

2021 年上海市普陀区中考数学二模试卷

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）[下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上]

1.（4 分）下列计算中，正确的是（ ）

A. $2a^2+3a=5a^3$ B. $2a^2\cdot 3a=5a^3$ C. $2a^2\div 3a=\frac{2}{3}a$ D. $(2a^2)^3=8a^5$

2.（4 分）下列单项式中，可以与 x^2y^3 合并同类项的是（ ）

A. x^3y^2 B. $\frac{y^3x^2}{2}$ C. $3x^2y$ D. $2x^2y^3z$

3.（4 分）方程 $\sqrt{x+2}=x$ 的根是（ ）

A. $x=-2$ B. $x=-1$ C. $x=0$ D. $x=2$

4.（4 分）已知两组数据： x_1 、 x_2 、 x_3 、 x_4 、 x_5 和 x_1+2 、 x_2+2 、 x_3+2 、 x_4+2 、 x_5+2 ，下列有关这两组数据的说法中，正确的是（ ）

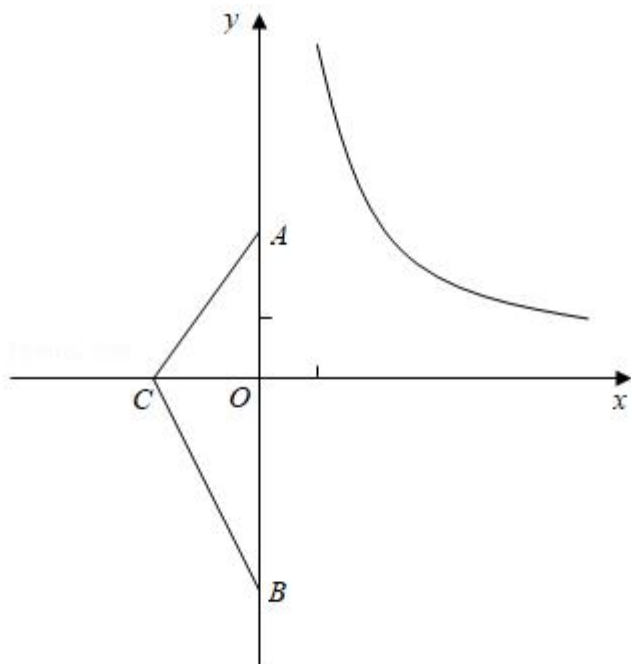
A. 平均数相等 B. 中位数相等 C. 众数相等 D. 方差相等

5.（4 分）已知在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 中， $AB=A'B'$ ， $AC=A'C'$ ，下列条件中，不一定能得到 $\triangle ABC\cong\triangle A'B'C'$ 的是（ ）

A. $BC=B'C'$ B. $\angle A=\angle A'$ C. $\angle C=\angle C'$ D. $\angle B=\angle B'=$

90°

6.（4 分）如图，在平面直角坐标系中， $\triangle ABC$ 的顶点 A 、 B 均在 y 轴上，点 C 在 x 轴上，将 $\triangle ABC$ 绕着顶点 B 旋转后，点 C 的对应点 C' 落在 y 轴上，点 A 的对应点 A' 落在反比例函数 $y=\frac{6}{x}$ 在第一象限的图象上．如果点 B 、 C 的坐标分别是 $(0, -4)$ 、 $(-2, 0)$ ，那么点 A' 的坐标是（ ）



- A. (3, 2) B. $(\frac{3}{2}, 4)$ C. (2, 3) D. $(4, \frac{3}{2})$

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7.（4 分）因式分解： $a^3 - 4a =$ _____.

8.（4 分）已知 $f(x) = \frac{2}{x-1}$ ，则 $f(\sqrt{3}) =$ _____.

9.（4 分）不等式组 $\begin{cases} -2x < 4 \\ x-3 < 1 \end{cases}$ 的解集是_____.

10.（4 分）已知正比例函数 $y = kx$ (k 是常数, $k \neq 0$) 的函数值 y 随 x 的值增大而减小, 那么 k 的取值范围是_____.

11.（4 分）如果关于 x 的方程 $x^2 - x + m - 1 = 0$ 有两个相等的实数根, 那么 m 的值等于_____.

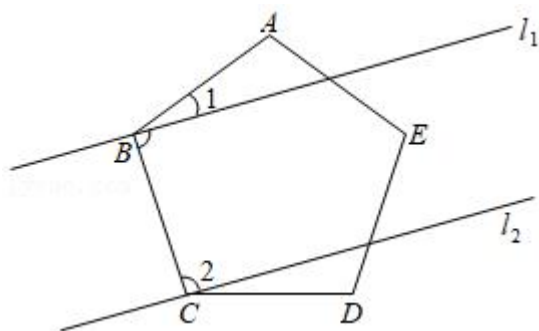
12.（4 分）抛物线 $y = ax^2 + ax + 2$ ($a \neq 0$) 的对称轴是直线_____.

13.（4 分）为了唤起公众的节水意识, 从 1993 年起, 联合国将每年的 3 月 22 日定为“世界水日”. 某居委会表彰了社区内 100 户节约用水的家庭, 5 月份这 100 户家庭节约用水的情况如表所示, 那么 5 月份这 100 户家庭节水量的平均数是_____吨.

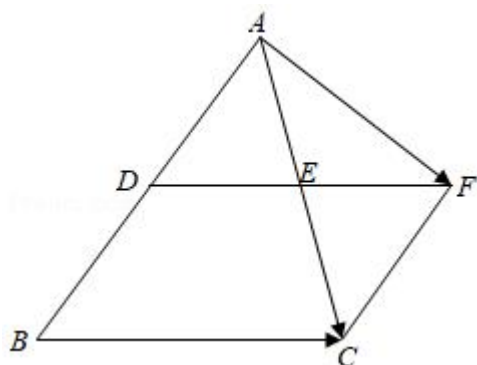
每户节水量 (单位: 吨)	5	6	7.2
节水户户数	62	28	10

14. (4分) 小明已有两根长度分别是 2cm 和 5cm 的细竹签, 盒子里有四根长度分别是 3cm 、 4cm 、 7cm 、 8cm 的细竹签, 小明从盒子里随意抽取一根细竹签, 恰能与已有的两根细竹签首尾顺次联结组成三角形的概率等于_____.

15. (4分) 如图, 两条平行线 l_1 、 l_2 分别经过正五边形 $ABCDE$ 的顶点 B 、 C . 如果 $\angle 1 = 20^\circ$, 那么 $\angle 2 =$ _____.

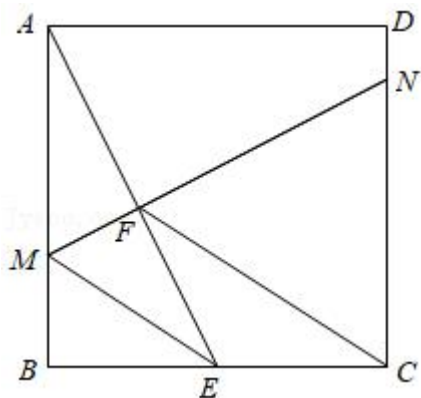


16. (4分) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 中, D 、 E 分别为边 AB 、 AC 的中点, 点 F 在 DE 的延长线上, $EF = DE$, 设 $\overrightarrow{BC} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AF} = \vec{b}$, 那么向量 $\overrightarrow{AC}$ 用向量 $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 表示是_____.



17. (4分) 已知等腰三角形 ABC 中, $AB = AC$, $BC = 6$, 以 A 为圆心 2 为半径长作 $\odot A$, 以 B 为圆心 BC 为半径作 $\odot B$, 如果 $\odot A$ 与 $\odot B$ 内切, 那么 $\triangle ABC$ 的面积等于_____.

18. (4分) 如图, 正方形 $ABCD$ 中, $AB = 4$, E 为边 BC 的中点, 点 F 在 AE 上, 过点 F 作 $MN \perp AE$, 分别交边 AB 、 DC 于点 M 、 N , 联结 FC , 如果 $\triangle FNC$ 是以 CN 为底边的等腰三角形, 那么 $FC =$ _____.



三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19. (10 分) 计算： $-1^{2020} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-\frac{1}{2}} - |\sqrt{3}-2| + \sqrt{27}$.

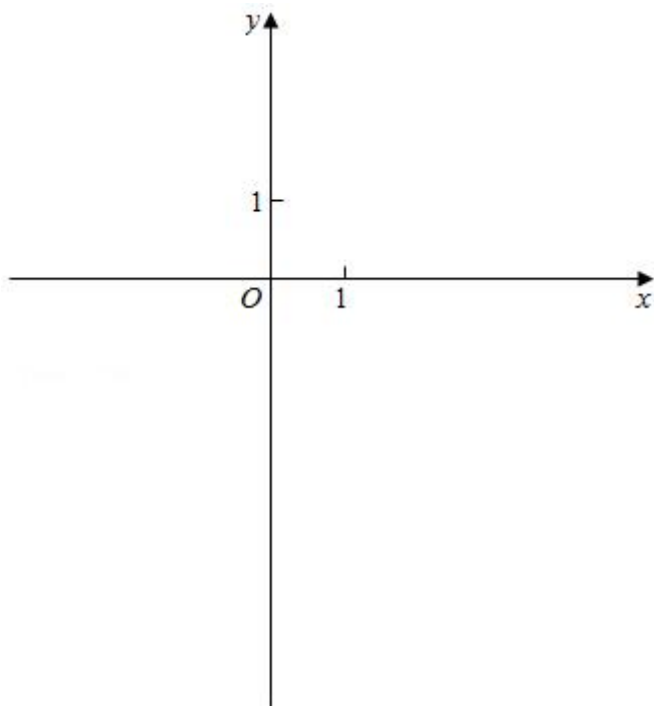
20. (10 分) 解方程： $\frac{2x}{x+3} - \frac{24}{x^2+2x-3} = 1$.

21. (10 分) 在平面直角坐标系 xOy 中（如图），已知直线 $y = -\frac{1}{2}x+2$ 分别与 x 轴、 y 轴交

于点 A 、 B ，一个正比例函数的图象与这直线交于点 C ，点 C 的横坐标是 1.

(1) 求正比例函数的解析式；

(2) 将正比例函数的图象向上或向下平移，交直线 $y = -\frac{1}{2}x+2$ 于点 D ，设平移后函数图象的截距为 b ，如果交点 D 始终落在线段 AB 上，求 b 的取值范围.



22. (10 分) 如图 1，一扇窗户打开后可以用窗钩 AB 将其固定，窗钩的一个端点 A 固定在

窗户底边 OE 上, 且与转轴底端 O 之间的距离为 20cm , 窗钩的另一个端点 B 可在窗框边上的滑槽 OF 上移动, 滑槽 OF 的长度为 17cm , AB 、 BO 、 AO 构成一个三角形. 当窗钩端点 B 与点 O 之间的距离是 7cm 的位置时(如图 2), 窗户打开的角 $\angle AOB$ 的度数为 37° .

(1) 求钩 AB 的长度(精确到 1cm);

(2) 现需要将窗户打开的角 $\angle AOB$ 的度数调整到 45° 时, 求此时窗钩端点 B 与点 O 之间的距离(精确到 1cm).

(参考数据: $\sin 37^\circ \approx 0.6$, $\cos 37^\circ \approx 0.8$, $\tan 37^\circ \approx 0.75$, $\sqrt{2} \approx 1.4$)

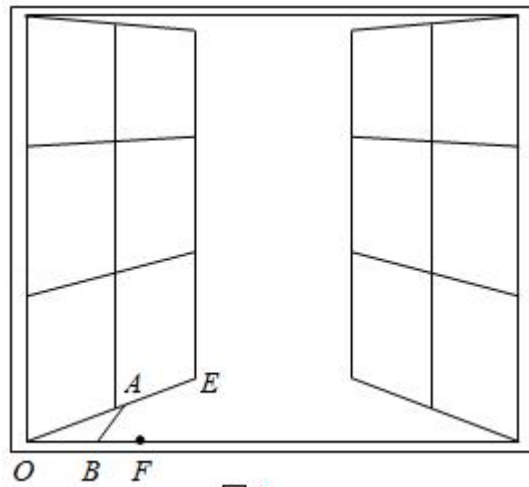


图 1

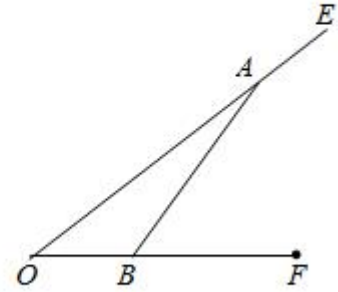
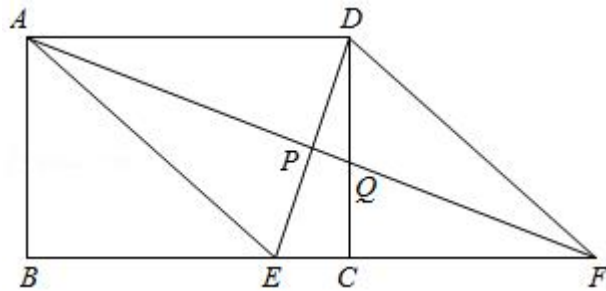


图 2

23. (12 分) 已知: 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 点 E 、 F 分别在边 BC 、边 BC 的延长线上, 四边形 $AEFD$ 是菱形, 菱形的对角线 AF 分别交 DE 、 DC 于点 P 、 Q , $\frac{AF}{BF} = \frac{EF}{PF}$.

求证: (1) 四边形 $ABCD$ 为矩形;

(2) $BE \cdot DQ = FQ \cdot PE$.



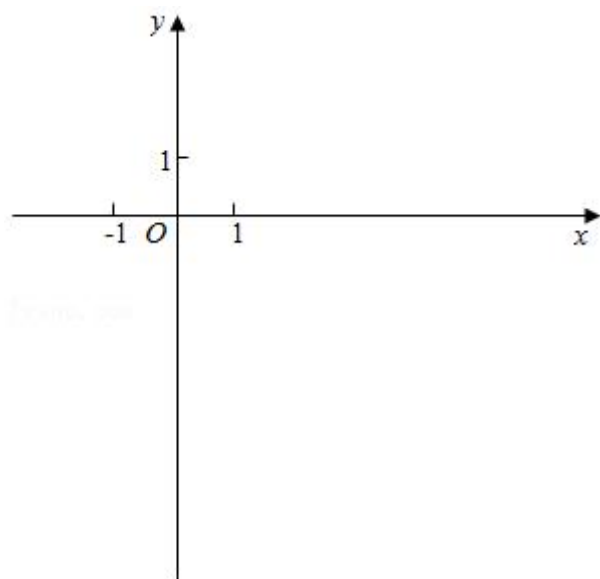
24. (12 分) 在平面直角坐标系 xOy 中(如图), 已知抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点 A

$(-2, 0)$ 、 $B(6, 0)$, 与 y 轴交于点 C , 点 D 是在第四象限内抛物线上的一个动点, 直线 AD 与直线 BC 交于点 E .

(1) 求 b 、 c 的值和直线 BC 的表达式;

(2) 设 $\angle CAD = 45^\circ$ ，求点 E 的坐标；

(3) 设点 D 的横坐标为 d ，用含 d 的代数式表示 $\triangle ACE$ 与 $\triangle DCE$ 的面积比．



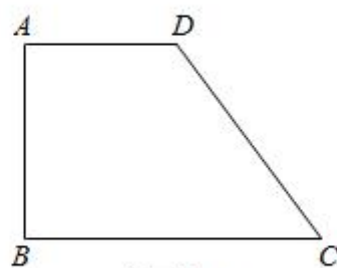
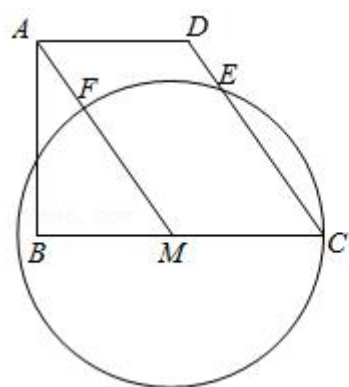
25. (14分) 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB \perp BC$, $AD = 3$, $CD = 5$, $\cos C = \frac{3}{5}$ (如图). M

是边 BC 上一个动点 (不与点 B 、 C 重合), 以点 M 为圆心, CM 为半径作圆, $\odot M$ 与射线 CD 、射线 MA 分别相交于点 E 、 F .

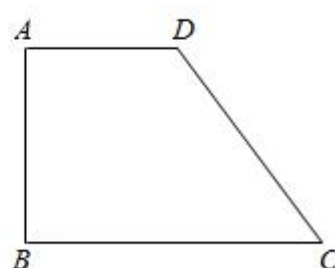
(1) 设 $CE = \frac{18}{5}$, 求证: 四边形 $AMCD$ 是平行四边形;

(2) 联结 EM , 设 $\angle FMB = \angle EMC$, 求 CE 的长;

(3) 以点 D 为圆心, DA 为半径作圆, $\odot D$ 与 $\odot M$ 的公共弦恰好经过梯形的一个顶点, 求此时 $\odot M$ 的半径长.



备用图 1



备用图 2