

2021 年辽宁省辽宁省本溪，辽阳，葫芦岛中考数学试卷

一、选择题 (本题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)

1. -5 的相反数是()

A. $-\frac{1}{5}$

B. $\frac{1}{5}$

C. 5

D. -5

【答案】C

【解析】

【分析】根据相反数的定义解答即可.

【详解】-5 的相反数是 5

故选 C

【点睛】本题考查了相反数，熟记相反数的定义：只有符号不同的两个数互为相反数是关键.

2. 下列漂亮的图案中似乎包含了一些曲线，其实它们这种神韵是由多条线段呈现出来的，这些图案中既是中心对称图形又是轴对称图形的是 ()



【答案】A

【解析】

【分析】根据中心对称图形及轴对称图形的概念即可解答.

【详解】选项 A，是中心对称图形，也是轴对称图形，符合题意；

选项 B，不是中心对称图形，是轴对称图形，不符合题意；

选项 C，不是中心对称图形，是轴对称图形，不符合题意；

选项 D，不是中心对称图形，是轴对称图形，不符合题意.

故选 A.

【点睛】 本题考查了中心对称图形及轴对称图形的概念，熟练运用中心对称图形及轴对称图形的概念是解决问题的关键.

3. 下列运算正确的是 ()

A. $x^2 \cdot x = 2x^2$

B. $(xy^3)^2 = x^2y^6$

C. $x^6 \div x^3 = x^2$

D. $x^2 + x = x^3$

【答案】 B

【解析】

【分析】 根据同底数幂乘法法则、积的乘方的运算法则、同底数幂的除法法则及合并同类项法则逐一计算即可得答案.

【详解】 选项 A，根据同底数幂乘法法则可得 $x^2 \cdot x = x^3$ ，选项 A 错误；

选项 B，根据积的乘方的运算法则可得 $(xy^3)^2 = x^2y^6$ ，选项 B 正确；

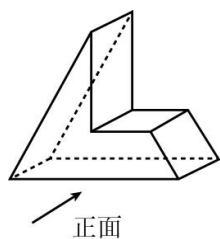
选项 C，根据同底数幂的除法法则可得 $x^6 \div x^3 = x^3$ ，选项 C 错误；

选项 D， x^2 与 x 不是同类项，不能合并，选项 D 错误.

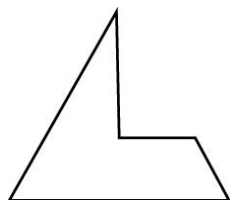
故选 B.

【点睛】 本题考查了同底数幂乘法法则、积的乘方的运算法则、同底数幂的除法法则及合并同类项法则，熟练运用法则是解决问题的关键.

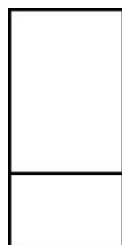
4. 如图，该几何体的左视图是 ()

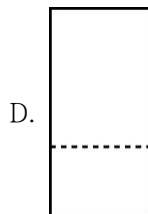


A.



B.





【答案】D

【解析】

【分析】画出从左面看到的图形即可.

【详解】解：该几何体的左视图是一个长方形，并且有一条隐藏的线用虚线表示，如图所示：



故选：D.

【点睛】本题考查三视图，具备空间想象能力是解题的关键，注意看不见的线要用虚线画出.

5. 如表是有关企业和世界卫生组织统计的 5 种新冠疫苗的有效率，则这 5 种疫苗有效率的中位数是（ ）

疫苗名称	克尔来福	阿斯利康	莫德纳	辉瑞	卫星 V
有效率	79%	76%	95%	95%	92%

A. 79%

B. 92%

C. 95%

D. 76%

【答案】B

【解析】

【分析】根据中位数的定义，对 5 种新冠疫苗的有效率从小到大（或从大到小）进行排序，取中间（第三个）的有效率即可.

【详解】解：根据中位数的定义，将 5 种新冠疫苗的有效率从小到大进行排序，如下：

76%，79%，92%，95%，95%

数据个数为 5，奇数个，处于中间的数为第三个数，为 92%

故答案为 B.

【点睛】此题考查了中位数的定义，求中位数之前不要忘记对原数据进行排序是解决本题的关键.

6. 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象分别位于第二、四象限，则直线 $y = kx + k$ 不经过的象限是 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【答案】A

【解析】

【分析】先根据反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象在第二、四象限内判断出 k 的符号，再由一次函数的性质即可得出结论.

【详解】解：∵ 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象在第二、四象限内，

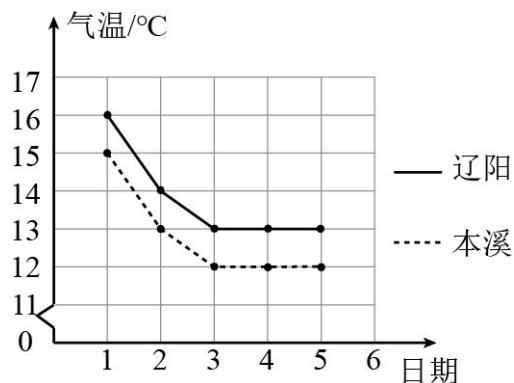
∴ $k < 0$,

∴ 一次函数 $y = kx + k$ 的图象经过二、三、四象限，不经过第一象限.

故选：A.

【点睛】本题考查的是反比例函数的性质和一次函数的性质，注意：反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 中，当 $k < 0$ ，双曲线的两支分别位于第二、第四象限.

7. 如图为本溪、辽阳 6 月 1 日至 5 日最低气温的折线统计图，由此可知本溪，辽阳两地这 5 天最低气温波动情况是 ()



- A. 本溪波动大 B. 辽阳波动大
C. 本溪、辽阳波动一样 D. 无法比较

【答案】C

【解析】

【分析】分别计算两组数据的方差，比较，即可判断.

【详解】解：辽阳的平均数为： $\frac{16+14+13+13+13}{5} = 13.8$,

$$\text{方差为: } S_1 = \frac{1}{5} [(16-13.8)^2 + (14-13.8)^2 + 3 \times (13-13.8)^2] = 1.36,$$

$$\text{本溪的平均数为: } \frac{15+13+12+12+12}{5} = 12.8,$$

$$\text{方差为: } S_2 = \frac{1}{5} [(15-12.8)^2 + (13-12.8)^2 + 3 \times (12-12.8)^2] = 1.36,$$

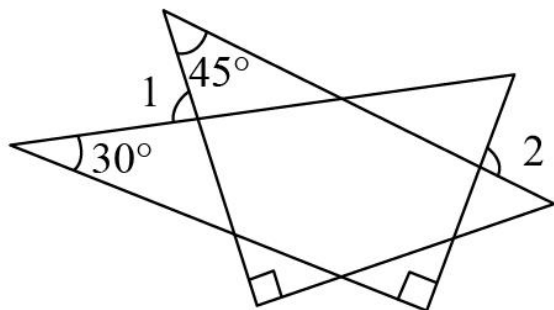
$$\therefore S_1 = S_2,$$

$\therefore$ 本溪、辽阳波动一样,

故选: C.

【点睛】本题考查了方差, 正确理解方差的意义是解题的关键. 方差是反映一组数据的波动大小的一个量. 方差越大, 则平均值的离散程度越大, 稳定性也越小; 反之, 则它与其平均值的离散程度越小, 稳定性越好.

8. 一副三角板如图所示摆放, 若 $\angle 1 = 80^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数是 ()



A. 80°

B. 95°

C. 100°

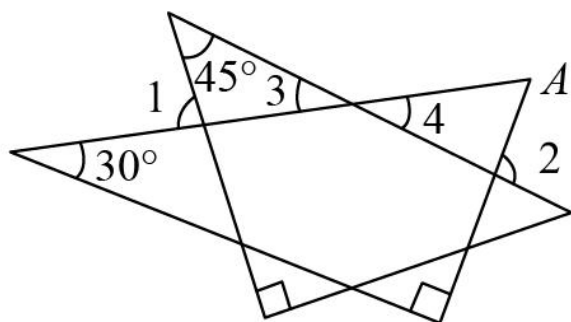
D. 110°

【答案】B

【解析】

【分析】由三角形的外角性质得到 $\angle 3 = \angle 4 = 35^\circ$, 再根据三角形的外角性质求解即可.

【详解】解: 如图, $\angle A = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$,



$$\therefore \angle 3 = \angle 1 - 45^\circ = 80^\circ - 45^\circ = 35^\circ,$$

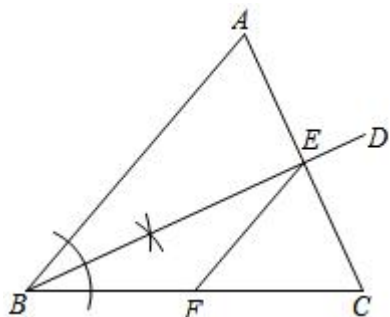
$$\therefore \angle 3 = \angle 4 = 35^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle A + \angle 4 = 60^\circ + 35^\circ = 95^\circ,$$

故选: B.

【点睛】 本题考查了三角形的外角性质, 正确的识别图形是解题的关键.

9. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = BC$, 由图中的尺规作图痕迹得到的射线 BD 与 AC 交于点 E , 点 F 为 BC 的中点, 连接 EF , 若 $BE = AC = 2$, 则 $\triangle CEF$ 的周长为 ()



- A. $\sqrt{3} + 1$ B. $\sqrt{5} + 3$ C. $\sqrt{5} + 1$ D. 4

【答案】 C

【解析】

【分析】 根据作图可知 BD 平分 $\angle ABC$, $AB = BC$, 由三线合一, 解 $Rt \triangle BEC$, 即可求得.

【详解】 $\because BD$ 平分 $\angle ABC$, $AB = BC$, $BE = AC = 2$

$$\therefore BE \perp AC, AE = EC = \frac{1}{2} AC = 1$$

$$\therefore BC = \sqrt{BE^2 + EC^2} = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$$

$\because$ 点 F 为 BC 的中点

$$\therefore EF = \frac{1}{2} BC = FC = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$\therefore \triangle CEF$ 的周长为:

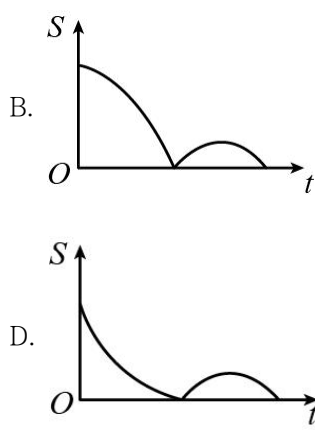
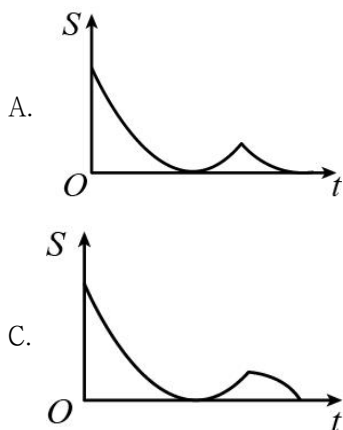
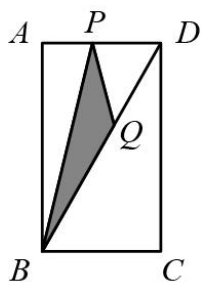
$$CE + EF + FC = 1 + \frac{\sqrt{5}}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} = \sqrt{5} + 1$$

故选 C.

【点睛】 本题考查了角平分线的概念, 等腰三角形性质, 勾股定理, 直角三角形性质, 求出 BC 边是解题的关键.

10. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $BC = 1$, $\angle ADB = 60^\circ$, 动点 P 沿折线 $AD \rightarrow DB$ 运动到点 B , 同时动点 Q 沿折线 $DB \rightarrow BC$ 运动到点 C , 点 P, Q 在矩形边上的运动速度为每秒 1 个单位长度, 点 P, Q 在矩形对角线上的运动速度为每秒 2 个单位长度. 设运动时间为 t 秒, $\triangle PBQ$ 的面积为 S , 则下列图象能大致反映 S

与 t 之间函数关系的是 ()



【答案】D

【解析】

【分析】结合运动状态分段讨论：当点 P 在 AD 上，点 Q 在 BD 上时， $AP = t$ ， $DQ = 2t$ ，过点 P 作 $PE \perp BD$ ，通过解直角三角形求出 PE ，表示出面积的函数表达式；当点 P 在 BD 上，点 Q 在 BC 上时， $BP = 2 - 2(t - 1) = 4 - 2t$ ， $BQ = t - 1$ ，过点 P 作 $PF \perp BC$ ，通过解直角三角形求出 PE ，表示出面积的函数表达式，利用二次函数的性质即可得出结论.

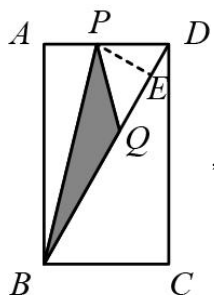
【详解】解：当点 P 在 AD 上，点 Q 在 BD 上时， $AP = t$ ， $DQ = 2t$ ，
则 $PD = 1 - t$ ，

过点 P 作 $PE \perp BD$ ，

$\because \angle ADB = 60^\circ$ ，

$$\therefore \frac{PE}{PD} = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \frac{AD}{BD} = \cos 60^\circ = \frac{1}{2},$$

$$\therefore PE = \frac{\sqrt{3}}{2}(1 - t), \quad BD = 2,$$



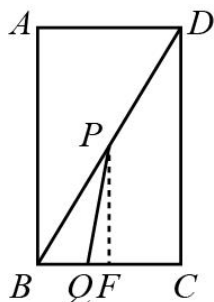
$$\therefore BQ = 2 - 2t,$$

$$\therefore \triangle PBQ \text{ 的面积 } S = \frac{1}{2} BQ \cdot PE = \frac{\sqrt{3}}{2} t^2 - \sqrt{3} t + \frac{\sqrt{3}}{2} (0 < t < 1), \text{ 为开口向上的二次函数;}$$

当 $t=1$ 时, 点 P 与点 D 重合, 点 Q 与点 B 重合, 此时 $\triangle PBQ$ 的面积 $S=0$;

当点 P 在 BD 上, 点 Q 在 BC 上时, $BP = 2 - 2(t-1) = 4 - 2t$, $BQ = t - 1$,

过点 P 作 $PF \perp BC$,



$$\text{则 } \frac{PF}{PB} = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \text{ 即 } PF = \frac{\sqrt{3}}{2} BP = 2\sqrt{3} - \sqrt{3}t,$$

$$\therefore \triangle PBQ \text{ 的面积 } S = \frac{1}{2} BQ \cdot PF = \frac{\sqrt{3}}{2} (-t^2 + 3t - 2), \text{ 为开口向下的二次函数;}$$

故选: D.

【点睛】本题考查动态问题的函数图象, 根据运动状态写出函数解析式, 利用二次函数的性质进行判断是解题的关键.

二、填空题 (本题共 8 个小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

11. 若 $\sqrt{2-x}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围为_____.

【答案】 $x \leq 2$

【解析】

【分析】二次根式的被开方数大于等于零, 据此解答.

【详解】解: 依题意得 $2-x \geq 0$

解得 $x \leq 2$.

故答案为: $x \leq 2$.

【点睛】考查了二次根式的意义和性质. 概念: 式子 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 叫二次根式. 性质: 二次根式中的被开方数必须是非负数, 否则二次根式无意义.

12. 分解因式: $2x^2 - 4x + 2 = \text{-----}$.

【答案】 $2(x-1)^2$

【解析】

【分析】先提公因式 2, 再利用完全平方公式分解即可.

【详解】解: $2x^2 - 4x + 2 = 2(x^2 - 2x + 1) = 2(x-1)^2$,

故答案为: $2(x-1)^2$.

【点睛】本题考查因式分解, 掌握提公因式法和公式法是解题的关键.

13. 有 5 张看上去无差别的卡片, 上面分别写着 $-\sqrt{7}$, -1 , 0 , $\sqrt{3}$, 2 , 从中随机抽取一张, 则抽出卡片上写的数是 $\sqrt{3}$ 的概率为_____.

【答案】 $\frac{1}{5}$

【解析】

【分析】利用概率公式即可求解.

【详解】解: 抽出卡片上写的数是 $\sqrt{3}$ 的概率为 $\frac{1}{5}$,

故答案为: $\frac{1}{5}$.

【点睛】本题考查简单事件求概率, 掌握概率公式是解题的关键.

14. 若关于 x 的一元二次方程 $3x^2 - 2x - k = 0$ 有两个相等的实数根, 则 k 的值为_____.

【答案】 $-\frac{1}{3}$.

【解析】

【分析】根据关于 x 的一元二次方程 $3x^2 - 2x - k = 0$ 有两个相等的实数根, 得出关于 k 的方程, 求解即可.

【详解】 $\because$ 关于 x 的一元二次方程 $3x^2 - 2x - k = 0$ 有两个相等的实数根,

$$\therefore \Delta = (-2)^2 - 4 \times 3 \times (-k) = 4 + 12k = 0,$$

$$\text{解得 } k = -\frac{1}{3}.$$

故答案为: $-\frac{1}{3}$.

【点睛】 本题考查了运用一元二次方程根的判别式，当 $\Delta > 0$ 时，一元二次方程有两个不相等的实数根；当 $\Delta = 0$ 时，一元二次方程有两个相等的实数根；当 $\Delta < 0$ 时，一元二次方程没有实数根.

15. 为了弘扬我国书法艺术，培养学生良好的书写能力，某校举办了书法比赛，学校准备为获奖同学颁奖. 在购买奖品时发现， A 种奖品的单价比 B 种奖品的单价多10元，用300元购买 A 种奖品的数量与用240元购买 B 种奖品的数量相同. 设 B 种奖品的单价是 x 元，则可列分式方程为_____.

【答案】 $\frac{300}{x+10} = \frac{240}{x}$

【解析】

【分析】 设 B 种奖品的单价为 x 元，则 A 种奖品的单价为 $(x+10)$ 元，利用数量=总价 $\div$ 单价，结合用300元购买 A 种奖品的件数与用240元购买 B 种奖品的件数相同，即可得出关于 x 的分式方程.

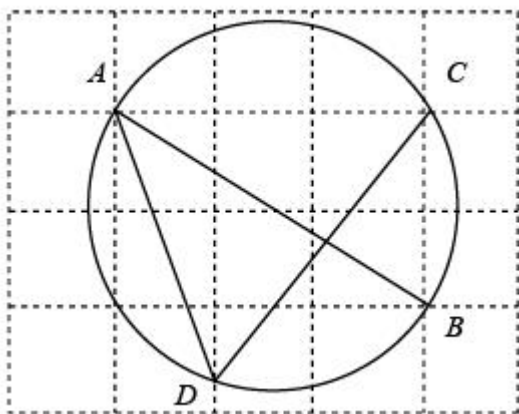
【详解】 解： 设 B 种奖品的单价为 x 元，则 A 种奖品的单价为 $(x+10)$ 元，

依题意得： $\frac{300}{x+10} = \frac{240}{x}$,

故答案为： $\frac{300}{x+10} = \frac{240}{x}$

【点睛】 本题考查了根据实际问题列分式方程，解题的关键是找准等量关系，正确列出分式方程.

16. 如图，由边长为1的小正方形组成的网格中，点 A ， B ， C 都在格点上，以 AB 为直径的圆经过点 C 和点 D ，则 $\tan \angle ADC =$ _____.



【答案】 $\frac{3}{2}$

【解析】

【分析】 根据同弧所对的圆周角相等可得 $\angle ABC = \angle ADC$ ，再利用正切的定义求解即可.

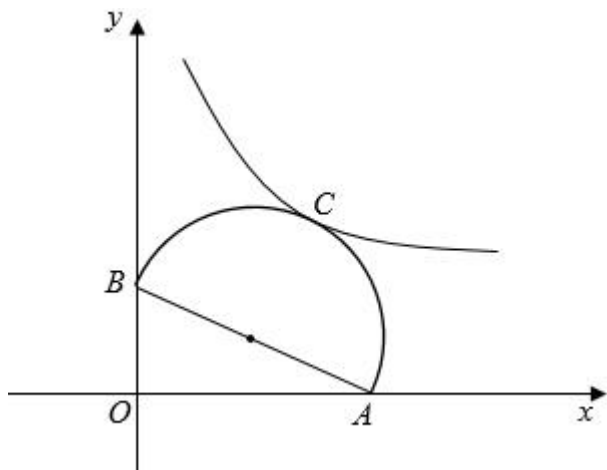
【详解】 解： $\because \angle ABC = \angle ADC$,

$$\therefore \tan \angle ADC = \tan \angle ABC = \frac{3}{2},$$

故答案为: $\frac{3}{2}$.

【点睛】 本题考查同弧所对的圆周角相等、求角的正切值, 掌握同弧所对的圆周角相等是解题的关键.

17. 如图, AB 是半圆的直径, C 为半圆的中点, $A(2,0)$, $B(0,1)$, 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象经过点 C , 则 k 的值为_____.

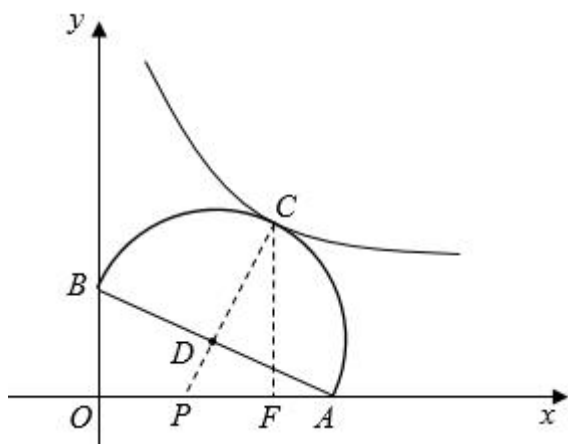


【答案】 $\frac{9}{4}$

【解析】

【分析】 连接 CD , 并延长交 x 轴于点 P , 分别求出 PD , PO , CD 和 PC 的长, 过点 C 作 $CF \perp x$ 轴于点 F , 求出 PF , CF 的长, 进一步得出点 C 的坐标, 从而可得出结论.

【详解】 解: 连接 CD , 并延长交 x 轴于点 P , 如图,



$\therefore C$ 为半圆的中点,

$\therefore CP \perp AB$, 即 $\angle ADP = 90^\circ$

又 $\angle AOB = 90^\circ$

$\therefore \angle APD = \angle ABO$

$$\because A(2, 0), B(0, 1)$$

$$\therefore AO=2, OB=1$$

$$\therefore AB = \sqrt{AO^2 + BO^2} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$

$$\therefore AD = \frac{1}{2}AB = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$\text{又 } \tan A = \frac{PD}{AD} = \frac{OB}{OA} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore PD = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{\sqrt{5}}{4}$$

$$\therefore PC = PD + CD = \frac{\sqrt{5}}{4} + \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{3\sqrt{5}}{4}$$

$$\therefore AP = \sqrt{PD^2 + AD^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{5}}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2} = \frac{5}{4}$$

$$\therefore OP = AO - AP = 2 - \frac{5}{4} = \frac{3}{4}$$

过点 C 作 $CF \perp x$ 轴于点 F ,

$$\therefore \sin \angle APD = \sin \angle ABO = \frac{CF}{PC} = \frac{AO}{AB} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\therefore CF = PC \times \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{4} \times \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore PF = \sqrt{PC^2 - CF^2} = \sqrt{\left(\frac{3\sqrt{5}}{4}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore OF = OP + PF = \frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore \text{点 } C \text{ 的坐标为 } \left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$$

$\therefore$ 点 C 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象上

$$\therefore k = \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{4},$$

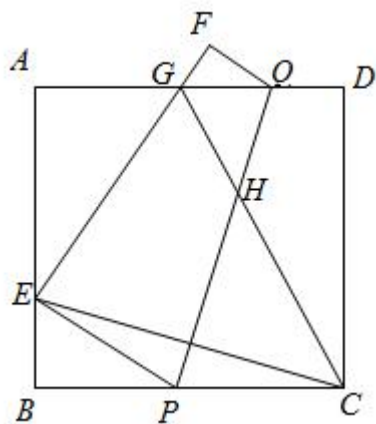
故答案为: $\frac{9}{4}$

【点睛】 本题考查反比例函数的解析式, 解题的关键是利用过某个点, 这个点的坐标应适合这个函数解析式; 求出点 C 坐标是关键.

18. 如图, 将正方形纸片 $ABCD$ 沿 PQ 折叠, 使点 C 的对称点 E 落在边 AB 上, 点 D 的对称点为点 F , EF

交 AD 于点 G ，连接 CG 交 PQ 于点 H ，连接 CE 。下列四个结论中：① $\triangle PBE \sim \triangle QFG$ ；

② $S_{\triangle CEG} = S_{\triangle CBE} + S_{\text{四边形} CDQH}$ ；③ EC 平分 $\angle BEG$ ；④ $EG^2 - CH^2 = GQ \cdot GD$ ，正确的是_____（填序号即可）。



【答案】①③④.

【解析】

【分析】①用有两个角对应相等的两个三角形相似进行判定即可；

②过点 C 作 $CM \perp EG$ 于 M ，通过证明 $\triangle BEC \cong \triangle MEC$ 进而说明 $\triangle CMG \cong \triangle CDG$ ，可得

$$S_{\triangle CEG} = S_{\triangle BEC} + S_{\triangle CDG} > S_{\triangle BEC} + S_{\text{四边形} CDQH}；$$

③由折叠可得： $\angle GEC = \angle DCE$ ，由 $AB \parallel CD$ 可得 $\angle BEC = \angle DCE$ ，结论③成立；

④连接 DH ， MH ， HE ，由 $\triangle BEC \cong \triangle MEC$ ， $\triangle CMG \cong \triangle CDG$ 可知： $\angle BCE = \angle MCE$ ， $\angle MCG = \angle DCG$ ，则

$$\angle ECG = \angle ECM + \angle GCM = \frac{1}{2} \angle BCD，\text{由于 } EC \perp HP，\text{则 } \angle CHP = 45^\circ，\text{由折叠可得：}\angle EHP = \angle CHP = 45^\circ，$$

利用勾股定理可得 $EG^2 - EH^2 = GH^2$ ，由 $CM \perp EG$ ， $EH \perp CG$ ，得到 $\angle EMC = \angle EHC = 90^\circ$ ，所以 E ， M ， H ， C

四点共圆，通过 $\triangle CMH \cong \triangle CDH$ ，易证 $\triangle GHQ \sim \triangle GDH$ ，则得 $GH^2 = GQ \cdot GD$ ，从而说明④成立.

【详解】解：① $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$\therefore \angle A = \angle B = \angle BCD = \angle D = 90^\circ$ 由折叠可知：

$$\angle GEP = \angle BCD = 90^\circ，\angle F = \angle D = 90^\circ$$

$$\therefore \angle BEP + \angle AEG = 90^\circ，$$

$$\therefore \angle A = 90^\circ$$

$$\therefore \angle AEG + \angle AGE = 90^\circ，$$

$$\therefore \angle BEP = \angle AGE，$$

$$\therefore \angle FGQ = \angle AGE，$$

$$\therefore \angle BEP = \angle FGQ，$$

$$\therefore \angle BCE = \angle MCE, \quad \angle MCG = \angle DCG,$$

$$\therefore \angle ECG = \angle ECM + \angle GCM = \frac{1}{2} \angle BCD = 45^\circ,$$

$$\because EC \perp HP,$$

$$\therefore \angle CHP = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle GHQ = \angle CHP = 45^\circ,$$

$$\text{由折叠可得: } \angle EHP = \angle CHP = 45^\circ,$$

$$\therefore EH \perp CG$$

$$\therefore EG^2 - EH^2 = GH^2$$

$$\text{由折叠可知: } EH = CH$$

$$\therefore EG^2 - CH^2 = GH^2,$$

$$\because CM \perp EG, \quad EH \perp CG,$$

$$\therefore \angle EMC = \angle EHC = 90^\circ,$$

$$\therefore E, M, H, C \text{ 四点共圆},$$

$$\therefore \angle HMC = \angle HEC = 45^\circ,$$

$$\text{在 } \triangle CMH \text{ 和 } \triangle CDH \text{ 中},$$

$$\because CM = CD, \quad \angle MCG = \angle DCG, \quad CH = CH$$

$$\therefore \triangle CMH \cong \triangle CDH (SAS)$$

$$\therefore \angle CDH = \angle CMH = 45^\circ,$$

$$\because \angle CDA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle GDH = 45^\circ$$

$$\because \angle GHQ = \angle CHP = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle GHQ = \angle GDH = 45^\circ,$$

$$\because \angle HGQ = \angle DGH,$$

$$\therefore \triangle GHQ \sim \triangle GDH,$$

$$\therefore \frac{GQ}{GH} = \frac{GH}{GD},$$

$$\therefore GH^2 = GQ \cdot GD$$

$$\therefore GE^2 - CH^2 = GQ \cdot GD$$

故④说法正确, 符合题意;

综上所述, 正确的结论有: ①③④

故答案为: ①③④.

【点睛】本题主要考查了正方形的性质、翻折问题、勾股定理、三角形全等的判定与性质、三角形的相似的判定与性质. 翻折问题是全等变换, 由翻折得到对应角相等, 对应边相等是解题的关键.

三、解答题 (第 19 题 10 分, 第 20 题 12 分, 共 22 分)

19. 先化简, 再求值: $\frac{6a}{a^2-9} \div \left(1 + \frac{2a-3}{a+3}\right)$, 其中 $a = 2\sin 30^\circ + 3$.

【答案】 $\frac{2}{a-3}$, 2

【解析】

【分析】先把分式化简后, 再求出 a 的值代入求出分式的值即可.

【详解】 $\frac{6a}{a^2-9} \div \left(1 + \frac{2a-3}{a+3}\right)$

$$= \frac{6a}{a^2-9} \div \left(\frac{a+3}{a+3} + \frac{2a-3}{a+3}\right)$$

$$= \frac{6a}{(a+3)(a-3)} \times \frac{a+3}{3a}$$

$$= \frac{2}{a-3}$$

$$a = 2\sin 30^\circ + 3$$

$$= 2 \times \frac{1}{2} + 3$$

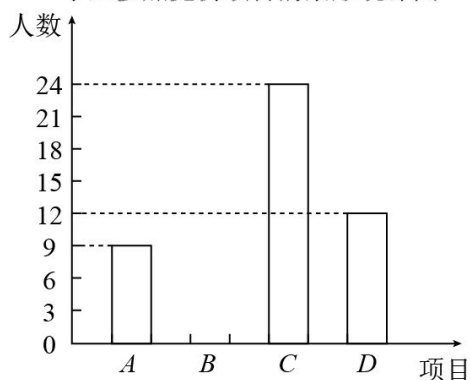
$$= 4$$

$$\text{当 } a = 4 \text{ 时, 原式} = \frac{2}{4-3} = 2.$$

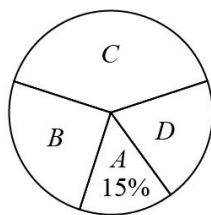
【点睛】本题考查了分式的化简值, 特殊角的三角函数值, 熟练分解因式是解题的关键.

20. 为迎接建党 100 周年, 某校组织学生开展了党史知识竞赛活动. 竞赛项目有: A. 回顾重要事件; B. 列举革命先烈; C. 讲述英雄故事; D. 歌颂时代精神. 学校要求学生全员参加且每人只能参加一项, 为了解学生参加竞赛情况, 随机调查了部分学生, 并将调查结果绘制成如下两幅不完整的统计图, 请你根据图中信息解答下列问题:

学生参加竞赛项目的条形统计图



学生参加竞赛项目的扇形统计图



- (1) 本次被调查的学生共有_____名；
- (2) 在扇形统计图中“B 项目”所对应的扇形圆心角的度数为_____，并把条形统计图补充完整；
- (3) 从本次被调查的小华、小光、小艳、小萍这四名学生中，随机抽出 2 名同学去做宣讲员，请用列表或画树状图的方法求出恰好小华和小艳被抽中的概率.

【答案】 (1) 60； (2) 90° ，补全条形统计图见解析； (3) $\frac{1}{6}$

【解析】

【分析】 (1) 根据条形统计图和扇形统计图可知 A 项目的有 9 人，占 15%，即可求出总人数；

(2) 作差求出 B 项目的人数，按照比例求出其圆心角度数并补全条形统计图；

(3) 列出表格，利用概率公式即可求解.

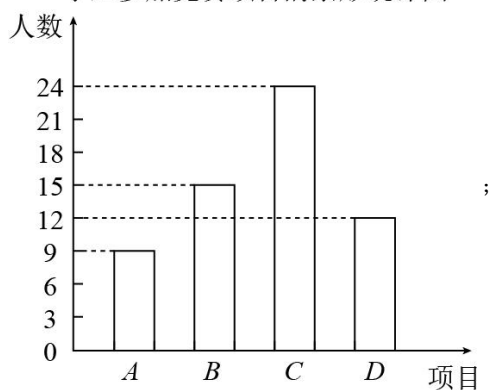
【详解】 解： (1) $9 \div 15\% = 60$ ；

(2) B 项目的总人数为 $60 - 9 - 24 - 12 = 15$ 人，

$\therefore$ “B 项目”所对应的扇形圆心角的度数为 $\frac{15}{60} \times 360^\circ = 90^\circ$ ，

补全条形统计图如下：

学生参加竞赛项目的条形统计图



(3) 列出表格如下：

	小华	小光	小艳	小萍
小华		小华, 小光	小华, 小艳	小华, 小萍
小光	小华, 小光		小光, 小艳	小光, 小萍
小艳	小华, 小艳	小光, 小艳		小萍, 小艳
小萍	小华, 小萍	小光, 小萍	小萍, 小艳	

共有 12 种情况，其中恰好小华和小艳的有 2 种，

$$\therefore P(\text{恰好小华和小艳}) = \frac{1}{6}.$$

【点睛】本题考查条形统计图与扇形统计图综合，从统计图中获取相关信息是解题的关键.

四、解答题 (第 21 题 12 分, 第 22 题 12 分, 共 24 分)

21. 某班计划购买两种毕业纪念册，已知购买 1 本手绘纪念册和 4 本图片纪念册共需 135 元，购买 5 本手绘纪念册和 2 本图片纪念册共需 225 元.

(1) 求每本手绘纪念册和每本图片纪念册的价格分别为多少元？

(2) 该班计划购买手绘纪念册和图片纪念册共 40 本，总费用不超过 1100 元，那么最多能购买手绘纪念册多少本？

【答案】(1) 每本手绘纪念册 35 元，每本图片纪念册 25 元；(2) 最多能购买手绘纪念册 10 本.

【解析】

【分析】(1) 设每本手绘纪念册 x 元，每本图片纪念册 y 元，根据题意列出二元一次方程组，求解即可；

(2) 设购买手绘纪念册 a 本，则购买图片纪念册 $(40 - a)$ 本，根据题意列出不等式，求解不等式即可.

【详解】解：(1) 设每本手绘纪念册 x 元，每本图片纪念册 y 元，

根据题意可得：
$$\begin{cases} x + 4y = 135 \\ 5x + 2y = 225 \end{cases},$$

解得
$$\begin{cases} x = 35 \\ y = 25 \end{cases},$$

答：每本手绘纪念册 35 元，每本图片纪念册 25 元；

(2) 设购买手绘纪念册 a 本，则购买图片纪念册 $(40 - a)$ 本，根据题意可得：

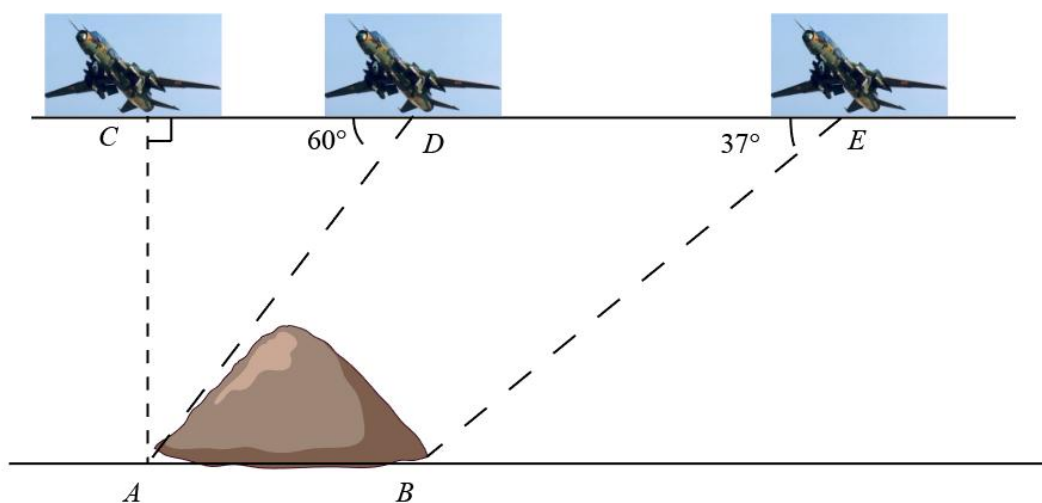
$$35a + 25(40 - a) \leq 1100,$$

解得 $a \leq 10$,

$\therefore$ 最多能购买手绘纪念册 10 本.

【点睛】 本题考查二元一次方程组的应用、不等式的实际应用，根据题意列出方程组和不等式是解题的关键.

22. 如图, 某地政府为解决当地农户网络销售农特产品物流不畅问题, 计划打通一条东西方向的隧道 AB . 无人机从点 A 的正上方点 C , 沿正东方向以 8m/s 的速度飞行 15s 到达点 D , 测得 A 的俯角为 60° , 然后以同样的速度沿正东方向又飞行 50s 到达点 E , 测得点 B 的俯角为 37° .



- (1) 求无人机的高度 AC (结果保留根号);
- (2) 求 AB 的长度 (结果精确到 1m). (参考数据: $\sin 37^\circ \approx 0.60$, $\cos 37^\circ \approx 0.80$, $\tan 37^\circ \approx 0.75$, $\sqrt{3} \approx 1.73$)

【答案】 (1) 无人机的高度 $AC = 60\sqrt{3}\text{m}$; (2) AB 的长度为 382m .

【解析】

【分析】 (1) 在 $Rt\triangle CDA$ 中, 利用正切函数即可求解;

(2) 先证明四边形 $ABFC$ 为矩形, 在 $Rt\triangle BFE$ 中, 求得 $EF \approx 138\text{m}$, 即可求解.

【详解】 (1) 根据题意得: $CD = 8 \times 15 = 120(\text{m})$,

在 $Rt\triangle CDA$ 中, $\angle ACD = 90^\circ$, $\angle ADC = 60^\circ$,

$$\therefore \tan 60^\circ = \frac{AC}{CD},$$

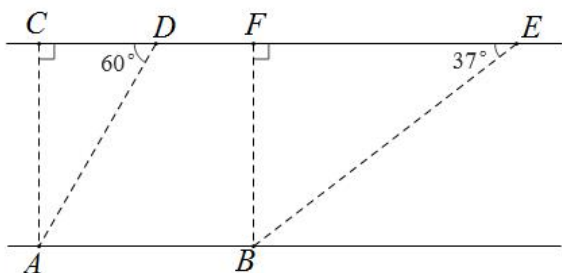
$$\therefore AC = 120 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 60\sqrt{3} (m),$$

答：无人机的高度 $AC = 60\sqrt{3}m$ ；

(2) 根据题意得： $DE = 8 \times 50 = 400 (m)$,

则 $CE = DE + CD = 520 (m)$,

过点 B 作 $BF \perp CE$ 于点 F ,



则四边形 $ABFC$ 为矩形,

$$\therefore AB = FC, BF = AC = 60\sqrt{3}m,$$

在 $Rt\triangle BFE$ 中, $\angle BFE = 90^\circ$, $\angle BEF = 37^\circ$,

$$\therefore \tan 37^\circ = \frac{BF}{EF} = 0.75,$$

$$\therefore EF = \frac{60\sqrt{3}}{0.75} = 138.4 \approx 138 (m),$$

$$\therefore AB = FC = CE - EF = 520 - 138 = 382 (m),$$

答： AB 的长度为 $382m$.

【点睛】 本题考查了解直角三角形的应用，矩形的性质．注意能借助俯角构造直角三角形并解直角三角形是解此题的关键，注意数形结合思想的应用．

五、解答题（满分 12 分）

23. 某网店销售一款市场上畅销的蒸蛋器，进价为每个 40 元，在销售过程中发现，这款蒸蛋器销售单价为 60 元时，每星期卖出 100 个．如果调整销售单价，每涨价 1 元，每星期少卖出 2 个，现网店决定提价销售，设销售单价为 x 元，每星期销售量为 y 个．

- (1) 请直接写出 y (个) 与 x (元) 之间的函数关系式；
- (2) 当销售单价是多少元时，该网店每星期的销售利润是 2400 元？
- (3) 当销售单价是多少元时，该网店每星期的销售利润最大？最大利润是多少元？

【答案】 (1) $y = -2x + 220$ ；(2) 当销售单价是 70 元或 80 元时，该网店每星期的销售利润是 2400 元；(3) 当

销售单价是 75 元时，该网店每星期的销售利润最大，最大利润是 2450 元.

【解析】

【分析】(1) 根据题意中销售量 y (个) 与售价 x (元) 之间的关系即可得到结论;

(2) 根据题意列出方程 $(-2x+220)(x-40)=2400$, 解方程即可求解;

(3) 设每星期利润为 w 元, 构建二次函数模型, 利用二次函数性质即可解决问题.

【详解】(1) 由题意可得, $y=100-2(x-60)=-2x+220$;

(2) 由题意可得,

$$(-2x+220)(x-40)=2400,$$

解得, $x_1=70$, $x_2=80$,

$\therefore$ 当销售单价是 70 元或 80 元时, 该网店每星期的销售利润是 2400 元.

答: 当销售单价是 70 元或 80 元时, 该网店每星期的销售利润是 2400 元.

(3) 设该网店每星期的销售利润为 w 元, 由题意可得

$$w=(-2x+220)(x-40)=-2x^2+300x-8800,$$

当 $x=-\frac{b}{2a}=75$ 时, w 有最大值, 最大值为 2450,

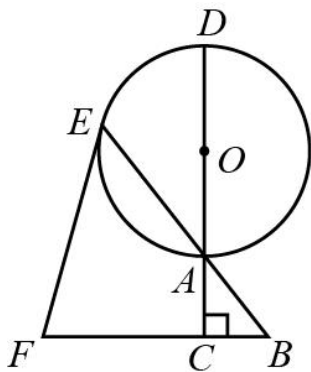
$\therefore$ 当销售单价是 75 元时, 该网店每星期的销售利润最大, 最大利润是 2450 元.

答: 当销售单价是 75 元时, 该网店每星期的销售利润最大, 最大利润是 2450 元.

【点睛】本题考查了二次函数的应用, 解题的关键是构建二次函数模型, 利用二次函数的性质解决最值问题.

六、解答题 (满分 12 分)

24. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, 延长 CA 到点 D , 以 AD 为直径作 $\odot O$, 交 BA 的延长线于点 E , 延长 BC 到点 F , 使 $BF=EF$.



(1) 求证: EF 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $OC=9$, $AC=4$, $AE=8$, 求 BF 的长.

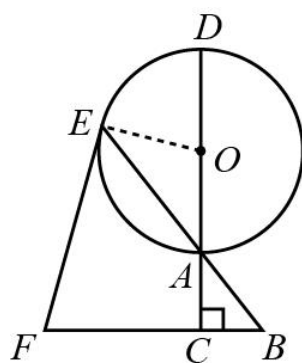
【答案】(1) 证明见解析; (2) $\frac{65}{6}$

【解析】

【分析】(1) 连接 OE , 通过倒角得到 $\angle BEF + \angle OEA = \angle B + \angle BAC = 90^\circ$, 即可得证;

(2) 连接 DE 、 OF , 通过证明 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ 求出 AB 的长度, 在 $\text{Rt}\triangle OCF$ 和 $\text{Rt}\triangle OEF$ 中应用勾股定理, 得出方程, 即可求解.

【详解】解: (1) 连接 OE ,



$$\because OE = OA,$$

$$\therefore \angle OEA = \angle OAE = \angle BAC,$$

$$\because BF = EF,$$

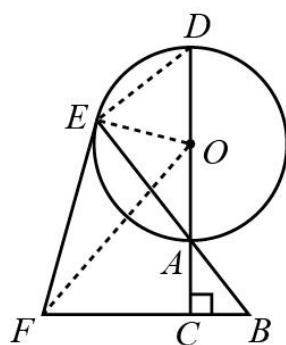
$$\therefore \angle BEF = \angle B,$$

$$\therefore \angle BEF + \angle OEA = \angle B + \angle BAC = 90^\circ,$$

即 $OE \perp EF$,

$\therefore EF$ 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 连接 DE 、 OF ,



$$\because OC = 9, AC = 4,$$

$$\therefore \odot O \text{ 的半径为 } 5,$$

$$\therefore AD = 10$$

$\because AD$ 为直径,

$$\therefore \angle DEA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DEA = \angle ACB,$$

$$\therefore \angle DAE = \angle BAC,$$

$$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC,$$

$$\therefore \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB},$$

$$\therefore AC=4, AE=8,$$

$$\therefore \frac{AD}{AB} = 2,$$

$$\therefore AD = 10,$$

$$\therefore AB = 5,$$

$$\therefore BC = \sqrt{AB^2 - AC^2} = 3,$$

设 BF 的长为 x , 则 $EF = BF = x$, $CF = x - 3$,

在 $\text{Rt}\triangle OCF$ 中, $OF^2 = OC^2 + CF^2 = (x - 3)^2 + 81$,

在 $\text{Rt}\triangle OEF$ 中, $OF^2 = OE^2 + EF^2 = x^2 + 25$,

$$\therefore (x - 3)^2 + 81 = x^2 + 25,$$

$$\text{解得 } x = \frac{65}{6}.$$

【点睛】本题考查切线的判定、相似三角形的判定与性质, 掌握上述基本性质定理、并作出合适的辅助线是解题的关键.

七、解答题 (满分 12 分)

25. 在 $\square ABCD$ 中, $\angle BAD = \alpha$, DE 平分 $\angle ADC$, 交对角线 AC 于点 G , 交射线 AB 于点 E , 将线段 EB 绕点 E 顺时针旋转 $\frac{1}{2}\alpha$ 得线段 EP .

(1) 如图 1, 当 $\alpha = 120^\circ$ 时, 连接 AP , 请直接写出线段 AP 和线段 AC 的数量关系;

(2) 如图 2, 当 $\alpha = 90^\circ$ 时, 过点 B 作 $BF \perp EP$ 于点 F , 连接 AF , 请写出线段 AF , AB , AD 之间的数量关系, 并说明理由;

(3) 当 $\alpha = 120^\circ$ 时, 连接 AP , 若 $BE = \frac{1}{2}AB$, 请直接写出 $\triangle APE$ 与 $\triangle CDG$ 面积的比值.

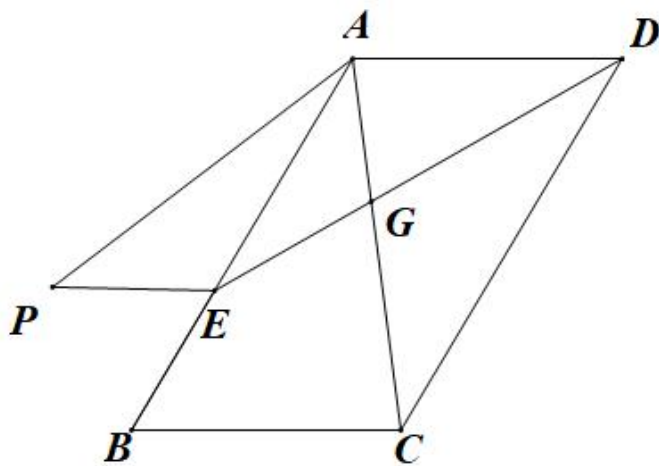


图 1

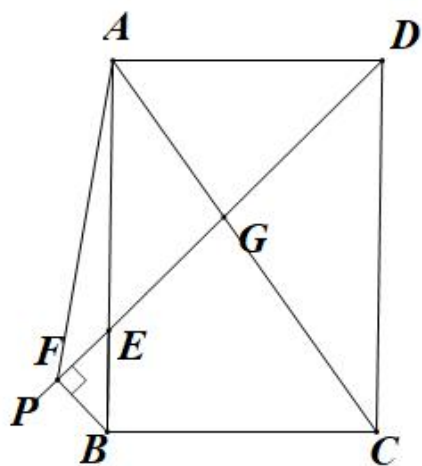


图 2

【答案】 (1) $AP = AC$; (2) $AF^2 = \frac{1}{2}(AD^2 + AB^2)$, 理由见解析; (3) $\frac{3}{4}$

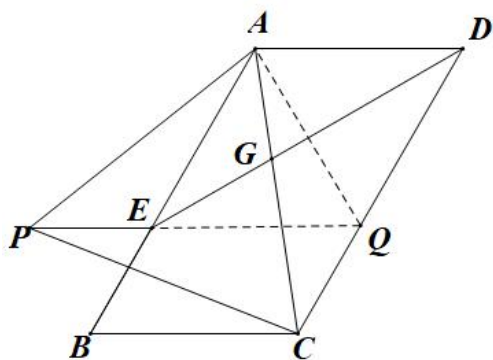
【解析】

【分析】 (1) 延长 PE , 交 CD 于点 Q , 根据已知条件证明 $\triangle APE \cong \triangle ACQ$ 即可;

(2) 连接 FC , 过 F 作 $FM \perp BC$ 交 CB 的延长线于点 M , 由 $\triangle AFE \cong \triangle CBF$, 得 $AF = FC$, 在 $Rt\triangle FMC$ 由三边关系利用勾股定理可得;

(3) 证明 $\triangle AEG \sim \triangle CDG$, 得 $\frac{EG}{GD}$ 值, $\triangle APE$ 与 $\triangle CDG$ 的面积分别与 $\triangle AEG$ 的面积成比例, 可得 $\triangle APE$ 与 $\triangle CDG$ 面积的比值.

【详解】 (1) 如图, 延长 PE , 交 CD 于点 Q ,



由题意, 将线段 EB 绕点 E 顺时针旋转 $\frac{1}{2}\alpha$,

$$\therefore \angle BEP = 60^\circ$$

$$\because \alpha = 120^\circ$$

$$\therefore \angle B = 60^\circ$$

$$\therefore EQ \parallel BC$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形

$$\therefore AD \parallel BC$$

$$\therefore EQ \parallel AD$$

$\therefore$ 四边形 $AEQD$ 是平行四边形

$\because DE$ 平分 $\angle ADC$

$$\therefore \angle ADE = \angle CDE$$

$\because AB \parallel CD$

$$\therefore \angle AED = \angle EDC$$

$$\therefore \angle ADE = \angle AED$$

$$\therefore AE = AD$$

$\therefore$ 四边形 $AEQD$ 是菱形

$$\therefore AE = EQ$$

$$\because \angle AED = \angle BEP = 60^\circ$$

$\therefore \triangle AEQ$ 是等边三角形

$$\therefore AE = AQ, \angle AQE = 60^\circ$$

$\because AB \parallel CD$

$$\therefore \angle CQE = \angle AEQ = 60^\circ$$

$$\therefore \angle AQC = \angle AQE + \angle EQC = 120^\circ, \angle AEP = 120^\circ$$

$\because EQ \parallel AD, AD \parallel BC, BE \parallel CQ$

$\therefore$ 四边形 $BCQE$ 是平行四边形

$$\therefore CQ = BE$$

$$\because PE = BE$$

$$\therefore PE = CQ$$

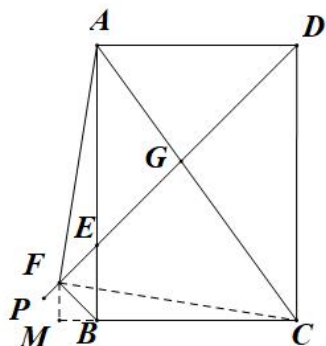
在 $\triangle APE$ 和 $\triangle ACQ$ 中

$$\begin{cases} AE = AQ \\ \angle AEP = \angle AQC \\ PE = CQ \end{cases}$$

$$\therefore \triangle APE \cong \triangle ACQ$$

$$\therefore AP = AC.$$

(2) 连接 FC ，过 F 作 $FM \perp BC$ 交 CB 的延长线于点 M



$$\because \alpha = 90^\circ$$

$$\therefore \text{四边形 } ABCD \text{ 是矩形, } \angle FEB = 45^\circ$$

$$\because BF \perp EP$$

$$\therefore \angle FBE = 45^\circ, \quad FB = FE,$$

$$\angle FBC = \angle FBE + \angle ABC = 135^\circ,$$

$$\angle FEA = 180^\circ - \angle BEF = 135^\circ$$

$$\because DE \text{ 平分 } \angle ADC$$

$$\therefore \angle ADE = \frac{1}{2} \angle ADC = 45^\circ$$

$$\therefore \angle AED = \angle PEB = 45^\circ$$

$$\therefore AE = AD$$

$$\because \text{四边形 } ABCD \text{ 是矩形}$$

$$\therefore AD = BC$$

$$AE = BC$$

在 $\triangle AFE$ 和 $\triangle CFB$ 中

$$\begin{cases} AE = BC \\ \angle AEF = \angle CBF \\ EF = BF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AFE \cong \triangle CBF$$

$$\therefore AF = FC$$

设 $AD = a, AB = b, AF = c$

则 $BE = AB - AE = AB - AD = b - a$

$\because FM \perp BC$

$\therefore \angle FBM = 45^\circ$

$\therefore MF = MB = \sin \angle FBM \times FB = \frac{\sqrt{2}}{2} FB$

$BF = \sin \angle FEB \times EB = \frac{\sqrt{2}}{2} BE$

$\therefore MF = MB = \frac{1}{2} BE = \frac{1}{2} (b - a)$

在 $Rt\triangle FMC$ 中

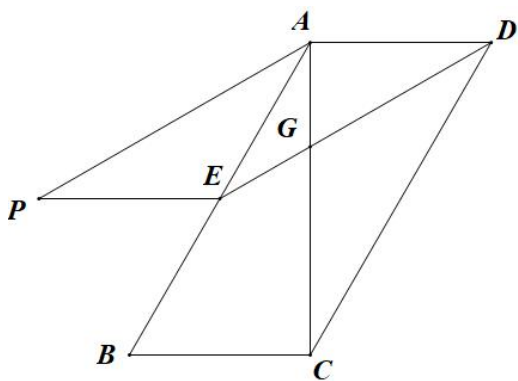
$$FC^2 = FM^2 + MC^2$$

$$\text{即 } c^2 = \left(\frac{b-a}{2}\right)^2 + \left(\frac{b-a}{2} + a\right)^2$$

$$\text{整理得: } c^2 = \frac{1}{2}(a^2 + b^2)$$

$$\therefore AF^2 = \frac{1}{2}(AD^2 + AB^2).$$

(3) 如图



由 (1) 可知 $\triangle APE \cong \triangle ACQ$

$$\therefore BE = \frac{1}{2} AB$$

$$\therefore PE = BE = AE$$

$\therefore DE$ 平分 $\angle ADC$

$$\therefore \angle ADE = \angle CDE$$

$$\because AB \parallel CD$$

$$\therefore \angle AED = \angle EDC$$

$$\therefore \angle ADE = \angle AED$$

$$\therefore AE = AD$$

$$\therefore PE = AD$$

$\therefore$ 四边形 $APED$ 是平行四边形

$$S_{\triangle APE} = S_{\triangle ADE}$$

$$\because AE \parallel CD$$

$$\therefore \triangle AEG \sim \triangle CDG$$

$$\therefore \frac{EG}{GD} = \frac{AE}{CD}$$

$$\because AE = BE = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}CD$$

$$\therefore \frac{AE}{CD} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{EG}{GD} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore S_{\triangle ADE} = 3S_{\triangle AEG}$$

$$\therefore S_{\triangle CGD} = 4S_{\triangle AGE}$$

$$\therefore S_{\triangle APE} : S_{\triangle CDG} = 3 : 4.$$

【点睛】 本题考查了轴对称的性质，旋转的性质，三角形全等的性质与判定，三角形相似，勾股定理，锐角三角函数，相似比的概念，平行四边形的性质与判定，菱形的性质与判定，矩形的性质与判定，知识点比较多，熟练掌握以上知识点是解题的关键。

八、解答题（满分 14 分）

26. 如图，抛物线 $y = -\frac{3}{4}x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点 A 和点 $C(-1, 0)$ ，与 y 轴交于点 $B(0, 3)$ ，连接 AB ， BC ，点 P 是抛物线第一象限上的一动点，过点 P 作 $PD \perp x$ 轴于点 D ，交 AB 于点 E 。

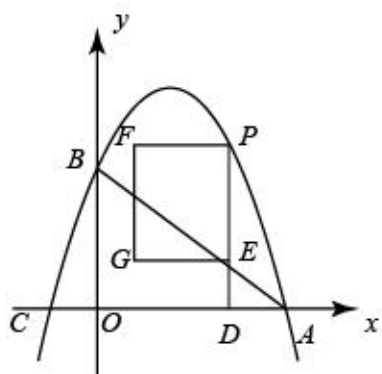


图1

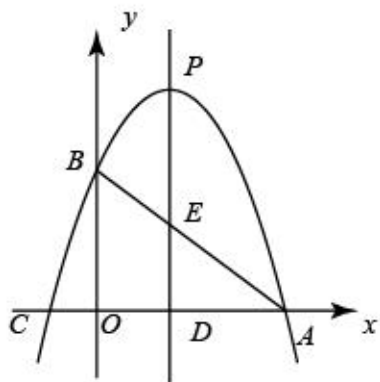


图2

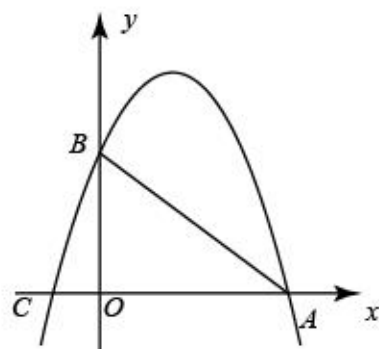


图3

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 如图 1, 作 $PF \perp PD$ 于点 P , 使 $PF = \frac{1}{2}OA$, 以 PE , PF 为邻边作矩形 $PEGF$. 当矩形 $PEGF$ 的面积是 $\triangle BOC$ 面积的 3 倍时, 求点 P 的坐标;

(3) 如图 2, 当点 P 运动到抛物线的顶点时, 点 Q 在直线 PD 上, 若以点 Q 、 A 、 B 为顶点的三角形是锐角三角形, 请直接写出点 Q 纵坐标 n 的取值范围.

【答案】 (1) $y = -\frac{3}{4}x^2 + \frac{9}{4}x + 3$ (2) $(1, \frac{9}{2})$ 或 $(3, 3)$; (3) $-\frac{10}{3} < n < \frac{3-2\sqrt{6}}{2}$ 或 $\frac{3+2\sqrt{6}}{2} < n < 5$.

【解析】

【分析】 (1) 用待定系数法即可求解;

(2) 先求出直线 AB 的解析式, 表示出 P , E 的坐标, 故可表示出 PE 的长, 再根据矩形 $PEGF$ 是 $\triangle BOC$ 面积的 3 倍, 得到方程, 故可求解;

(3) 当 $\angle ABQ$ 为直角时, 求出直线 BQ 的解析式, 得到 n 的值, 当 $\angle BQA$ 为直角时, 利用解直角三角形的方法求出此时 n 的值, 同理求出当 $\angle BAQ$ 为直角时 n 的值, 故可求解.

【详解】 (1) 把 $C(-1,0)$, $B(0,3)$ 代入解析式得
$$\begin{cases} -\frac{3}{4} - b + c = 0 \\ c = 3 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} b = \frac{9}{4} \\ c = 3 \end{cases}$$

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y = -\frac{3}{4}x^2 + \frac{9}{4}x + 3$

(2) 对于 $y = -\frac{3}{4}x^2 + \frac{9}{4}x + 3$, 令 $y=0$

解得 $x=4$ 或 -1

$$\therefore A(4,0), \text{ 则 } PF = \frac{1}{2}OA = 2$$

设直线 AB 的解析式为 $y = px + q$

$$\text{把 } A(4, 0), B(0, 3) \text{ 代入得 } \begin{cases} 0 = 4p + q \\ q = 3 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} p = -\frac{3}{4} \\ q = 3 \end{cases}$$

$$\therefore \text{直线 } AB \text{ 的解析式为 } y = -\frac{3}{4}x + 3$$

$$\text{设 } P(x, -\frac{3}{4}x^2 + \frac{9}{4}x + 3), \text{ 则 } E(x, -\frac{3}{4}x + 3)$$

$\therefore$ 矩形 $PEGF$ 的面积

$$= PF \times PE = 2 \times \left[\left(-\frac{3}{4}x^2 + \frac{9}{4}x + 3 \right) - \left(-\frac{3}{4}x + 3 \right) \right] = 3S_{\triangle BOC} = 3 \times \frac{1}{2} \times BO \times CO = \frac{3}{2} \times 3 \times 1$$

解得 $x=1$ 或 3

$$\therefore P \text{ 点坐标为 } (1, \frac{9}{2}) \text{ 或 } (3, 3);$$

$$(3) \text{ 由 } y = -\frac{3}{4}x^2 + \frac{9}{4}x + 3 \text{ 可得其对称轴为 } x = -\frac{b}{2a} = \frac{3}{2}, \text{ 设 } Q \text{ 点坐标为 } (\frac{3}{2}, n)$$

①当 $\angle ABQ$ 为直角时, 如图 2-1

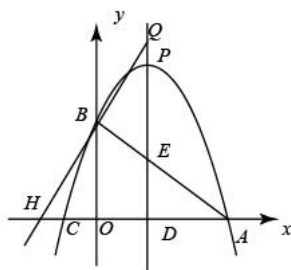


图2-1

设 BQ 交 x 轴于点 H ,

$$\text{在 } Rt\triangle ABO \text{ 中, } \tan \angle ABO = \frac{AO}{BO} = \frac{4}{3},$$

$$\therefore \angle ABO + \angle BAO = \angle BAO + \angle BHO = 90^\circ$$

$$\therefore \angle BHO = \angle ABO$$

$$\therefore \tan \angle BHO = \tan \angle ABO = \frac{4}{3}$$

$$\text{可设直线 } BQ \text{ 的解析式为 } y = \frac{4}{3}x + t, \text{ 代入 } B(0, 3) \text{ 可得 } t = 3$$

$$\therefore \text{直线 } BQ \text{ 的解析式为 } y = \frac{4}{3}x + 3$$

$$\text{当 } x=\frac{3}{2} \text{ 时, } y=\frac{4}{3}x+3=5$$

故 $n=5$;

②当 $\angle BQA$ 为直角时, 如图 2-2, 过点 Q 作直线 $MN \parallel y$ 轴于点 N , 交过点 A 与 y 轴的平行线于点 M ,

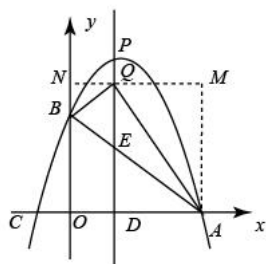


图2-2

$$\because \angle BQN + \angle MQA = 90^\circ, \quad \angle MQA + \angle MAQ = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BQN = \angle MAQ$$

$$\therefore \tan \angle BQN = \tan \angle MAQ$$

$$\text{即 } \frac{BN}{NQ} = \frac{MQ}{MA}, \quad \text{则 } \frac{n-3}{\frac{3}{2}} = \frac{4-\frac{3}{2}}{n}$$

$$\text{解得 } n = \frac{3 \pm 2\sqrt{6}}{2}$$

③当 $\angle BAQ$ 为直角时, 同理可设直线 AQ 的解析式为 $y = \frac{4}{3}x + h$

$$\text{代入 } A(4, 0) \text{ 得 } h = -\frac{16}{3}$$

$$\therefore \text{直线 } AQ \text{ 的解析式为 } y = \frac{4}{3}x - \frac{16}{3}$$

$$\text{当 } x = \frac{3}{2} \text{ 时, } y = \frac{4}{3}x - \frac{16}{3} = -\frac{10}{3}$$

$$\text{故 } n = -\frac{10}{3};$$

综上, 以点 Q 、 A 、 B 为顶点的三角形是锐角三角形, 则 $\triangle ABQ$ 不为直角三角形, 故点 Q 纵坐标 n 的取值范

$$\text{围为 } -\frac{10}{3} < n < \frac{3-2\sqrt{6}}{2} \text{ 或 } \frac{3+2\sqrt{6}}{2} < n < 5.$$

【点睛】此题主要考查二次函数综合, 解题的关键是熟知待定系数法、矩形的特点及面积公式、解直角三角形的方法及数形结合的特点.