

辽宁省辽阳市 2018 年中考数学试卷

一、选择题

1. 在实数-2, 3, 0, $-\frac{5}{3}$ 中, 最大的数是 ()

A. -2

B. 3

C. 0

D. $-\frac{5}{3}$

【答案】B

【解析】

【分析】依据正数大于零, 零大于负数, 正数大于一切负数解答即可.

【详解】: $-2 < -\frac{5}{3} < 0 < 3$,

所以最大的数是 3.

故选 B.

【点睛】本题考查了实数的大小比较, 掌握比较实数大小的法则是解题的关键.

2. 下列图形中, 是中心对称图形的是 ()



【答案】D

【解析】

【分析】根据把一个图形绕某一点旋转 180° , 如果旋转后的图形能够与原来的图形重合, 那么这个图形就叫做中心对称图形, 这个点叫做对称中心可得答案.

【详解】A、不是中心对称图形, 故此选项错误;

B、不是中心对称图形, 故此选项错误;

C、不是中心对称图形, 故此选项错误;

D、是中心对称图形, 故此选项正确;

故选 D.

【点睛】本题考查了中心对称图形, 解题的关键是掌握中心对称图形的定义.

3. 下列运算正确的是 ()

A. $x^3 + x^5 = x^8$

B. $(y+1)(y-1) = y^2 - 1$

C. $a^{10} \div a^2 = a^5$

D. $(-a^2b)^3 = a^6b^3$

【答案】B

【解析】

【分析】直接利用合并同类项法则以及积的乘方运算法则、整式的乘除运算分别计算得出答案.

【详解】A、 x^3+x^5 ，无法计算，故此选项错误；

B、 $(y+1)(y-1)=y^2-1$ ，正确；

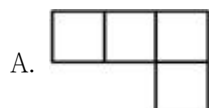
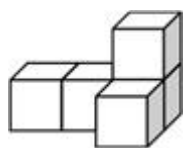
C、 $a^{10} \div a^2 = a^8$ ，故此选项错误；

D、 $(-a^2b)^3 = -a^6b^3$ ，故此选项错误.

故选 B.

【点睛】本题考查了合并同类项以及积的乘方运算、整式的乘除运算，正确掌握相关运算法则是解题的关键.

4. 如图所示几何体是由五个相同的小正方体搭成的，它的左视图是（ ）



【答案】D

【解析】

【分析】找到几何体从左面看所得到的图形即可.

【详解】从左面可看到从左往右 2 列小正方形的个数为：2，1.

故选 D.

【点睛】本题考查了三视图的知识，解题的关键是掌握：左视图是从物体的左面看得到的视图.

5. 下列事件中，最适合采用全面调查的是（ ）

A. 对某班全体学生出生日期的调查

B. 对全国中学生节水意识的调查

C. 对某批次灯泡使用寿命的调查

D. 对辽阳市初中学生每天阅读时间的调查

【答案】A

【解析】

【分析】根据普查得到的调查结果比较准确，但所费人力、物力和时间较多，而抽样调查得到的调查结果比较近似判断即可.

【详解】A、对某班全体学生出生日期的调查情况适合普查，故此选项符合题意；

B、对全国中学生节水意识的调查范围广适合抽样调查，故此选项不符合题意；

C、对某批次灯泡使用寿命的调查具有破坏性适合抽样调查，故此选项不符合题意；

D、对辽阳市初中学生每天阅读时间的调查范围广适合抽样调查，故此选项不符合题意；

故选 A.

【点睛】本题考查了抽样调查和全面调查的区别，选择普查还是抽样调查要根据所要考查的对象的特征灵活选用，一般来说，对于具有破坏性的调查、无法进行普查、普查的意义或价值不大，应选择抽样调查，对于精确度要求高的调查，事关重大的调查往往选用普查.

6. 九年级（1）班学生周末从学校出发到某实践基地研学旅行，实践基地距学校 150 千米，一部分学生乘慢车先行，出发 30 分钟后，另一部分学生乘快车前往，结果他们同时到达实践基地，已知快车的速度是慢车速度的 1.2 倍，如果设慢车的速度为 x 千米/时，根据题意列方程得（ ）

A. $\frac{150}{x} - 30 = \frac{150}{1.2x}$ B. $\frac{150}{x} + 30 = \frac{150}{1.2x}$ C. $\frac{150}{x} - \frac{1}{2} = \frac{150}{1.2x}$ D. $\frac{150}{x} + \frac{1}{2} = \frac{150}{1.2x}$

【答案】C

【解析】

【分析】设慢车的速度为 x 千米/小时，则快车的速度为 $1.2x$ 千米/小时，根据题意可得走过 150 千米，快车比慢车少用 $\frac{1}{2}$ 小时，列方程即可.

【详解】设慢车的速度为 x 千米/小时，则快车的速度为 $1.2x$ 千米/小时，
根据题意可得： $\frac{150}{x} - \frac{1}{2} = \frac{150}{1.2x}$.

故选 C.

【点睛】本题考查了由实际问题抽象出分式方程，解题的关键是读懂题意，找出合适的等量关系，列方程.

7. 学习全等三角形时，某班举行了以“生活中的全等”为主题的测试活动，全班学生的测试成绩统计如下表：

得分（分）	85	89	93	96	100
人数（人）	4	6	15	13	2

则这些学生得分的中位数是（ ）

A. 89 B. 91 C. 93 D. 96

【答案】C

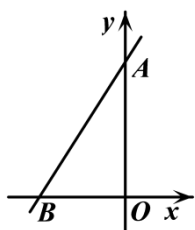
【解析】

【分析】根据中位数定义，将该组数据按从小到大依次排列，处于中间位置的两个数的平均数即为中位数.

【详解】处于中间位置的数为第 20、21 两个数，都为 93 分，中位数为 93 分.
故选 C.

【点睛】本题考查了中位数的意义，中位数是将一组数据从小到大（或从大到小）重新排列后，最中间的那个数（最中间两个数的平均数），叫做这组数据的中位数.

8. 如图，直线 $y=ax+b(a \neq 0)$ 过点 A（0，4），B（-3，0），则方程 $ax+b=0$ 的解是（ ）



- A. $x=-3$ B. $x=4$ C. $x=-\frac{4}{3}$ D. $x=-\frac{3}{4}$

【答案】A

【解析】

【分析】根据所求方程的解，即为函数 $y=ax+b$ 图象与 x 轴交点横坐标，确定出解即可．

【详解】方程 $ax+b=0$ 的解，即为函数 $y=ax+b$ 图象与 x 轴交点的横坐标，

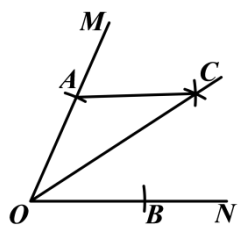
$\because$ 直线 $y=ax+b$ 过 $B(-3, 0)$,

$\therefore$ 方程 $ax+b=0$ 的解是 $x=-3$,

故选 A.

【点睛】本题考查了一次函数与一元一次方程，任何一元一次方程都可以转化为 $ax+b=0$ (a, b 为常数, $a \neq 0$) 的形式，所以解一元一次方程可以转化为：当某个一次函数的值为 0 时，求相应的自变量的值．从图象上看，相当于已知直线 $y=ax+b$ 确定它与 x 轴的交点的横坐标的值．

9. 如图，在 $\angle MON$ 中，以点 O 为圆心，任意长为半径作弧，交射线 OM 于点 A ，交射线 ON 于点 B ，再分别以 A, B 为圆心， OA 的长为半径作弧，两弧在 $\angle MON$ 的内部交于点 C ，作射线 OC . 若 $OA=5$, $AB=6$, 则点 B 到 AC 的距离为 ()



- A. 5 B. $\frac{24}{5}$ C. 4 D. $\frac{12}{5}$

【答案】B

【解析】

【分析】根据题意，作出合适的辅助线，然后根据角平分线的性质、等腰三角形的性质和勾股定理可以求得点 B 到 AC 的距离，本题得以解决．

【详解】由题意可得，

OC 为 $\angle MAN$ 的角平分线，

$\because OA=OB$, OC 平分 $\angle AOB$,

$\therefore OC \perp AB$,

设 OC 与 AB 交于点 D , 作 $BE \perp AC$ 于点 E ,

$\because AB=6, OA=5, AC=OA, OC \perp AB$,

$\therefore AC=5, \angle ADC=90^\circ, AD=3$,

$\therefore CD=4$,

$$\therefore \frac{AB \cdot CD}{2} = \frac{AC \cdot BE}{2},$$

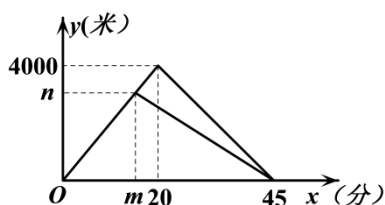
$$\therefore \frac{6 \times 4}{2} = \frac{5 \cdot BE}{2},$$

$$\text{解得, } BE = \frac{24}{5},$$

故选 B.

【点睛】 本题考查角平分线的性质, 解答本题的关键是明确题意, 找出所求问题需要的条件, 利用数形结合的思想解答.

10. 晓琳和爸爸到太子河公园运动, 两人同时从家出发, 沿相同路线前行, 途中爸爸有事返回, 晓琳继续前行 5 分钟后也原路返回, 两人恰好同时到家. 晓琳和爸爸在整个运动过程中离家的路程 y_1 (米), y_2 (米) 与运动时间 x (分) 之间的函数关系如图所示, 下列结论: ①两人同行过程中的速度为 200 米/分; ② m 的值是 15, n 的值是 3000; ③晓琳开始返回时与爸爸相距 1800 米; ④运动 18 分钟或 30 分钟时, 两人相距 900 米. 其中正确结论的个数是 ()



A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【答案】 C

【解析】

【分析】 ①两人同行过程中的速度就是 20 分钟前进 4000 千米的速度; ②爸爸有事返回的时间, 比晓琳原路返回的时间 20 分钟少 5 分钟, n 的值用速度乘以时间即可; ③晓琳开始返回时与爸爸的距离是他们的速度和乘以时间 5 分钟; ④两人相距 900 米是 $y_1 - y_2 = 900$.

【详解】: ① $4000 \div 20 = 200$ 米/分 $\therefore$ 两人同行过程中的速度为 200 米/分, ①正确

② $m = 20 - 5 = 15$, $n = 200 \times 15 = 3000$, ②正确

③晓琳开始返回时, 爸爸和晓琳各走 5 分钟, 爸爸返回的速度为 100 所以他们的距离为: $300 \times 5 = 1500$ (米),

③不正确

④设爸爸返回的解析式为 $y_2=kx+b$ ，把 $(15, 3000)$ $(45, 0)$ 代入得

$$\begin{cases} 15k + b = 3000 \\ 45k + b = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = -100 \\ b = 4500 \end{cases}$$

$$\therefore y_2 = -100x + 4500$$

$$\therefore \text{当 } 0 \leq x \leq 20 \text{ 时, } y_1 = 200x$$

$$y_1 - y_2 = 900 \therefore 200x - (-100x + 4500) = 900$$

$$\therefore x = 18$$

$$\text{当 } 20 \leq x \leq 45 \text{ 时, } y_1 = ax + b, \text{ 将 } (20, 4000) (45, 0) \text{ 代入得} \begin{cases} 20a + b = 4000 \\ 45a + b = 0 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} k = -160 \\ b = 7200 \end{cases}$$

$$y_1 = -160x + 7200$$

$$y_1 - y_2 = 900,$$

$$(-160x + 7200) - (-100x + 4500) = 900,$$

$$x = 30 \therefore \text{④正确}$$

故选 C.

【点睛】本题考查了一次函数的应用，明确横纵坐标的实际意义是解题得关键.

二、填空题

11. PM2.5 是指大气中直径小于或等于 0.0000025m 的颗粒物，将 0.0000025 用科学记数法表示为

_____.

【答案】 2.5×10^{-6}

【解析】

【分析】绝对值小于 1 的正数也可以利用科学记数法表示，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂，指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

【详解】 $0.0000025 = 2.5 \times 10^{-6}$,

故答案为: 2.5×10^{-6} .

【点睛】本题考查了用科学记数法表示较小的数，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ，n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定.

12. 分解因式: $4ax^2-ay^2=$ _____.

【答案】 $a(2x+y)(2x-y)$

【解析】

【分析】 首先提取公因式 a , 再利用平方差进行分解即可.

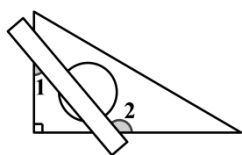
【详解】 原式= $a(4x^2-y^2)$

$=a(2x+y)(2x-y)$,

故答案为 $a(2x+y)(2x-y)$.

【点睛】 本题考查了用提公因式法和公式法进行因式分解, 一个多项式有公因式首先提取公因式, 然后再用其他方法进行因式分解, 同时因式分解要彻底, 直到不能分解为止.

13. 将一张矩形纸条与一块三角板如图放置, 若 $\angle 1=36^\circ$, 则 $\angle 2=$ _____.



【答案】 126°

【解析】

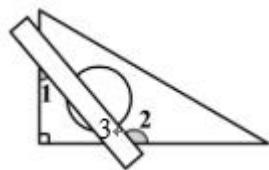
【分析】 根据三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和求出 $\angle 3$, 再根据两直线平行, 同位角相等可得 $\angle 2=\angle 3$.

【详解】 如图, 由三角形的外角性质得, $\angle 3=90^\circ+\angle 1=90^\circ+36^\circ=126^\circ$,

$\because$ 直尺的两边互相平行,

$\therefore \angle 2=\angle 3=126^\circ$.

故答案为 126° .



【点睛】 本题考查了平行线的性质, 三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和的性质, 熟记性质是解题的关键.

14. 一个暗箱里装有 10 个黑球, 8 个白球, 6 个红球, 每个球除颜色外都相同, 从中任意摸出一个球, 摸到白球的概率是_____.

【答案】 $\frac{1}{3}$

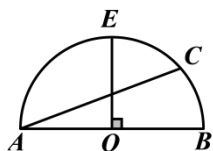
【解析】

【分析】让白球的个数除以球的总数即为摸到白球的概率.

【详解】10 个黑球, 8 个白球, 6 个红球一共是 24 个, 所以从中任意摸出一个球, 摸到白球的概率是 $\frac{8}{24} = \frac{1}{3}$.
故答案为 $\frac{1}{3}$.

【点睛】本题考查了统计与概率中概率的求法, 解题的关键是掌握: 概率=所求情况数与总情况数之比.

15. 如图, AB 是半圆 O 的直径, E 是半圆上一点, 且 $OE \perp AB$, 点 C 为弧 BE 的中点, 则 $\angle A =$ _____°.



【答案】22.5

【解析】

【分析】连接半径 OC, 先根据点 C 为 $\widehat{BE}$ 的中点, 得 $\angle BOC = 45^\circ$, 再由同圆的半径相等和等腰三角形的性质得: $\angle A = \angle ACO = \frac{1}{2} \times 45^\circ$, 可得结论.

【详解】连接 OC,

$\because OE \perp AB$,

$\therefore \angle EOB = 90^\circ$,

$\because$ 点 C 为 $\widehat{BE}$ 的中点,

$\therefore \angle BOC = 45^\circ$,

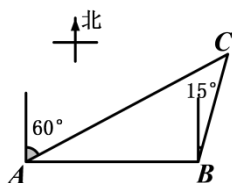
$\because OA = OC$,

$\therefore \angle A = \angle ACO = \frac{1}{2} \times 45^\circ = 22.5^\circ$,

故答案为 22.5° .

【点睛】本题考查了圆周角定理与等腰三角形的性质. 解题的关键是注意掌握数形结合思想的应用.

16. 如图, 一艘轮船自西向东航行, 航行到 A 处测得小岛 C 位于北偏东 60° 方向上, 继续向东航行 10 海里到达点 B 处, 测得小岛 C 在轮船的北偏东 15° 方向上, 此时轮船与小岛 C 的距离为 _____ 海里. (结果保留根号)

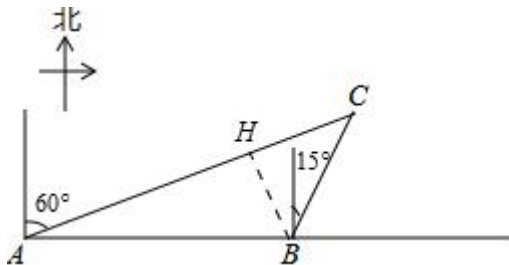


【答案】 $5\sqrt{2}$

【解析】

【分析】如图，作 $BH \perp AC$ 于 H ．在 $\text{Rt}\triangle ABH$ 中，求出 BH ，再在 $\text{Rt}\triangle BCH$ 中，利用等腰直角三角形的性质求出 BC 即可．

【详解】如图，作 $BH \perp AC$ 于 H ．



在 $\text{Rt}\triangle ABH$ 中， $\because AB=10$ 海里， $\angle BAH=30^\circ$ ，

$\therefore \angle ABH=60^\circ$ ， $BH=\frac{1}{2}AB=5$ （海里），

在 $\text{Rt}\triangle BCH$ 中， $\because \angle CBH=\angle C=45^\circ$ ， $BH=5$ （海里），

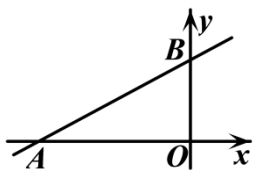
$\therefore BH=CH=5$ 海里，

$\therefore CB=5\sqrt{2}$ （海里）．

故答案为： $5\sqrt{2}$ ．

【点睛】本题考查了解直角三角形的应用-方向角问题，解题的关键是学会添加常用辅助线，构造特殊三角形解决问题．

17. 如图，直线 $y = \frac{1}{2}x + 4$ 与坐标轴交于 A ， B 两点，在射线 AO 上有一点 P ，当 $\triangle APB$ 是以 AP 为腰的等腰三角形时，点 P 的坐标是_____．



【答案】 $(-3, 0)$ 或 $(4\sqrt{5}-8, 0)$

【解析】

【分析】把 $x=0$ ， $y=0$ 分别代入函数解析式，即可求得相应的 y 、 x 的值，则易得点 A 、 B 的坐标；根据等腰三角形的判定，分两种情况讨论即可求得．

【详解】解：当 $y=0$ 时， $x=-8$ ，即 $A(-8, 0)$ ，

当 $x=0$ 时， $y=4$ ，即 $B(0, 4)$ ，

$\therefore OA=8$ ， $OB=4$ ，

在 $Rt\triangle ABO$ 中, $AB = \sqrt{AO^2 + BO^2} = 4\sqrt{5}$,

若 $AP = AB = 4\sqrt{5}$, 则 $OP = AP - AO = 4\sqrt{5} - 8$,

$\therefore$ 点 $P(4\sqrt{5} - 8, 0)$

若 $AP' = BP'$, 在 $Rt\triangle BP'O$ 中, $BP'^2 = BO^2 + P'O^2 = 16 + (AO - BP')^2$.

$\therefore BP' = AP' = 5$,

$\therefore OP' = 3$,

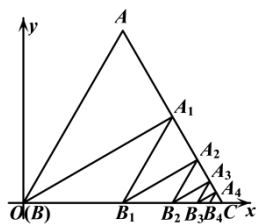
$\therefore P'(-3, 0)$,

综上所述: 点 $P(-3, 0), (4\sqrt{5} - 8, 0)$

故答案为 $(-3, 0)$ 或 $(4\sqrt{5} - 8, 0)$

【点睛】 本题考查了一次函数图象上点的坐标特征, 等腰三角形的性质, 利用分类思想解决问题是解题的关键.

18. 如图, 等边三角形 ABC 的边长为 1, 顶点 B 与原点 O 重合, 点 C 在 x 轴的正半轴上, 过点 B 作 $BA_1 \perp AC$ 于点 A_1 , 过点 A_1 作 $A_1B_1 \parallel OA$, 交 OC 于点 B_1 ; 过点 B_1 作 $B_1A_2 \perp AC$ 于点 A_2 , 过点 A_2 作 $A_2B_2 \parallel OA$, 交 OC 于点 B_2 ; , 按此规律进行下去, 点 A_{2020} 的坐标是_____.



【答案】 $\left(\frac{2^{2021} - 1}{2^{2021}}, \frac{\sqrt{3}}{2^{2021}} \right)$

【解析】

【分析】 根据 $\triangle ABC$ 是等边三角形, 得到 $AB = AC = BC = 1$, $\angle ABC = \angle A = \angle ACB = 60^\circ$, 解直角三角形得到

$A\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $C(1, 0)$, 根据等腰三角形的性质得到 $AA_1 = A_1C$, 根据中点坐标公式得到 $A_1\left(\frac{3}{4}, \frac{\sqrt{3}}{4}\right)$,

推出 $\triangle A_1B_1C$ 是等边三角形, 得到 A_2 是 A_1C 的中点, 求得 $A_2\left(\frac{7}{8}, \frac{\sqrt{3}}{8}\right)$, 推出 $A_n\left(\frac{2^{n+1} - 1}{2^{n+1}}, \frac{\sqrt{3}}{2^{n+1}}\right)$, 即可得到

结论.

【详解】 $\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$\therefore AB = AC = BC = 1$, $\angle ABC = \angle A = \angle ACB = 60^\circ$,

$$\therefore A\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right), C(1, 0),$$

$$\therefore BA_1 \perp AC,$$

$$\therefore AA_1 = A_1C,$$

$$\therefore A_1\left(\frac{3}{4}, \frac{\sqrt{3}}{4}\right),$$

$$\therefore A_1B_1 \parallel OA,$$

$$\therefore \angle A_1B_1C = \angle ABC = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle A_1B_1C$ 是等边三角形,

$\therefore A_2$ 是 A_1C 的中点,

$$\therefore A_2\left(\frac{7}{8}, \frac{\sqrt{3}}{8}\right),$$

$$\text{同理 } A_3\left(\frac{15}{16}, \frac{\sqrt{3}}{16}\right),$$

...

$$\therefore A_n\left(\frac{2^{n+1}-1}{2^{n+1}}, \frac{\sqrt{3}}{2^{n+1}}\right), A_{2020} \text{ 的坐标是 } \left(\frac{2^{2021}-1}{2^{2021}}, \frac{\sqrt{3}}{2^{2021}}\right),$$

$$\text{故答案为 } \left(\frac{2^{2021}-1}{2^{2021}}, \frac{\sqrt{3}}{2^{2021}}\right).$$

【点睛】本题考查了点的坐标，等边三角形的性质，解题的关键是根据求出的数据得出规律.

三、解答题

19. 先化简，再求值： $\left(\frac{2}{a+1} - \frac{2a-3}{a^2-1}\right) \div \frac{1}{a+1}$ ，其中 $a = 2\cos 30^\circ + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - (\pi-3)^0$

【答案】 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

【解析】

【分析】先根据分式的混合运算顺序和运算法则化简原式，再利用特殊锐角的三角函数值、负整数指数幂与零指数幂得到 a 的值，继而将 a 的值代入计算可得.

【详解】原式 $= \left[\frac{2a-2}{(a+1)(a-1)} - \frac{2a-3}{(a+1)(a-1)} \right] \cdot (a+1)$

$$= \frac{1}{(a+1)(a-1)} \cdot (a+1)$$

$$= \frac{1}{a-1},$$

$$\text{当 } a=2\cos 30^{\circ}+\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}-(\pi-3)^0=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}+2-1=\sqrt{3}+1 \text{ 时,}$$

$$\text{原式}=\frac{1}{\sqrt{3}+1-1}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}.$$

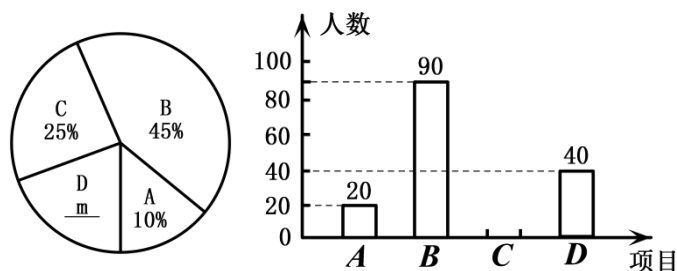
【点睛】本题主要考查分式的化简求值，解题的关键是掌握分式的混合运算顺序和运算法则及特殊锐角的三角函数值、负整数指数幂与零指数幂.

20. 我省中小学积极开展综合实践活动，某校准备组织开展四项综合实践活动：“A.我是非遗小传人，B.学做家常餐，C.爱心义卖行动，D.找个岗位去体验”.为了解学生最喜爱哪项综合实践活动，随机抽取部分学生进行问卷调查（每位学生只能选择一项），将调查结果绘制成下面两幅不完整的统计图，请结合图中提供的信息回答下列问题：

- (1) 本次一共调查了_____名学生，在扇形统计图中，m 的值是_____；
- (2) 补全条形统计图；
- (3) 若该校共有 1200 名学生，估计最喜爱 B 和 C 项目的学生一共有多少名？
- (4) 现有最喜爱 A，B，C，D 活动项目的学生各一人，学校要从这四人中随机选取两人交流活动体会，请用列表或画树状图的方法求出恰好选取最喜爱 C 和 D 项目的两位学生的概率.

最喜爱各项综合实践活动条形统计图

最喜爱各项综合实践活动扇形统计图



【答案】(1) 200, 20%; (2) 详见解析; (3) 840; (4) $\frac{1}{6}$.

【解析】

【分析】(1) 用喜欢 A 项目的人数除以它所占的百分比即可得到调查的总人数；用 100%减去其它项目所占的百分比，即可求出 m 的值；

(2) 用总人数乘以 C 项目所占的百分比，求出 C 项目的人数，从而补全统计图；

(3) 用该校的总人数乘以喜爱 B 和 C 项目的学生所占的百分比即可；

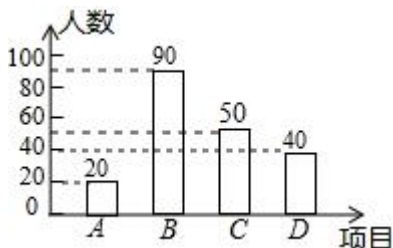
(4) 画树状图展示所有 12 种等可能的结果数，再找出最喜爱 C 和 D 项目的两位学生的结果数，然后根据概率公式求解。

【详解】：(1) 本次共调查的学生数是： $20 \div 10\% = 200$ (人)，

$m = 100\% - 10\% - 45\% - 25\% = 20\%$ ；

故答案为 200，20%；

(2) C 项目的人数是： $200 \times 25\% = 50$ (人)，补图如下：

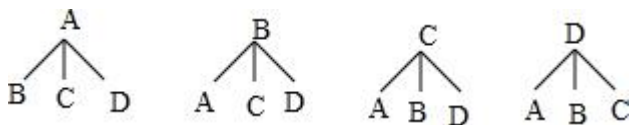


(3) 根据题意得：

$1200 \times (45\% + 25\%) = 840$ (名)，

答：最喜爱 B 和 C 项目的学生一共有 840 名；

(4) 画树状图为：



共有 12 种等可能的结果数，恰好选取最喜爱 C 和 D 项目的两位学生的结果数为 2 种，

所以恰好选取最喜爱 C 和 D 项目的两位学生的概率 $= \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ 。

【点睛】本题考查了列表法与树状图法：通过列表法或树状图法展示所有等可能的结果求出 n，再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m，然后根据概率公式求出事件 A 或 B 的概率。也考查了统计图。

21. 青年志愿者爱心小分队赴山村送温暖，准备为困难村民购买一些米面。已知购买 1 袋大米、4 袋面粉，共需 240 元；购买 2 袋大米、1 袋面粉，共需 165 元。

(1) 求每袋大米和面粉各多少元？

(2) 如果爱心小分队计划购买这些米面共 40 袋，总费用不超过 2140 元，那么至少购买多少袋面粉？

【答案】(1) 每袋大米 60 元，每袋面粉 45 元；(2) 最大购买 18 袋面粉。

【解析】

【分析】(1) 设每袋大米 x 元，每袋面粉 y 元，根据“购买 1 袋大米、4 袋面粉，共需 240 元；购买 2 袋大米、1 袋面粉，共需 165 元”列方程组求解可得；

(2) 设购买面粉 a 袋，则购买米 (40-a) 袋，根据总费用不超过 2140 元列出关于 a 的不等式求解可得。

【详解】：(1) 设每袋大米 x 元，每袋面粉 y 元，

根据题意，得：
$$\begin{cases} x+4y=240 \\ 2x+y=165 \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} x=60 \\ y=45 \end{cases}$$

答：每袋大米 60 元，每袋面粉 45 元；

(2) 设购买面粉 a 袋，则购买米 $(40-a)$ 袋，

根据题意，得： $60(40-a)+45a \leq 2140$ ，

解得： $a \geq 17\frac{1}{3}$ ，

$\because a$ 为整数，

$\therefore$ 最多购买 18 袋面粉.

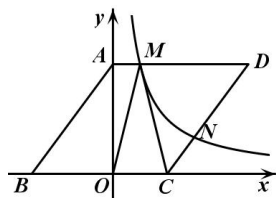
【点睛】 本题主要考查二元一次方程组 and 一元一次不等式的应用，解题的关键是理解题意，找到题目中蕴含的相等关系或不等关系，并据此列出方程和不等式.

22. 如图，菱形 ABCD 的顶点 A 在 y 轴正半轴上，边 BC 在 x 轴上，且 $BC=5$ ， $\sin \angle ABC = \frac{4}{5}$ ，反比例函数

$y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象分别与 AD，CD 交于点 M、点 N，点 N 的坐标是 $(3, n)$ ，连接 OM，MC.

(1) 求反比例函数的解析式；

(2) 求证： $\triangle OMC$ 是等腰三角形.



【答案】(1) $y = \frac{4}{x}$ ；(2) 见解析.

【解析】

【分析】(1) 先根据菱形的性质求出 $AD=AB=5$ ，再根据三角函数求出 OA ，进而利用勾股定理求出 OB ，求出点 C ， D 坐标，利用待定系数法求出直线 CD 解析式，进而求出点 N 坐标，最后用待定系数法即可得出结论；

(2) 先求出点 M 坐标，再用两点间的距离公式求出 OM 和 CM ，即可得出结论.

【详解】：(1) $\because$ 四边形 ABCD 是菱形，

$\therefore AD \parallel BC$ ， $AB=AD=BC=5$ ，

在 $Rt\triangle AOB$ 中， $\sin \angle ABC = \frac{OA}{AB} = \frac{OA}{5} = \frac{4}{5}$ ，

$$\therefore OA=4,$$

根据勾股定理得, $OB=3$,

$$\therefore OC=BC-OB=2,$$

$$\therefore C(2, 0),$$

$$\therefore AD=5, OA=4,$$

$$\therefore D(5, 4),$$

$$\therefore \text{直线 } CD \text{ 的解析式为 } y=\frac{4}{3}x-\frac{8}{3},$$

$$\therefore \text{点 } N \text{ 的坐标是 } (3, n),$$

$$\therefore n=\frac{4}{3}\times 3-\frac{8}{3}=\frac{4}{3},$$

$$\therefore N\left(3, \frac{4}{3}\right),$$

$$\therefore \text{点 } N \text{ 在反比例函数 } y=\frac{k}{x} \text{ (} x>0 \text{) 图形上,}$$

$$\therefore k=3\times \frac{4}{3}=4,$$

$$\therefore \text{反比例函数的解析式为 } y=\frac{4}{x};$$

$$(2) \text{ 由 (1) 知, 反比例函数的解析式为 } y=\frac{4}{x},$$

$$\therefore \text{点 } M \text{ 在 } AD \text{ 上,}$$

$$\therefore M \text{ 点的纵坐标为 } 4,$$

$$\therefore \text{点 } M \text{ 的横坐标为 } 1,$$

$$\therefore M(1, 4),$$

$$\therefore C(2, 0),$$

$$\therefore OM=\sqrt{1^2+4^2}=\sqrt{17}, CM=\sqrt{(1-2)^2+4^2}=\sqrt{17},$$

$$\therefore OM=CM,$$

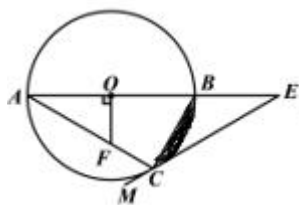
$$\therefore \triangle OMC \text{ 是等腰三角形.}$$

【点睛】 本题是反比例函数综合题, 考查了菱形的性质, 锐角三角函数, 勾股定理, 等腰三角形的判定, 待定系数法, 两点间的距离公式, 求出直线 CD 的解析式是解题的关键.

23. 如图, $\triangle ABC$ 是 $\odot O$ 的内接三角形, AB 是 $\odot O$ 的直径, $OF \perp AB$, 交 AC 于点 F , 点 E 在 AB 的延长线上, 射线 EM 经过点 C , 且 $\angle ACE + \angle AFO = 180^\circ$.

(1) 求证: EM 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $\angle A = \angle E$, $BC = \sqrt{3}$, 求阴影部分的面积. (结果保留 π 和根号).



【答案】(1) 详见解析；(2) $\frac{1}{2}\pi - \frac{3\sqrt{3}}{4}$ ；

【解析】

【分析】(1) 连接 OC，根据垂直的定义得到 $\angle AOF = 90^\circ$ ，根据三角形的内角和得到 $\angle ACE = 90^\circ + \angle A$ ，根据等腰三角形的性质得到 $\angle OCE = 90^\circ$ ，得到 $OC \perp CE$ ，于是得到结论；

(2) 根据圆周角定理得到 $\angle ACB = 90^\circ$ ，推出 $\angle ACO = \angle BCE$ ，得到 $\triangle BOC$ 是等边三角形，根据扇形和三角形的面积公式即可得到结论。

【详解】：(1) 连接 OC，

$\because OF \perp AB$ ，

$\therefore \angle AOF = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle A + \angle AFO + 90^\circ = 180^\circ$ ，

$\because \angle ACE + \angle AFO = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle ACE = 90^\circ + \angle A$ ，

$\because OA = OC$ ，

$\therefore \angle A = \angle ACO$ ，

$\therefore \angle ACE = 90^\circ + \angle ACO = \angle ACO + \angle OCE$ ，

$\therefore \angle OCE = 90^\circ$ ，

$\therefore OC \perp CE$ ，

$\therefore EM$ 是 $\odot O$ 的切线；

(2) $\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle ACO + \angle BCO = \angle BCE + \angle BCO = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle ACO = \angle BCE$ ，

$\because \angle A = \angle E$ ，

$\therefore \angle A = \angle ACO = \angle BCE = \angle E$ ，

$\therefore \angle ABC = \angle BCE + \angle E = 2\angle A$ ，

$\therefore \angle A = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle BOC = 60^\circ$,

$\therefore \triangle BOC$ 是等边三角形,

$\therefore OB = BC = \sqrt{3}$,

$$\therefore \text{阴影部分的面积} = \frac{60\pi \cdot (\sqrt{3})^2}{360} - \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times \frac{3}{2} = \frac{1}{2}\pi - \frac{3\sqrt{3}}{4},$$

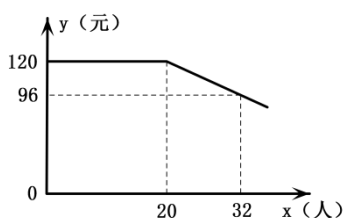
【点睛】 本题考查了切线的判定，等腰三角形的判定和性质，扇形的面积计算，连接 OC 是解题的关键.

24. 随着人们生活水平的提高，短途旅行日趋火爆. 我市某旅行社推出“辽阳—葫芦岛海滨观光一日游”项目，团队人均报名费用 y (元) 与团队报名人数 x (人) 之间的函数关系如图所示，旅行社规定团队人均报名费用不能低于 88 元. 旅行社收到的团队总报名费用为 w (元) .

(1) 直接写出当 $x \geq 20$ 时， y 与 x 之间的函数关系式及自变量 x 的取值范围；

(2) 儿童节当天旅行社收到某个团队的总报名费为 3000 元，报名旅游的人数是多少？

(3) 当一个团队有多少人报名时，旅行社收到的总报名费最多？最多总报名费是多少元？



【答案】 (1) $y = -2x + 160$ ($20 \leq x \leq 36$)；(2) 30；(3) 36 人，3168 元.

【解析】

【分析】 (1) 直接利用待定系数法求出一次函数解析式即可，注意旅行社规定团队人均报名费用不能低于 88 元可得 x 的取值；

(2) 利用利润 = 人均报名费用 $y \times$ 团队报名人数 $x = 3000$ ，列方程解出即可，并计算人均报名费用，由旅行社规定团队人均报名费用不能低于 88 元进行取舍；

(3) 配方成顶点式后，求出二次函数最值即可.

【详解】：(1) 设 $y = kx + b$,

把 (20, 120) 和 (32, 96) 代入得：
$$\begin{cases} 20k + b = 120 \\ 32k + b = 96 \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} k = -2 \\ b = 160 \end{cases}$$

y 与 x 之间的函数关系式为： $y = -2x + 160$ ；

$\therefore$ 旅行社规定团队人均报名费用不能低于 88 元，

当 $y \geq 88$ 时, $-2x+160 \geq 88$,

$x \leq 36$,

$\therefore y$ 与 x 之间的函数关系式为: $y = -2x + 160$ ($20 \leq x \leq 36$);

$$(2) 20 \times 120 = 2400 < 3000,$$

由题意得: $w = xy = x(-2x + 160) = 3000$,

$$-2x^2 + 160x - 3000 = 0,$$

$$x^2 - 80x + 1500 = 0,$$

$$(x-50)(x-30) = 0,$$

$x = 50$ 或 30 ,

当 $x = 50$ 时, $y = \frac{3000}{50} = 60$, 不符合题意, 舍去,

当 $x = 30$ 时, $y = \frac{3000}{30} = 100 > 88$, 符合题意,

答: 报名旅游的人数是 30 人;

$$(3) w = xy = x(-2x + 160) = -2x^2 + 160x = -2(x^2 - 80x + 1600 - 1600) = -2(x-40)^2 + 3200,$$

$$\because -2 < 0,$$

$\therefore x < 40$, w 随 x 的增大而增大,

$$\because x = 36 \text{ 时, } w \text{ 有最大值为: } -2(36-40)^2 + 3200 = 3168,$$

$\therefore$ 当一个团队有 36 人报名时, 旅行社收到的总报名费最多, 最多总报名费是 3168 元.

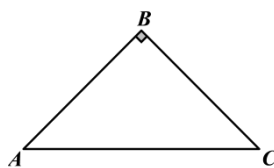
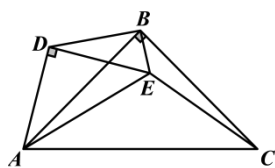
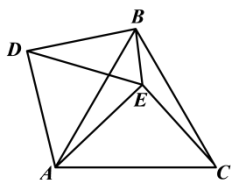
【点睛】 本题考查了一次函数的应用以及二次函数的应用, 正确得出 y 与 x 的函数关系式是解题的关键.

25. 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 中, $BA = BC$, $DA = DE$, 且 $\angle ABC = \angle ADE = \alpha$, 点 E 在 $\triangle ABC$ 的内部, 连接 EC , EB 和 BD , 并且 $\angle ACE + \angle ABE = 90^\circ$.

(1) 如图 1, 当 $\alpha = 60^\circ$ 时, 线段 BD 与 CE 的数量关系为_____, 线段 EA , EB , EC 的数量关系为_____;

(2) 如图 2 当 $\alpha = 90^\circ$ 时, 请写出线段 EA , EB , EC 的数量关系, 并说明理由;

(3) 在 (2) 的条件下, 当点 E 在线段 CD 上时, 若 $BC = 2\sqrt{5}$, 请直接写出 $\triangle BDE$ 的面积.

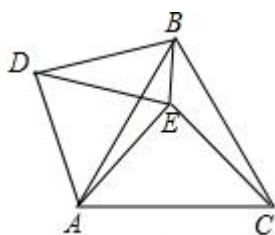


【答案】(1) $BD = EC, EA^2 = EB^2 + EC^2$; (2) $EA^2 = EC^2 + 2BE^2$; (3) 2

【解析】

【分析】(1) 由 $\triangle DAB \cong \triangle EAC$ (SAS), 可得 $BD = EC$, $\angle ABD = \angle ACE$, 由 $\angle ACE + \angle ABE = 90^\circ$, 推出 $\angle ABD + \angle ABE = 90^\circ$, 可得 $\angle DBE = 90^\circ$, 由此即可解决问题; (2) 结论: $EA^2 = EC^2 + 2BE^2$. 由题意 $\triangle ABC$, $\triangle ADE$ 都是等腰直角三角形, 想办法证明 $\triangle DAB \cong \triangle EAC$, 推出 $\frac{DB}{EC} = \frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\angle ACE = \angle ABD$, 可得 $\angle DBE = 90^\circ$, 推出 $DE^2 = BD^2 + BE^2$, 即可解决问题; (3) 首先证明 $AD = DE = EC$, 设 $AD = DE = EC = x$, 在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中, 利用勾股定理即可解决问题;

【详解】(1) 如图①中,



图①

$\because BA = BC, DA = DE$. 且 $\angle ABC = \angle ADE = 60^\circ$,

$\therefore \triangle ABC, \triangle ADE$ 都是等边三角形,

$\therefore AD = AE, AB = AC, \angle DAE = \angle BAC = 60^\circ$,

$\therefore \angle DAB = \angle EAC$,

$\therefore \triangle DAB \cong \triangle EAC$ (SAS),

$\therefore BD = EC, \angle ABD = \angle ACE$,

$\because \angle ACE + \angle ABE = 90^\circ$,

$\therefore \angle ABD + \angle ABE = 90^\circ$,

$\therefore \angle DBE = 90^\circ$,

$\therefore DE^2 = BD^2 + BE^2$,

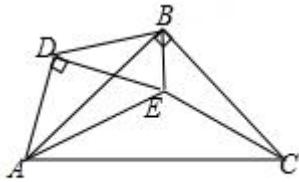
$\because EA = DE, BD = EC$,

$\therefore EA^2 = BE^2 + EC^2$.

故答案为 $BD = EC, EA^2 = EB^2 + EC^2$.

(2) 结论: $EA^2 = EC^2 + 2BE^2$.

理由: 如图②中,



图②

$\because BA=BC, DA=DE$. 且 $\angle ABC=\angle ADE=90^\circ$,

$\therefore \triangle ABC, \triangle ADE$ 都是等腰直角三角形,

$\therefore \angle DAE=\angle BAC=45^\circ$,

$\therefore \angle DAB=\angle EAC$,

$$\therefore \frac{AD}{AE} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore \frac{AD}{AE} = \frac{AB}{AC},$$

$\therefore \triangle DAB \sim \triangle EAC$,

$$\therefore \frac{DB}{EC} = \frac{AB}{AC} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \angle ACE = \angle ABD,$$

$\because \angle ACE + \angle ABE = 90^\circ$,

$\therefore \angle ABD + \angle ABE = 90^\circ$,

$\therefore \angle DBE = 90^\circ$,

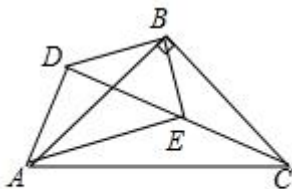
$$\therefore DE^2 = BD^2 + BE^2,$$

$$\because EA = \sqrt{2} DE, \quad BD = \frac{\sqrt{2}}{2} EC,$$

$$\therefore \frac{1}{2} EA^2 = \frac{1}{2} EC^2 + BE^2,$$

$$\therefore EA^2 = EC^2 + 2BE^2.$$

(3) 如图③中,



图③

$\because \angle AED=45^\circ$, D, E, C 共线,

$\therefore \angle AEC=135^\circ$,

$$\because \triangle ADB \sim \triangle AEC,$$

$$\therefore \angle ADB = \angle AEC = 135^\circ,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle DBE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BDE = \angle BED = 45^\circ,$$

$$\therefore BD = BE,$$

$$\therefore DE = \sqrt{2} BD,$$

$$\therefore EC = \sqrt{2} BD,$$

$$\therefore AD = DE = EC, \text{ 设 } AD = DE = EC = x,$$

$$\text{在 Rt}\triangle ABC \text{ 中, } \therefore AB = BC = 2\sqrt{5},$$

$$\therefore AC = 2\sqrt{10},$$

$$\text{在 Rt}\triangle ADC \text{ 中, } \therefore AD^2 + DC^2 = AC^2,$$

$$\therefore x^2 + 4x^2 = 40,$$

$$\therefore x = 2\sqrt{2} \text{ (负根已经舍弃),}$$

$$\therefore AD = DE = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore BD = BE = 2,$$

$$\therefore S_{\triangle BDE} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2.$$

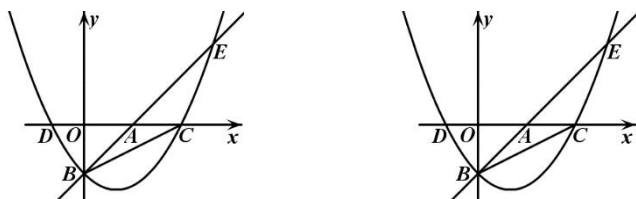
【点睛】本题属于三角形综合题，考查了等边三角形的判定和性质，等腰直角三角形的判定和性质，全等三角形的判定和性质，相似三角形的判定和性质，勾股定理等知识，解题的关键是正确寻找全等三角形或相似三角形解决问题，属于中考压轴题。

26. 如图，直线 $y = x - 3$ 与坐标轴交于 A、B 两点，抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2 + bx + c$ 经过点 B，与直线 $y = x - 3$ 交于点 E (8, 5)，且与 x 轴交于 C、D 两点。

(1) 求抛物线的解析式；

(2) 抛物线上有一点 M，当 $\angle MBE = 75^\circ$ 时，求点 M 的横坐标；

(3) 点 P 在抛物线上，在坐标平面内是否存在点 Q，使得以点 P，Q，B，C 为顶点的四边形是矩形？若存在，请直接写出点 Q 的坐标；若不存在，请说明理由。



【答案】(1) $y = \frac{1}{4}x^2 - x - 3$; (2) $4 - 4\sqrt{3}$ 或 $\frac{12-4\sqrt{3}}{3}$; (3) 存在矩形, $Q(2,8)$ 或 $(-16,29)$

【解析】

【分析】(1) 直线 $y=x-3$ 与坐标轴交于 A、B 两点, 则 A (3, 0) B (0, -3), 把 B、E 点坐标代入二次函数方程, 解得: 抛物线的解析式 $y = \frac{1}{4}x^2 - x - 3 \dots \textcircled{1}$;

(2) 当 $\angle MBE = 75^\circ$ 时, 如下图所示, 分 M 在 x 轴上和 x 轴下分别求解即可;

(3) 存在①当 BC 为矩形对角线时, 矩形 $BP'CQ'$ 所在的位置如图所示, 设: $P'(m, n)$, $n = -\frac{1}{4}m^2 - m - 3 \dots \textcircled{3}$, $P'C$ 所在直线的 $k_1 = \frac{n}{m-6}$, $P'B$ 所在的直线 $k_2 = \frac{n+3}{m}$, 则: $k_1 \cdot k_2 = -1$ 即可求解, ②当 BC 为矩形一边时, 矩形 BCQP 所在的位置如图所示, 直线 BC 所在的方程为: $y = -\frac{1}{2}x - 3$, 则: 直线 BP 的 k 为 -2, 所在的方程为 $y = -2x - 3 \dots \textcircled{5}$,

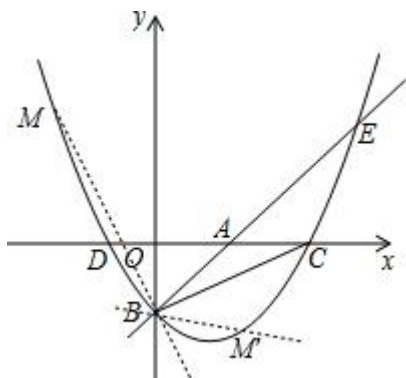
联立①⑤解得点 P (-4, 5), 则 Q (2, 8), 即可求解.

【详解】: (1) 直线 $y=x-3$ 与坐标轴交于 A、B 两点, 则 A (3, 0) B (0, -3),

把 B、E 点坐标代入二次函数方程, 解得:

抛物线的解析式 $y = \frac{1}{4}x^2 - x - 3$;

(2) 符合条件的有 M 和 M', 如下图所示,



当 $\angle MBE = 75^\circ$ 时,

$\because OA = OB, \therefore \angle MBO = 30^\circ$,

此时符合条件的 M 只有如图所示的一个点,

MB 直线的 k 为 $-\sqrt{3}$ ，所在的直线方程为： $y = -\sqrt{3}x - 3 \dots ②$ ，

联立方程①、②可求得： $x = 4 - 4\sqrt{3}$ ，

即：点 M 的横坐标 $4 - 4\sqrt{3}$ ；

当 $\angle M'BE = 75^\circ$ 时， $\angle OBM' = 120^\circ$ ，

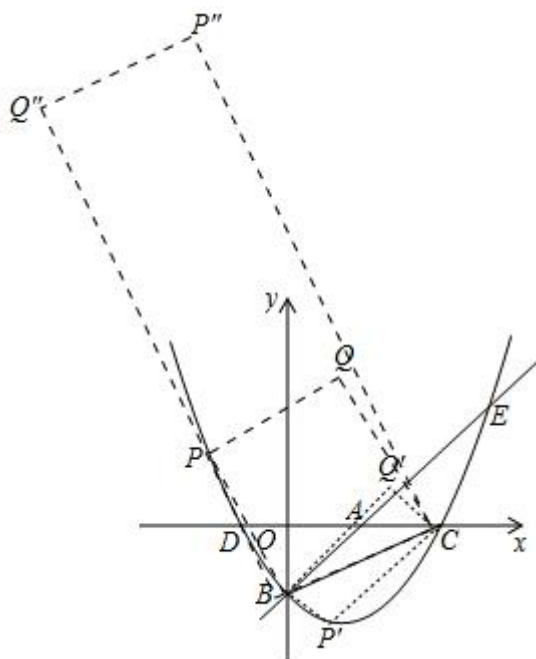
直线 MB 的 k 值为 $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ ，其方程为 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x - 3$ ，

将 MB 所在的方程与抛物线表达式联立，

解得： $x = \frac{12 - 4\sqrt{3}}{3}$ ，

故：即：点 M 的横坐标 $4 - 4\sqrt{3}$ 或 $\frac{12 - 4\sqrt{3}}{3}$ 。

(3) 存在。



①当 BC 为矩形对角线时，矩形 $BP'CQ'$ 所在的位置如图所示，

设： $P' (m, n)$ ，

$n = -\frac{1}{4}m^2 - m - 3 \dots ③$ ，

P'C 所在直线的 $k_1 = \frac{n}{m - 6}$ ，

P'B 所在的直线 $k_2 = \frac{n + 3}{m}$ ，则： $k_1 \cdot k_2 = -1 \dots ④$ ，

$$\textcircled{3}、\textcircled{4}\text{联立}\frac{1}{16}m(m-6)(m^2-2m+8)=0$$

解得: $m=0$ 或 6

解得: $m=0$ 或 6 , 这两个点分别和点 B 、 C 重合, 与题意不符, 故: 这种情况不存在, 舍去.;

②当 BC 为矩形一边时,

情况一: 矩形 $BCQP$ 所在的位置如图所示,

直线 BC 所在的方程为: $y=\frac{1}{2}x-3$,

则: 直线 BP 的 k 为 -2 , 所在的方程为 $y=-2x-3\ldots\textcircled{5}$,

联立①⑤解得点 $P(-4, 5)$,

则 $Q(2, 8)$,

情况二: 矩形 $BCP''Q''$ 所在的位置如图所示,

此时, P'' 在抛物线上, 其指标为: $(-10, 32)$. Q'' 坐标为 $(-16, 29)$.

故: 存在矩形, 点 Q 的坐标为: $(2, 8)$ 或 $(-16, 29)$.

【点睛】 本题考查了二次函数的解析式的求法和与几何图形结合的综合能力的培养. 要会利用数形结合的思想把代数和几何图形结合起来, 利用点的坐标的意义表示线段的长度, 从而求出线段之间的关系.

