形的边数是\_\_\_\_\_.

11. 如果抛物线  $y = (m+1)x^2$  的最高点是坐标轴的原点，那么  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

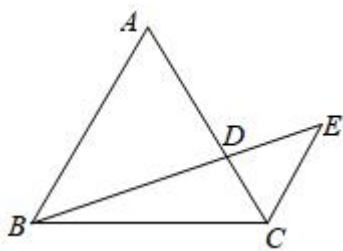
12. 观察反比例函数  $y = \frac{2}{x}$  的图象，当  $0 < x < 1$  时， $y$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

13. 从  $\frac{2}{9}, \sqrt{2}, \pi$  这三个数中任选一个数，选出的这个数是有理数的概率为\_\_\_\_\_.

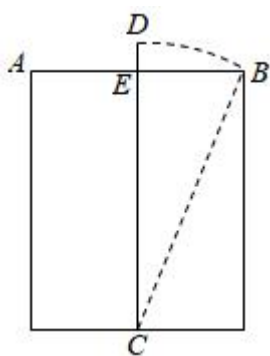
14. 某校为了解本校学生每周阅读课外书籍的时间，对本校全体学生进行了调查，并绘制如图所示的频率分布直方图，那么图中  $m$  的值为\_\_\_\_\_.



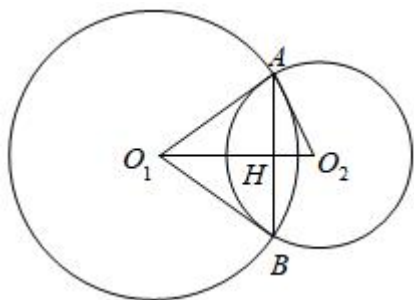
15. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $AB = AC = 12$ ， $DC = 4$ ，过点作  $C$  作  $CE \parallel AB$  交  $BD$  的延长线于点  $E$ ， $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$ ，那么  $\overrightarrow{BE}$  用向量  $\vec{a}, \vec{b}$  表示为\_\_\_\_\_.



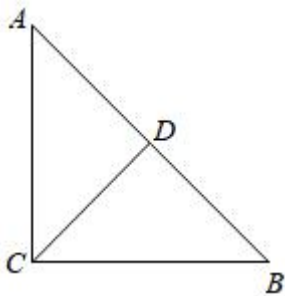
16. 我国古代数学著作《九章算术》中有这样一个问题：“今有池方一丈，葭生其中央，出水一尺。引葭赴岸，适与岸齐，问水深几何？”（注：丈，尺是长度单位，1丈=10尺）这段话的意思是：有一水池一丈见方，池中央生有一棵芦苇，露出水面一尺。如把它引向岸边，正好与岸边齐。问水有多深？即如图所示的截面图中， $AB=1$ 丈， $CD$ 垂直平分 $AB$ ， $DE=1$ 尺， $CD=CB$ ，那么水的深度 $CE$ 是\_\_\_\_\_尺。



17. 如图，已知 $\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 相交于 $A$ 、 $B$ 两点，圆心 $O_1$ 、 $O_2$ 在公共弦 $AB$ 的两侧， $AB=O_1O_2=4$ ， $\sin \angle AO_1B = \frac{12}{13}$ ，那么 $O_2A$ 的长是\_\_\_\_\_。



18. 如图，已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $AB=6$ ， $CD$ 是斜边 $AB$ 的中线。将 $\triangle ABC$ 绕点 $A$ 旋转，点 $B$ 、点 $C$ 分别落在点 $B'$ 、点 $C'$ 处，且点 $B'$ 在射线 $CD$ 上，边 $AC'$ 与射线 $CD$ 交于点 $E$ 。如果 $\frac{AE}{EC'}=3$ ，那么线段 $CE$ 的长是\_\_\_\_\_。



三、解答题（本大题共 7 题，满分 78 分）[将下列各题的解答过程，做在答题纸的相应位置上]

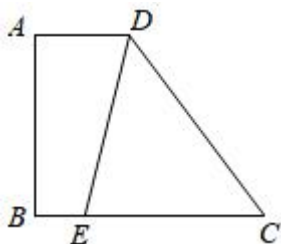
19. 计算： $27^{\frac{1}{3}} + (\sqrt{2} - 1)^2 - (\frac{1}{2})^{-1} + \frac{2}{\sqrt{2} - 1}$ .

20. 解不等式组：
$$\begin{cases} 6(\frac{2}{3}x - 2) < x - 3 \\ \frac{1-x}{2} \leq x \end{cases}$$
，并求出它的正整数解.

21. 如图，已知梯形  $ABCD$  中， $AD \parallel BC$ ， $\angle B = 90^\circ$ ， $CD = 15$ ， $BC = 16$ ， $AB = 12$ ，点  $E$  是边  $BC$  上的一点，联结  $DE$ ，且  $DE = CE$ .

(1) 求梯形  $ABCD$  的面积；

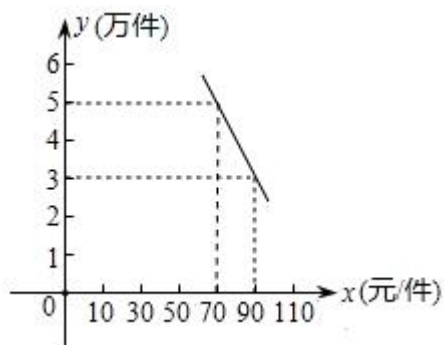
(2) 求  $\angle DEC$  的正切值.



22. 某商店销售一种商品. 经过市场调查发现：该产品的销售单价需定在 50 元到 110 元之间较为合理，每月销售量  $y$  (万件) 与销售单价  $x$  (元/件) 存在如图所示的一次函数关系. 根据图象提供的信息，解答下列问题：

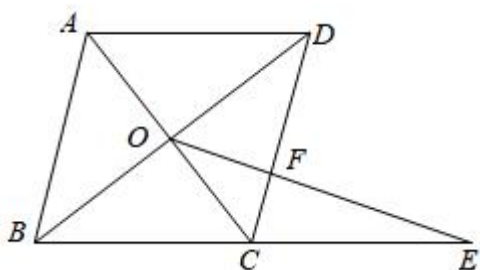
(1) 求这种商品的每月销售量  $y$  (万件) 关于销售单价  $x$  (元/件) ( $50 \leq x \leq 110$ ) 的函数解析式；

(2) 已知六月份、八月份这种商品的销售单价分别为 95 元/件和 84 元/件，且每月销售量的增长率是相同的，求这个增长率.



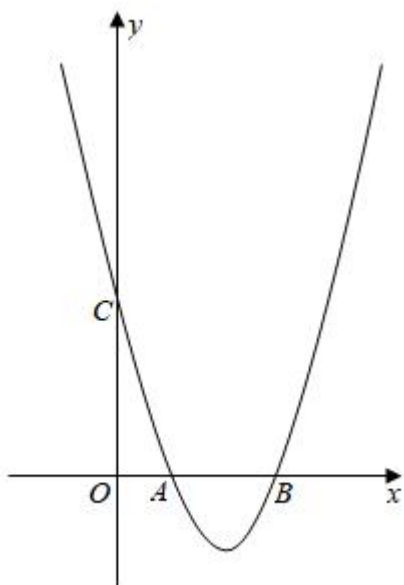
23. 如图, 已知四边形  $ABCD$  中,  $AD \parallel BC$ , 对角线  $AC$ 、 $BD$  相交于点  $O$ ,  $AC$  平分  $\angle BAD$ ,  $BD$  平分  $\angle ABC$ , 点  $E$  在边  $BC$  的延长线上, 联结  $OE$ , 交边  $CD$  于点  $F$ .

- (1) 求证: 四边形  $ABCD$  是菱形;
- (2) 如果  $OE \perp CD$ , 求证:  $CE \cdot OF = CF \cdot OE$ .



24. 如图, 已知在平面直角坐标系  $xOy$  中, 抛物线  $y = ax^2 - \frac{16}{3}x + c$  经过点  $A(1, 0)$ 、 $B(3, 0)$ , 且与  $y$  轴交于点  $C$ .

- (1) 求抛物线的表达式;
- (2) 如果将抛物线向左平移  $m$  ( $m > 0$ ) 个单位长度, 联结  $AC$ 、 $BC$ , 当抛物线与  $\triangle ABC$  的三边有且只有一个公共点时, 求  $m$  的值;
- (3) 如果点  $P$  是抛物线上一动点, 且在点  $B$  的右侧, 联结  $PC$ , 直线  $PA$  交  $y$  轴于点  $E$ , 当  $\angle PCE = \angle PEC$  时, 求点  $P$  的坐标.



25. 已知半圆  $O$  的直径  $AB=4$ , 点  $C$ 、 $D$  在半圆  $O$  上 (点  $C$  与点  $D$  不重合),  $\angle COB=\angle DBO$ , 弦  $BD$  与半径  $OC$  相交于点  $E$ ,  $CH \perp AB$ , 垂足为点  $H$ ,  $CH$  交弦  $BD$  于点  $F$ .

(1) 如图 1, 当点  $D$  是  $\widehat{AC}$  的中点时, 求  $\angle COB$  的度数;

(2) 如图 2, 设  $OH=x$ ,  $\frac{CF}{CE}=y$ , 求  $y$  关于  $x$  函数解析式, 并写出定义域;

(3) 联结  $OD$ 、 $OF$ , 如果  $\triangle DOF$  是等腰三角形, 求线段  $OH$  的长.

