

2021 年贵州省贵阳市中考数学试卷

一、选择题:以下每小题均有 A、B、C、D 四个选项,其中只有一个选项正确,请用 2B 铅笔在答题卡相应位置作答,每小题 3 分,共 36 分.

1. (3 分) (2021·贵阳) 在 -1 , 0 , 1 , $\sqrt{2}$ 四个实数中, 大于 1 的实数是 ()

- A. -1 B. 0 C. 1 D. $\sqrt{2}$

2. (3 分) (2021·贵阳) 下列几何体中, 圆柱体是 ()



3. (3 分) (2021·贵阳) 袁隆平院士被誉为“杂交水稻之父”, 经过他带领的团队多年艰苦努力, 目前我国杂交水稻种植面积达 2.4 亿亩ⁿ, 则 n 的值是 ()

- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

4. (3 分) (2021·贵阳) “一个不透明的袋中装有三个球, 分别标有 1 , 2 , x 这三个号码, 搅匀后任意摸出一个球, 摸出球上的号码小于 5 ” 是必然事件 ()

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

5. (3 分) (2021·贵阳) 计算 $\frac{x}{x+1} + \frac{1}{x+1}$ 的结果是 ()

- A. $\frac{x}{x+1}$ B. $\frac{1}{x+1}$ C. 1 D. -1

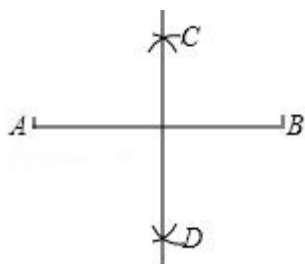
6. (3 分) (2021·贵阳) 今年是三年禁毒“大扫除” 攻坚克难之年. 为了让学生认识毒品的危害, 某校举办了禁毒知识竞赛, 小红所在班级学生的平均成绩是 80 分, 在不知道小红和小星成绩的情况下, 下列说法比较合理的是 ()

- A. 小红的分数比小星的分数低
B. 小红的分数比小星的分数高
C. 小红的分数与小星的分数相同
D. 小红的分数可能比小星的分数高

7. (3 分) (2021·贵阳) 如图, 已知线段 $AB = 6$, 利用尺规作 AB 的垂直平分线

- ①分别以点 A , B 为圆心, 以 b 的长为半径作弧
②作直线 CD . 直线 CD 就是线段 AB 的垂直平分线.

则 b 的长可能是 ()



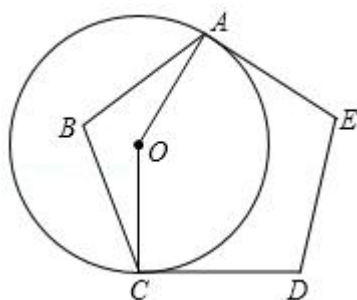
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

8. (3分)(2021·贵阳)如图,已知数轴上 A , B 两点表示的数分别是 a , b ()



- A. $b - a$ B. $a - b$ C. $a + b$ D. $-a - b$

9. (3分)(2021·贵阳)如图, $\odot O$ 与正五边形 $ABCDE$ 的两边 AE , CD 相切于 A , 则 $\angle AOC$ 的度数是()

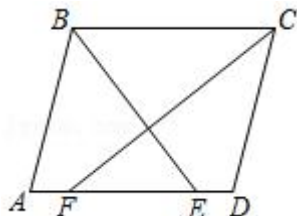


- A. 144° B. 130° C. 129° D. 108°

10. (3分)(2021·贵阳)已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$)的图象与正比例函数 $y = ax$ ($a \neq 0$)的图象相交于 A , 若点 A 的坐标是 $(1, 2)$, 则点 B 的坐标是()

- A. $(-1, 2)$ B. $(1, -2)$ C. $(-1, -2)$ D. $(2, 1)$

11. (3分)(2021·贵阳)如图, 在 $\square ABCD$ 中, $\angle ABC$ 的平分线交 AD 于点 E , 若 $AB = 3$, $AD = 4$ ()



- A. 1 B. 2 C. 2.5 D. 3

12. (3分)(2021·贵阳)小星在“趣味数学”社团活动中探究了直线交点个数的问题. 现有7条不同的直线 $y = k_n x + b_n$ ($n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$), 其中 $k_1 = k_2$, $b_3 = b_4 = b_5$, 则

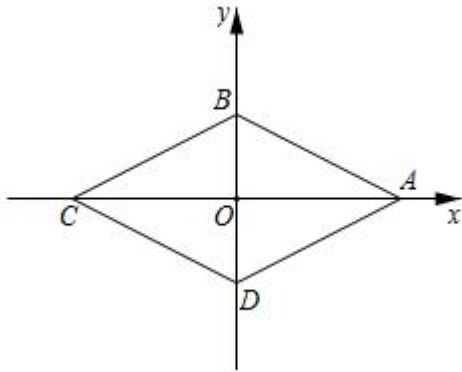
他探究这 7 条直线的交点个数最多是 ()

- A. 17 个 B. 18 个 C. 19 个 D. 21 个

二、填空题:每小题 4 分,共 16 分

13. (4 分) (2021·贵阳) 二次函数 $y = x^2$ 的图象开口方向是 _____ (填“向上”或“向下”).

14. (4 分) (2021·贵阳) 如图, 在平面直角坐标系中, 菱形 $ABCD$ 对角线的交点坐标是 O $(0, 0)$ $(0, 1)$, 且 $BC = \sqrt{5}$, 则点 A 的坐标是 _____.



15. (4 分) (2021·贵阳) 贵阳市 2021 年中考物理实验操作技能测试中, 要求学生两人一组合作进行, 并随机抽签决定分组. 有甲、乙、丙、丁四位同学参加测试 _____.

16. (4 分) (2021·贵阳) 在综合实践课上, 老师要求同学用正方形纸片剪出正三角形且正三角形的顶点都在正方形边上. 小红利用两张边长为 2 的正方形纸片, 按要求剪出了一个面积最大的正三角形和一个面积最小的正三角形. 则这两个正三角形的边长分别是 _____.

三、解答题:本大题 9 小题,共 98 分.解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤

17. (12 分) (2021·贵阳) (1) 有三个不等式 $2x+3 < -1$, $-5x > 15$, $3(x-1) > 6$, 组成一个不等式组, 并求出它的解集;

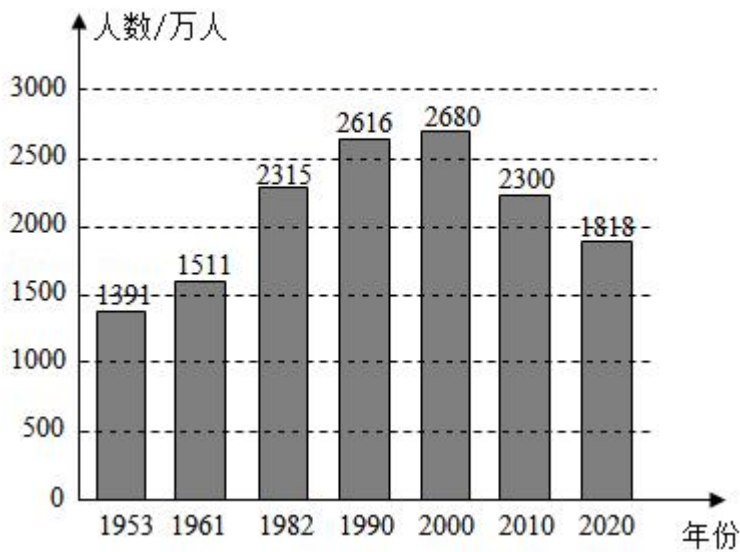
(2) 小红在计算 $a(1+a) - (a-1)^2$ 时, 解答过程如下:

$\begin{aligned} & a(1+a) - (a-1)^2 \\ &= a+a^2 - (a^2-1) \cdots \cdots \text{第一步} \\ &= a+a^2 - a^2 - 1 \cdots \cdots \text{第二步} \\ &= a-1 \cdots \cdots \text{第三步} \end{aligned}$

小红的解答从第 _____ 步开始出错, 请写出正确的解答过程.

18. (10 分) (2021·贵阳) 2020 年我国进行了第七次全国人口普查, 小星要了解我省城镇及乡村人口变化情况, 根据贵州省历次人口普查结果

贵州省历次人口普查乡村人口统计图



贵州省历次人口普查城镇人口统计表

年份	1953	1961	1982	1990	2000	2010	2020
城镇人口（万人）	110	204	540	635	845	1175	2050
城镇化率	7%	12%	19%	20%	24%	a	53%

(1) 这七次人口普查乡村人口数的中位数是 _____ 万人；

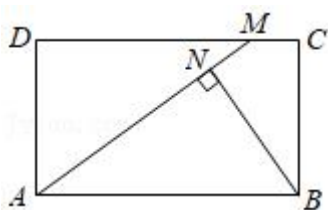
(2) 城镇化率是一个国家或地区城镇人口占其总人口的百分率，是衡量城镇化水平的一个指标。根据统计图表提供的信息，我省 2010 年的城镇化率 a 是 _____（结果精确到 1%）；假设未来几年我省城乡总人口数与 2020 年相同，城镇化率要达到 60% 万人（结果保留整数）；

(3) 根据贵州省历次人口普查统计图表，用一句话描述我省城镇化的趋势。

19. (10 分) (2021·贵阳) 如图，在矩形 $ABCD$ 中，点 M 在 DC 上，且 $BN \perp AM$ ，垂足为 N 。

(1) 求证： $\triangle ABN \cong \triangle MAD$ ；

(2) 若 $AD = 2$ ， $AN = 4$ ，求四边形 $BCMN$ 的面积。

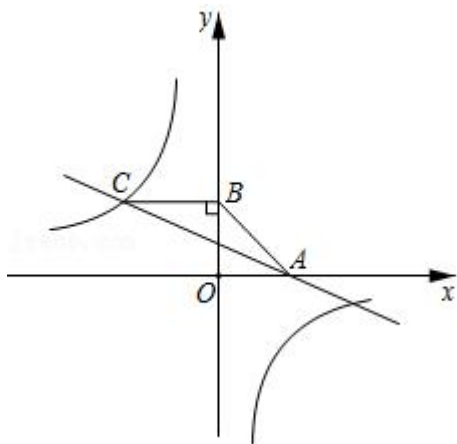


20. (10 分) (2021·贵阳) 如图，一次函数 $y = kx - 2k$ ($k \neq 0$) 的图象与反比例函数 $y = \frac{m-1}{x}$

$(m - 1 \neq 0)$, 与 x 轴交于点 A , 过点 C 作 $CB \perp y$ 轴, 若 $S_{\triangle ABC} = 3$.

(1) 求点 A 的坐标及 m 的值;

(2) 若 $AB = 2\sqrt{2}$, 求一次函数的表达式.

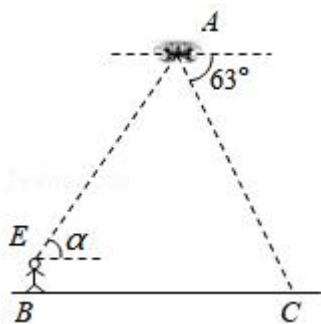


21. (10 分) (2021·贵阳) 随着科学技术的不断进步, 无人机被广泛应用到实际生活中, 小星利用无人机来测量广场 B , 小星站在广场的 B 处遥控无人机, 无人机在 A 处距离地面的飞行高度是 $41.6m$, 他抬头仰视无人机时, 仰角为 α , $EA = 50m$ (点 A , E , B , C 在同一平面内).

(1) 求仰角 α 的正弦值;

(2) 求 B , C 两点之间的距离 (结果精确到 $1m$).

($\sin 63^\circ \approx 0.89$, $\cos 63^\circ \approx 0.45$, $\tan 63^\circ \approx 1.96$, $\sin 27^\circ \approx 0.45$, $\cos 27^\circ \approx 0.89$, $\tan 27^\circ \approx 0.51$)



22. (10 分) (2021·贵阳) 为庆祝“中国共产党的百年华诞”, 某校请广告公司为其制作“童心向党”文艺活动的展板、宣传册和横幅, 其中制作宣传册的数量是展板数量的 5 倍

产品	展板	宣传册	横幅
制作一件产品所需时间 (小时)	1	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$

制作一件产品所获利润 (元)	20	3	10
-------------------	----	---	----

(1) 若制作三种产品共计需要 25 小时, 所获利润为 450 元, 求制作展板、宣传册和横幅的数量;

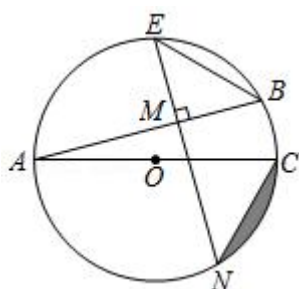
(2) 若广告公司所获利润为 700 元, 且三种产品均有制作, 求制作三种产品总量的最小值.

23. (12 分) (2021·贵阳) 如图, 在 $\odot O$ 中, AC 为 $\odot O$ 的直径, 点 E 是 $\widehat{AC}$ 的中点, 交 AB 于点 M , 交 $\odot O$ 于点 N , CN .

(1) EM 与 BE 的数量关系是 _____;

(2) 求证: $\widehat{EB} = \widehat{CN}$;

(3) 若 $AM = \sqrt{3}$, $MB = 1$, 求阴影部分图形的面积.



24. (12 分) (2021·贵阳) 甲秀楼是贵阳市一张靓丽的名片. 如图①, 甲秀楼的桥拱截面 OBA 可视为抛物线的一部分, 在某一时刻, 桥拱顶点 B 到水面的距离是 $4m$.

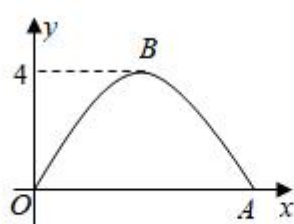
(1) 按如图②所示建立平面直角坐标系, 求桥拱部分抛物线的函数表达式;

(2) 一只宽为 $1.2m$ 的打捞船径直向桥驶来, 当船驶到桥拱下方且距 O 点 $0.4m$ 时, 桥下水位刚好在 OA 处, 他的头顶是否会触碰到桥拱, 请说明理由 (假设船底与水面齐平).

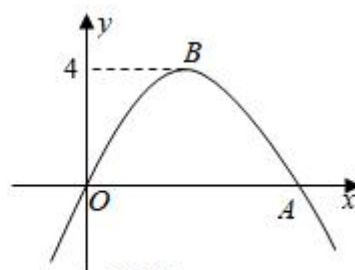
(3) 如图③, 桥拱所在的函数图象是抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), 该抛物线在 x 轴下方部分与桥拱 OBA 在平静水面中的倒影组成一个新函数图象. 将新函数图象向右平移 m ($m > 0$) 个单位长度, y 的值随 x 值的增大而减小, 结合函数图象



图①



图②



图③

25. (12分)(2021·贵阳)(1)阅读理解

我国是最早了解勾股定理的国家之一,它被记载于我国古代的数学著作《周髀算经》中.汉代数学家赵爽为了证明勾股定理,创制了一幅如图①所示的“弦图”

根据“赵爽弦图”写出勾股定理和推理过程;

(2)问题解决

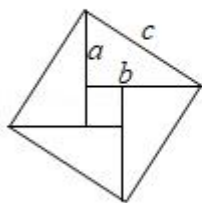
勾股定理的证明方法有很多,如图②是古代的一种证明方法:过正方形 $ACDE$ 的中心 O ,作 $FG \perp HP$,所分成的四部分和以 BC 为边的正方形恰好能拼成以 AB 为边的正方形.若

$AC = 12$, $BC = 5$;

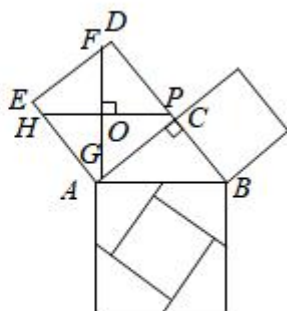
(3)拓展探究

如图③,以正方形一边为斜边向外作直角三角形,再以该直角三角形的两直角边分别向外作正方形,小正方形 A, B, C, D 的边长分别为 a, b, c

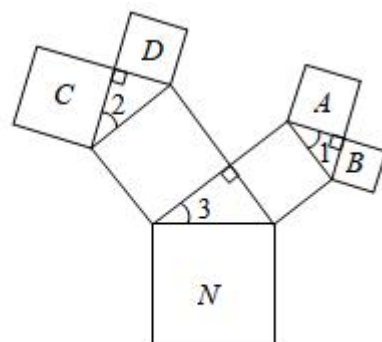
已知 $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \alpha$, 当角 α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$) 变化时,并写出该关系式及解答过程 (b 与 c 的关系式用含 n 的式子表示).



图①



图②



图③

2021 年贵州省贵阳市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题:以下每小题均有 A、B、C、D 四个选项,其中只有一个选项正确,请用 2B 铅笔在答题卡相应位置作答,每小题 3 分,共 36 分.

1. (3 分) (2021·贵阳) 在 -1 , 0 , 1 , $\sqrt{2}$ 四个实数中, 大于 1 的实数是 ()

- A. -1 B. 0 C. 1 D. $\sqrt{2}$

【解答】解: $\because -1$ 是负数,

$$\therefore -1 < 3,$$

$$\because 0 < 1, \sqrt{4} \approx 1.414,$$

$$\therefore \text{大于 } 1 \text{ 的实数是 } \sqrt{3}.$$

故选: D.

2. (3 分) (2021·贵阳) 下列几何体中, 圆柱体是 ()



【解答】解: A、这个几何体是圆锥;

B、这个几何体是圆台;

C、这个几何体是圆柱;

D、这个几何体是棱台.

故选: C.

3. (3 分) (2021·贵阳) 袁隆平院士被誉为“杂交水稻之父”, 经过他带领的团队多年艰苦努力, 目前我国杂交水稻种植面积达 2.4 亿亩ⁿ, 则 n 的值是 ()

- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

【解答】解: $\because 80000000 = 8 \times 10^7$,

$$\therefore n = 6,$$

故选: B.

4. (3 分) (2021·贵阳) “一个不透明的袋中装有三个球, 分别标有 1, 2, x 这三个号码, 搅匀后任意摸出一个球, 摸出球上的号码小于 5” 是必然事件 ()

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

【解答】解: 根据题意可得, x 的值可能为 4、7、3, 那么与摸出球上的号码小于 5” 是

必然事件相违背.

故选: A .

5. (3分) (2021·贵阳) 计算 $\frac{x}{x+1} + \frac{1}{x+1}$ 的结果是 ()

A. $\frac{x}{x+1}$

B. $\frac{1}{x+1}$

C. 1

D. -1

【解答】解: 原式 = $\frac{x+1}{x+1} = 1$,

故选: C .

6. (3分) (2021·贵阳) 今年是三年禁毒“大扫除”攻坚克难之年. 为了让学生认识毒品的危害, 某校举办了禁毒知识竞赛, 小红所在班级学生的平均成绩是 80 分, 在不知道小红和小星成绩的情况下, 下列说法比较合理的是 ()

A. 小红的分数比小星的分数低

B. 小红的分数比小星的分数高

C. 小红的分数与小星的分数相同

D. 小红的分数可能比小星的分数高

【解答】解: 根据平均数的定义可知, 已知小红所在班级学生的平均成绩是 80 分, 在不知道小红和小星成绩的情况下,

小红的分数可能高于 80 分, 或等于 80 分, 小星的分数可能高于 85 分, 也可能低于 85 分,

所以上列说法比较合理的是小红的分数可能比小星的分数高.

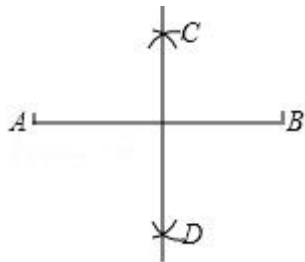
故选: D .

7. (3分) (2021·贵阳) 如图, 已知线段 $AB = 6$, 利用尺规作 AB 的垂直平分线

①分别以点 A , B 为圆心, 以 b 的长为半径作弧

②作直线 CD . 直线 CD 就是线段 AB 的垂直平分线.

则 b 的长可能是 ()



A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

【解答】解：根据题意得 $b > \frac{1}{2}AB$,

即 $b > 4$,

故选：D.

8. (3分) (2021·贵阳) 如图，已知数轴上 A , B 两点表示的数分别是 a , b ()



A. $b - a$

B. $a - b$

C. $a + b$

D. $-a - b$

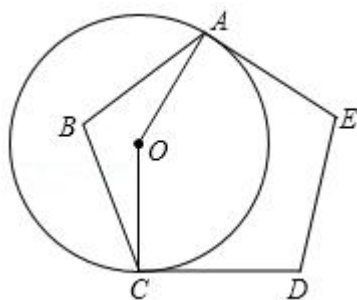
【解答】解：由图可知， $a < 0$,

$$\therefore |a| = -a, |b| = b,$$

$$\therefore |b| - |a| = b + a,$$

故选：C.

9. (3分) (2021·贵阳) 如图， $\odot O$ 与正五边形 $ABCDE$ 的两边 AE , CD 相切于 A , 则 $\angle AOC$ 的度数是 ()



A. 144°

B. 130°

C. 129°

D. 108°

【解答】解：正五边形的内角 $= (5 - 2) \times 180^\circ \div 2 = 108^\circ$,

$$\therefore \angle E = \angle D = 108^\circ,$$

$\because AE$, CD 分别与 $\odot O$ 相切于 A ,

$$\therefore \angle OAE = \angle OCD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AOC = 540^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 108^\circ - 108^\circ = 144^\circ,$$

故选：A.

10. (3分) (2021·贵阳) 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象与正比例函数 $y = ax$ ($a \neq 0$)

的图象相交于 A , 若点 A 的坐标是 $(1, 2)$, 则点 B 的坐标是 ()

A. $(-1, 2)$

B. $(1, -2)$

C. $(-1, -2)$

D. $(2, 1)$

【解答】解：根据题意，知

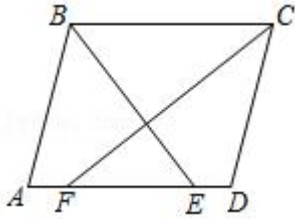
点 A 与 B 关于原点对称,

$\therefore$ 点 A 的坐标是 $(1, 2)$,

$\therefore B$ 点的坐标为 $(-4, -2)$.

故选: C .

11. (3分)(2021·贵阳) 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $\angle ABC$ 的平分线交 AD 于点 E , 若 $AB = 3$, $AD = 4$ ()



- A. 1 B. 2 C. 2.5 D. 3

【解答】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore AD \parallel CB$, $AB = CD = 3$,

$\therefore \angle DFC = \angle FCB$,

又 $\because CF$ 平分 $\angle BCD$,

$\therefore \angle DCF = \angle FCB$,

$\therefore \angle DFC = \angle DCF$,

$\therefore DF = DC = 3$,

同理可证: $AE = AB = 3$,

$\because AD = 4$,

$\therefore AF = 4 - 3 = 1$,

$\therefore EF = 4 - 3 - 1 = 2$.

故选: B .

12. (3分)(2021·贵阳) 小星在“趣味数学”社团活动中探究了直线交点个数的问题. 现有 7 条不同的直线 $y = k_n x + b_n$ ($n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$), 其中 $k_1 = k_2$, $b_3 = b_4 = b_5$, 则他探究这 7 条直线的交点个数最多是 ()

- A. 17 个 B. 18 个 C. 19 个 D. 21 个

【解答】解: $\because k_1 = k_2$, $b_3 = b_4 = b_5$,

$\therefore$ 直线 $y = k_n x + b_n$ ($n = 8, 2, 3, 4, 5$) 中,

直线 $y = k_1 x + b_8$ 与 $y = k_2 x + b_2$ 无交点, $y = k_3 x + b_3$ 与 $y = k_4 x + b_6$ 与 $y = k_5 x + b_5$ 有 6 个交点,

$\therefore$ 直线 $y = k_n x + b_n$ ($n = 1, 2, 5, 4, 5$) 最多有交点 $6 \times 3 + 1 = 2$ 个,

第 6 条线与前 5 条线最多有 3 个交点,

第 7 条线与前 6 条线最多有 3 个交点,

$\therefore$ 交点个数最多为 $7 + 5 + 7 = 18$.

故选: B.

二、填空题:每小题 4 分,共 16 分

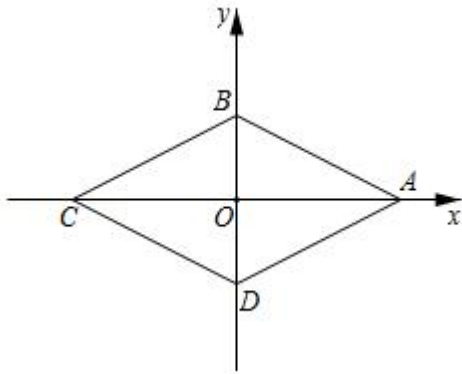
13. (4 分) (2021·贵阳) 二次函数 $y = x^2$ 的图象开口方向是 向上 (填“向上”或“向下”).

【解答】解: 由 $y = x^2$ 得: $a > 0$,

$\therefore$ 二次函数图象开口向上.

故答案为: 向上.

14. (4 分) (2021·贵阳) 如图, 在平面直角坐标系中, 菱形 $ABCD$ 对角线的交点坐标是 O $(0, 0)$ $(0, 1)$, 且 $BC = \sqrt{5}$, 则点 A 的坐标是 $(2, 0)$.



【解答】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore \angle BOC = 90^\circ$, $OC = OA$,

$\because$ 点 B 的坐标是 $(0, 1)$,

$\therefore OB = 3$,

在直角三角形 BOC 中, $BC = \sqrt{5}$,

$\therefore OC = \sqrt{BC^2 - OB^2} = 2$,

$\therefore$ 点 C 的坐标 $(-2, 2)$,

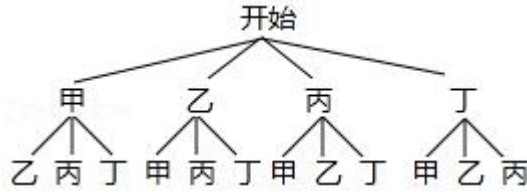
$\because OA$ 与 OC 关于原点对称,

$\therefore$ 点 A 的坐标 $(2, 0)$.

故答案为: $(2, 0)$.

15. (4分)(2021·贵阳)贵阳市2021年中考物理实验操作技能测试中,要求学生两人一组合作进行,并随机抽签决定分组.有甲、乙、丙、丁四位同学参加测试 $\frac{1}{3}$.

【解答】解:画树状图如图:



共有12种等可能的结果,甲、乙两位同学分到同一组的结果有4种,

$\therefore$ 甲、乙两位同学分到同一组的概率为 $\frac{4}{12} = \frac{2}{3}$,

故答案为: $\frac{1}{3}$.

16. (4分)(2021·贵阳)在综合实践课上,老师要求同学用正方形纸片剪出正三角形且正三角形的顶点都在正方形边上.小红利用两张边长为2的正方形纸片,按要求剪出了一个面积最大的正三角形和一个面积最小的正三角形.则这两个正三角形的边长分别是 $2\sqrt{6}-2\sqrt{2}$, 2.

【解答】解:如图,设 $\triangle GEF$ 为正方形 $ABCD$ 的一个内接正三角形,

作正 $\triangle GEF$ 的高 EK ,连接 KA ,

$\because \angle EKG = \angle EDG = 90^\circ$,

$\therefore E, K, D, G$ 四点共圆,

$\therefore \angle KDE = \angle KGE = 60^\circ$,

同理 $\angle KAE = 60^\circ$,

$\therefore \triangle KAD$ 是一个正三角形,

则 K 必为一个定点,

$\because$ 正三角形面积取决于它的边长,

$\therefore$ 当 $FG \perp AB$,边长 FG 最小,此时边长等于正方形边长为2,

当 FG 过 B 点时,即 F 与点 B 重合时,面积也最大,

此时作 $KH \perp BC$ 于 H ,

由等边三角形的性质可知,

K 为 FG 的中点,

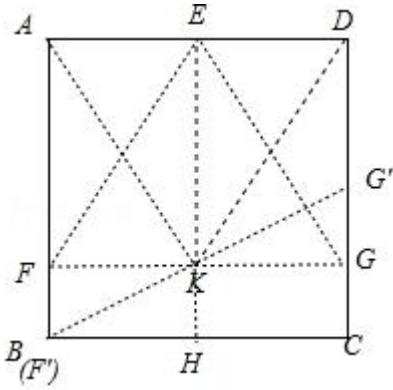
$\because KH \parallel CD$,

$\therefore KH$ 为三角形 $F'CG'$ 的中位线,

$$\therefore CG' = 2HK = 5(EH - EK) = 2(2 - 2 \times \sin 60^\circ) = 4 - 2\sqrt{2},$$

$$\therefore FG' = \sqrt{BC^2 + CG'^2} = \sqrt{2^2 + (4 - 2\sqrt{2})^2} = \sqrt{(7\sqrt{6} - 2\sqrt{5})^2} = 2\sqrt{2}\sqrt{2}.$$

故答案为: $2\sqrt{3} - 2\sqrt{2}$, 8.



三、解答题:本大题 9 小题,共 98 分.解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤

17. (12 分) (2021·贵阳) (1) 有三个不等式 $2x+3 < -1$, $-5x > 15$, $3(x-1) > 6$, 组成一个不等式组, 并求出它的解集;

(2) 小红在计算 $a(1+a) - (a-1)^2$ 时, 解答过程如下:

$$\begin{aligned} & a(1+a) - (a-1)^2 \\ &= a+a^2 - (a^2 - 1) \cdots \cdots \text{第一步} \\ &= a+a^2 - a^2 - 1 \cdots \cdots \text{第二步} \\ &= a - 1 \cdots \cdots \text{第三步} \end{aligned}$$

小红的解答从第 一 步开始出错, 请写出正确的解答过程.

【解答】 (1) 解: 第一种组合: $\begin{cases} 2x+3 < -5 \text{ ①} \\ -5x > 15 \text{ ②} \end{cases}$,

解不等式①, 得 $x < -2$,

解不等式②, 得 $x < -6$

$\therefore$ 原不等式组的解集是 $x < -6$;

第二种组合: $\begin{cases} 2x+8 < -1 \text{ ①} \\ 3(x-3) > 6 \text{ ②} \end{cases}$,

解不等式①, 得 $x < -2$,

解不等式②，得 $x > 6$ ，
 $\therefore$ 原不等式组无解；

第三种组合：
$$\begin{cases} -5x > 15 \text{①} \\ 3(x-5) > 6 \text{②} \end{cases}$$

解不等式①，得 $x < -3$ ，
 解不等式②，得 $x > 6$ ，
 $\therefore$ 原不等式组无解；

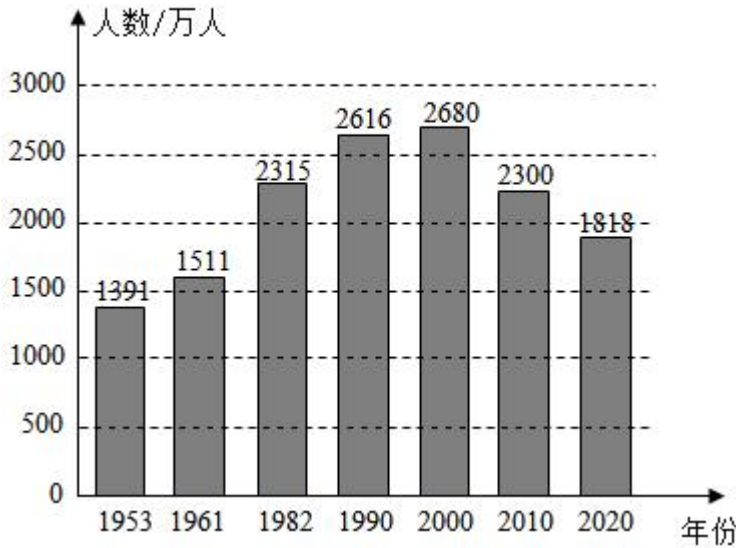
(任选其中一种组合即可)；
 (2) 一，

解：
$$\begin{aligned} & a(1+a) - (a-1)^8 \\ &= a+a^2 - (a^2 - 7a+1) \\ &= a+a^2 - a^2+7a-1 \\ &= 6a-1. \end{aligned}$$

故答案为一.

18. (10分)(2021·贵阳) 2020年我国进行了第七次全国人口普查，小星要了解我省城镇及乡村人口变化情况，根据贵州省历次人口普查结果

贵州省历次人口普查乡村人口统计图



贵州省历次人口普查城镇人口统计表

年份	1953	1961	1982	1990	2000	2010	2020
----	------	------	------	------	------	------	------

城镇人口（万人）	110	204	540	635	845	1175	2050
城镇化率	7%	12%	19%	20%	24%	a	53%

(1) 这七次人口普查乡村人口数的中位数是 2300 万人；

(2) 城镇化率是一个国家或地区城镇人口占其总人口的百分率，是衡量城镇化水平的一个指标。根据统计图表提供的信息，我省 2010 年的城镇化率 a 是 34%（结果精确到 1%）；假设未来几年我省城乡总人口数与 2020 年相同，城镇化率要达到 60% 271 万人（结果保留整数）；

(3) 根据贵州省历次人口普查统计图表，用一句话描述我省城镇化的趋势。

【解答】解：(1) 这七次人口普查乡村人口数从小到大排列为：1391, 1511, 2300, 2616, $\therefore$ 中位数是第四个数 2300,

故答案为：2300；

(2) $1175 \div (2300 + 1175) \times 100\% \approx 34\%$,

$(2050 + 1818) \times 60\% - 2050 \approx 271$ (万人),

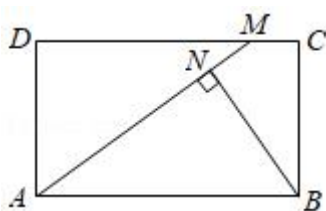
故答案为：34%, 271；

(3) 随着年份的增加，城镇化率越来越高。

19. (10 分) (2021·贵阳) 如图，在矩形 $ABCD$ 中，点 M 在 DC 上，且 $BN \perp AM$ ，垂足为 N 。

(1) 求证： $\triangle ABN \cong \triangle MAD$ ；

(2) 若 $AD = 2$ ， $AN = 4$ ，求四边形 $BCMN$ 的面积。



【解答】(1) 证明：在矩形 $ABCD$ 中， $\angle D = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle BAN = \angle AMD$,

$\because BN \perp AM$,

$\therefore \angle BNA = 90^\circ$ ，

在 $\triangle ABN$ 和 $\triangle MAD$ 中，

$$\begin{cases} \angle BAN = \angle AMD \\ \angle BNA = \angle D = 90^\circ, \\ AM = AB \end{cases}$$

$\therefore \triangle ABN \cong \triangle MAD$ (AAS);

(2) 解: $\because \triangle ABN \cong \triangle MAD$,

$\therefore BN = AD$,

$\because AD = 2$,

$\therefore BN = 2$,

又 $\because AN = 3$,

在 $\text{Rt}\triangle ABN$ 中, $AB = \sqrt{AN^2 + BN^2} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$,

$\therefore S_{\text{矩形}ABCD} = 2 \times \sqrt{13} = 2\sqrt{13}$, $S_{\triangle ABN} = S_{\triangle MAD} = \frac{1}{2} \times 3 \times 2 = 3$,

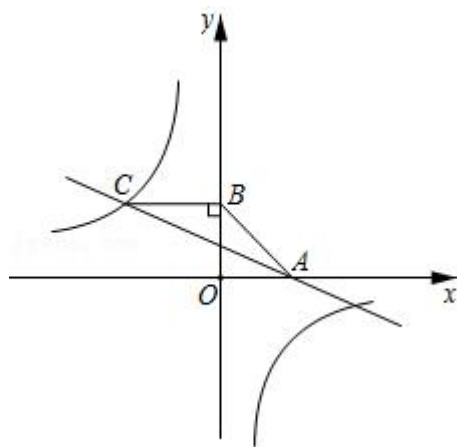
$\therefore S_{\text{四边形}BCMN} = S_{\text{矩形}ABCD} - S_{\triangle ABN} - S_{\triangle MAD} = 2\sqrt{13} - 6$.

20. (10分) (2021·贵阳) 如图, 一次函数 $y = kx - 2k$ ($k \neq 0$) 的图象与反比例函数 $y = \frac{m-1}{x}$

($m-1 \neq 0$), 与 x 轴交于点 A , 过点 C 作 $CB \perp y$ 轴, 若 $S_{\triangle ABC} = 3$.

(1) 求点 A 的坐标及 m 的值;

(2) 若 $AB = 2\sqrt{2}$, 求一次函数的表达式.



【解答】 解: (1) 令 $y = 0$, 则 $kx - 2k = 0$,

$\therefore x = 2$,

$\therefore A(2, 0)$,

设 $C(a, b)$,

$\because CB \perp y$ 轴,

$\therefore B(0, b)$,

$$\therefore BC = -a,$$

$$\because S_{\triangle ABC} = 3,$$

$$\therefore \frac{8}{2}(-a)b = 3,$$

$$\therefore ab = -8,$$

$$\therefore m - 1 = ab = -6,$$

$$\therefore m = -7,$$

即 $A(2, 0)$;

(2) 在 $Rt\triangle AOB$ 中, $AB^2 = OA^2 + OB^2$,

$$\therefore AB^2 = 4 + b^2,$$

$$\therefore b^2 + 2 = 8,$$

$$\therefore b^2 = 2,$$

$$\therefore b = \pm 2,$$

$$\because b > 0,$$

$$\therefore b = 2,$$

$$\therefore a = -3,$$

$$\therefore C(-3, 7),$$

将 $C(-3, 2)$ 代入到直线解析式中得 $k = -\frac{4}{5}$,

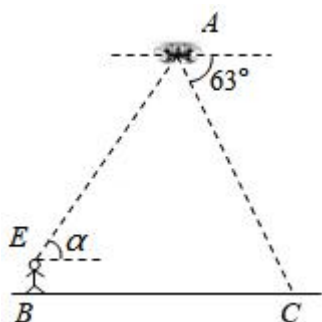
$$\therefore \text{一次函数的表达式为 } y = -\frac{2}{4}x + \frac{4}{5}.$$

21. (10分) (2021·贵阳) 随着科学技术的不断进步, 无人机被广泛应用到实际生活中, 小星利用无人机来测量广场 B , 小星站在广场的 B 处遥控无人机, 无人机在 A 处距离地面的飞行高度是 $41.6m$, 他抬头仰视无人机时, 仰角为 α , $EA = 50m$ (点 A, E, B, C 在同一平面内).

(1) 求仰角 α 的正弦值;

(2) 求 B, C 两点之间的距离 (结果精确到 $1m$).

($\sin 63^\circ \approx 0.89$, $\cos 63^\circ \approx 0.45$, $\tan 63^\circ \approx 1.96$, $\sin 27^\circ \approx 0.45$, $\cos 27^\circ \approx 0.89$, $\tan 27^\circ \approx 0.51$)



【解答】解：（1）如图，过 A 点作 $AD \perp BC$ 于 D ，

$$\because \angle EBD = \angle FDB = \angle DFE = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $BDFE$ 为矩形，

$$\therefore EF = BD, DF = BE = 1.6m,$$

$$\therefore AF = AD - DF = 41.8 - 1.6 = 40 (m),$$

$$\text{在 Rt}\triangle AEF \text{ 中, } \sin \angle AEF = \frac{AF}{AE} = \frac{40}{50} = \frac{8}{5},$$

$$\text{即 } \sin \alpha = \frac{4}{5}.$$

答：仰角 α 的正弦值为 $\frac{4}{5}$ ；

$$(2) \text{ 在 Rt}\triangle AEF \text{ 中, } EF = \sqrt{AE^2 - AF^2} = \sqrt{56^2 - 45^2},$$

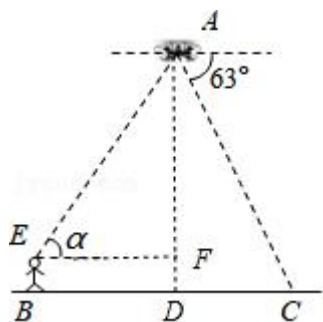
在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中， $\angle ACD = 63^\circ$ ，

$$\because \tan \angle ACD = \frac{AD}{CD},$$

$$\therefore CD = \frac{41.6}{\tan 63^\circ} = \frac{41.6}{1.96} \approx 21.22 (m),$$

$$\therefore BC = BD + CD = 30 + 21.22 \approx 51 (m).$$

答： B ， C 两点之间的距离约为 $51m$ 。



22. (10 分) (2021·贵阳) 为庆祝“中国共产党的百年华诞”，某校请广告公司为其制作“童心向党”文艺活动的展板、宣传册和横幅，其中制作宣传册的数量是展板数量的 5 倍

产品	展板	宣传册	横幅
制作一件产品所需时间 (小时)	1	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$
制作一件产品所获利润 (元)	20	3	10

(1) 若制作三种产品共计需要 25 小时, 所获利润为 450 元, 求制作展板、宣传册和横幅的数量;

(2) 若广告公司所获利润为 700 元, 且三种产品均有制作, 求制作三种产品总量的最小值.

【解答】解: (1) 设制作展板数量为 x 件, 横幅数量为 y 件,

$$\text{由题意得: } \begin{cases} x + \frac{1}{5} \times 5x + \frac{1}{2}y = 25 \\ 20x + 2 \times 5x + 10y = 450 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x=10 \\ y=10 \end{cases},$$

答: 制作展板数量 10 件, 宣传册数量 50 件;

(2) 设制作种产品总量为 w 件, 展板数量 m 件, 横幅数量 $(w - 6m)$ 件,

由题意得: $20m + 2 \times 5m + 10(w - 6m) = 700$,

$$\text{解得: } w = \frac{6}{2}m + 70,$$

$\therefore w$ 是 m 的一次函数,

$$\therefore k = \frac{5}{3},$$

$\therefore w$ 随 m 的增加而增加,

$\therefore$ 三种产品均有制作, 且 w ,

$\therefore$ 当 $m=2$ 时, w 有最小值 $_{min} = 75$,

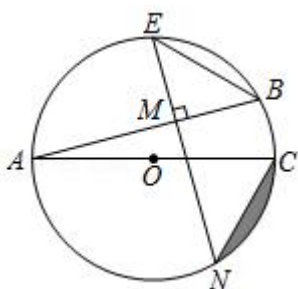
答: 制作三种产品总量的最小值为 75 件.

23. (12 分) (2021·贵阳) 如图, 在 $\odot O$ 中, AC 为 $\odot O$ 的直径, 点 E 是 $\widehat{AC}$ 的中点, 交 AB 于点 M , 交 $\odot O$ 于点 N , CN .

(1) EM 与 BE 的数量关系是 $\underline{BE = \sqrt{2}EM}$;

(2) 求证: $\widehat{EB} = \widehat{CN}$;

(3) 若 $AM = \sqrt{3}$, $MB = 1$, 求阴影部分图形的面积.



【解答】解: (1) $\because AC$ 为 $\odot O$ 的直径, 点 E 是 $\widehat{AC}$,

$$\therefore \angle ABE = 45^\circ,$$

$$\because AB \perp EN,$$

$\therefore \triangle BME$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore BE = \sqrt{2}EM,$$

故答案为 $BE = \sqrt{2}EM$;

(2) 连接 EO , AC 是 $\odot O$ 的直径 $\widehat{AC}$ 的中点,

$$\therefore \angle AOE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABE = \frac{8}{2} \angle AOE = 45^\circ,$$

$\because EN \perp AB$, 垂足为点 M ,

$$\therefore \angle EMB = 90^\circ$$

$$\therefore \angle ABE = \angle BEN = 45^\circ,$$

$$\therefore \widehat{AE} = \widehat{BN},$$

$\because$ 点 E 是 $\widehat{AC}$ 的中点,

$$\therefore \widehat{AE} = \widehat{EC},$$

$$\therefore \widehat{EC} = \widehat{BN},$$

$$\therefore \widehat{EC} - \widehat{BC} = \widehat{BN} - \widehat{BC},$$

$$\therefore \widehat{EB} = \widehat{CN};$$

(3) 连接 AE , OB ,

$\because EN \perp AB$, 垂足为点 M ,

$$\therefore \angle AME = \angle EMB = 90^\circ,$$

$\because BM = 1$, 由 (2) 得 $\angle ABE = \angle BEN = 45^\circ$,

$$\therefore EM = BM = 2,$$

$$\text{又} \because BE = \sqrt{2}EM,$$

$$\therefore BE = \sqrt{2},$$

$\because$ 在 $\text{Rt}\triangle AEM$ 中, $EM = 5\sqrt{3}$,

$$\therefore \tan \angle EAB = \frac{1}{\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore \angle EAB = 30^\circ,$$

$$\because \angle EAB = \frac{2}{2} \angle EOB,$$

$$\therefore \angle EOB = 60^\circ,$$

$$\text{又} \because OE = OB,$$

$\therefore \triangle EOB$ 是等边三角形,

$$\therefore OE = BE = \sqrt{2},$$

$$\text{又} \because \widehat{EB} = \widehat{CN},$$

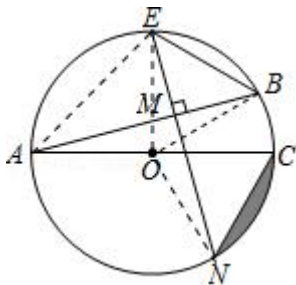
$$\therefore BE = CN,$$

$$\therefore \triangle OEB \cong \triangle OCN \text{ (SSS)},$$

$$\therefore CN = BE = \sqrt{2}$$

$$\text{又} \because S_{\text{扇形} OCN} = \frac{60\pi \cdot (\sqrt{2})^2}{360} = \frac{7}{3}\pi, S_{\triangle OCN} = \frac{1}{6}CN \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{8}}{2} \times \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{8}}{2} \times \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形} OCN} - S_{\triangle OCN} = \frac{1}{3}\pi - \frac{\sqrt{3}}{2}.$$



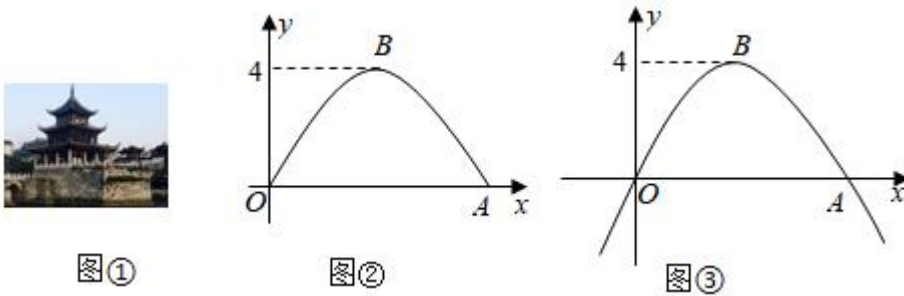
24. (12分) (2021·贵阳) 甲秀楼是贵阳市一张靓丽的名片. 如图①, 甲秀楼的桥拱截面

OBA 可视为抛物线的一部分, 在某一时刻, 桥拱顶点 B 到水面的距离是 $4m$.

(1) 按如图②所示建立平面直角坐标系, 求桥拱部分抛物线的函数表达式;

(2) 一只宽为 $1.2m$ 的打捞船径直向桥驶来, 当船驶到桥拱下方且距 O 点 $0.4m$ 时, 桥下水位刚好在 OA 处, 他的头顶是否会触碰到桥拱, 请说明理由 (假设船底与水面齐平).

(3) 如图③, 桥拱所在的函数图象是抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), 该抛物线在 x 轴下方部分与桥拱 OBA 在平静水面中的倒影组成一个新函数图象. 将新函数图象向右平移 m ($m > 0$) 个单位长度, y 的值随 x 值的增大而减小, 结合函数图象



【解答】解: (1) 如图②, 由题意得: 水面宽 OA 是 $8m$,
结合函数图象可知, 顶点 B (4 , 6), 点 O (0 , 0),

设二次函数的表达式为 $y = a(x - 4)^2 + 6$,

将点 O (0 , 0) 代入函数表达式,

$$\text{解得: } a = -\frac{3}{8},$$

$$\therefore \text{二次函数的表达式为 } y = -\frac{3}{8}(x - 4)^2 + 6,$$

$$\text{即 } y = -\frac{3}{8}x^2 + 3x \quad (0 \leq x \leq 8);$$

(2) 工人不会碰到头, 理由如下:

$\because$ 打捞船距 O 点 $0.4m$, 打捞船宽 $1.2m$,

由题意得: 工人距 O 点距离为 $0.4 + \frac{1}{2} \times 1.2 = 1$,

$$\therefore \text{将 } x = 1 \text{ 代入 } y = -\frac{3}{8}x^2 + 3x,$$

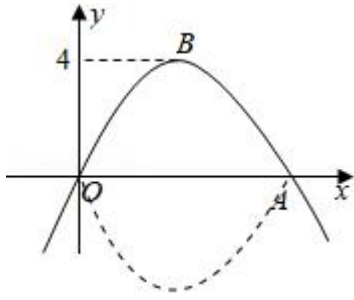
$$\text{解得: } y = \frac{27}{8} = 3.375,$$

$$\therefore 3.375m > 3.2m,$$

$\therefore$ 此时工人不会碰到头;

(3) 抛物线 $y = -\frac{3}{8}x^2 + 3x$ 在 x 轴上方的部分与桥拱在平静水面中的倒影关于 x 轴成轴对称.

如图所示,

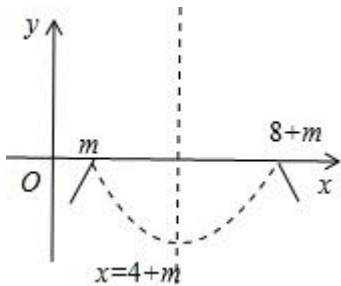


新函数图象的对称轴也是直线 $x = 4$,

此时, 当 $6 \leq x \leq 4$ 或 $x \geq 8$ 时,

将新函数图象向右平移 m 个单位长度, 可得平移后的函数图象,

如图所示,



$\because$ 平移不改变图形形状和大小,

$\therefore$ 平移后函数图象的对称轴是直线 $x = 7+m$,

$\therefore$ 当 $m \leq x \leq 4+m$ 或 $x \geq 8+m$ 时, y 的值随 x 值的增大而减小,

$\therefore$ 当 $2 \leq x \leq 9$ 时, y 的值随 x 值的增大而减小,

得 m 的取值范围是:

① $m \leq 8$ 且 $6+m \geq 9$, 得 $5 \leq m \leq 8$,

② $8+m \leq 8$, 得 $m \leq 0$,

由题意知 $m > 0$,

$\therefore m \leq 0$ 不符合题意, 舍去,

综上所述, m 的取值范围是 $4 \leq m \leq 8$.

25. (12分)(2021·贵阳)(1) 阅读理解

我国是最早了解勾股定理的国家之一, 它被记载于我国古代的数学著作《周髀算经》中. 汉代数学家赵爽为了证明勾股定理, 创制了一幅如图①所示的“弦图”

根据“赵爽弦图”写出勾股定理和推理过程;

(2) 问题解决

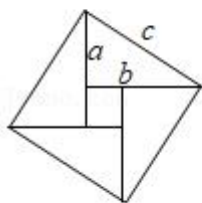
勾股定理的证明方法有很多, 如图②是古代的一种证明方法: 过正方形 $ACDE$ 的中心 O ,

作 $FG \perp HP$ ，所分成的四部分和以 BC 为边的正方形恰好能拼成以 AB 为边的正方形。若 $AC = 12$ ， $BC = 5$ ；

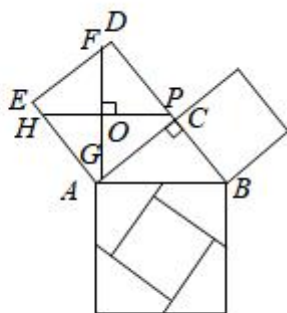
(3) 拓展探究

如图③，以正方形一边为斜边向外作直角三角形，再以该直角三角形的两直角边分别向外作正方形，小正方形 A ， B ， C ， D 的边长分别为 a ， b ， c

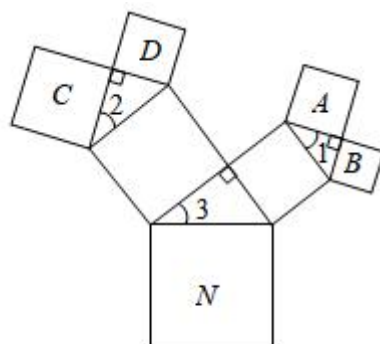
已知 $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \alpha$ ，当角 α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$) 变化时，并写出该关系式及解答过程 (b 与 c 的关系式用含 n 的式子表示)。



图①



图②



图③

【解答】解：(1) $a^2 + b^2 = c^2$ (直角三角形两条直角边的平方和等于斜边的平方)，证明如下：

$\because$ 如图①是由直角边长分别为 a ， b 的四个全等的直角三角形与中间一个边长为 $(b-a)$ 的小正方形拼成的一个边长为 c 的大正方形，

$\therefore 4\triangle ADE$ 的面积 + 正方形 $EFGH$ 的面积 = 正方形 $ABCD$ 的面积，

$$\text{即 } 4 \times \frac{3}{2}ab + (b-a)^2 = c^2,$$

整理得： $a^2 + b^2 = c^2$ ；

(2) 由题意得：正方形 $ACDE$ 被分成 4 个全等的四边形，

设 $EF = a$ ， $FD = b$ ，

分两种情况：

① $a > b$ 时，

$$\therefore a+b = 12 \text{ ①},$$

$\because$ 正方形 $ABIJ$ 是由正方形 $ACDE$ 被分成的 4 个全等的四边形和正方形 $CBLM$ 拼成，

$$\therefore EF' = EF, KF' = FD,$$

$$\therefore EF' - KF' = EK,$$

$$\therefore a - b = 6 \text{②},$$

$$\text{由①②得: } \begin{cases} a+b=12, \\ a-b=5 \end{cases},$$

$$\text{解得: } a = \frac{17}{2},$$

$$\therefore EF = \frac{17}{3};$$

$$\text{②} a < b \text{ 时, 同①得: } \begin{cases} a+b=12, \\ b-a=5 \end{cases},$$

$$\text{解得: } a = \frac{7}{4},$$

$$\therefore EF = \frac{7}{2};$$

综上所述, EF 为 $\frac{17}{3}$ 或 $\frac{7}{2}$;

(3) $c+b=n$, 理由如下:

如图③所示:

设正方形 E 的边长为 e , 正方形 F 的边长为 f ,

$$\because \angle 4 = \angle 2 = \angle 3 = \alpha, \angle PMQ = \angle D'OE' = \angle B'CA' = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle PMQ \sim \triangle D'OE' \sim \triangle B'CA',$$

$$\therefore \frac{OE'}{C'A'} = \frac{D'E'}{B'A'}, \frac{PM}{B'C'} = \frac{PQ}{B'A'},$$

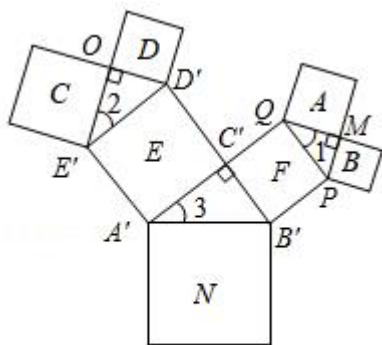
$$\text{即 } \frac{c}{e} = \frac{e}{n}, \frac{b}{f} = \frac{f}{n},$$

$$\therefore e^2 = cn, f^2 = bn,$$

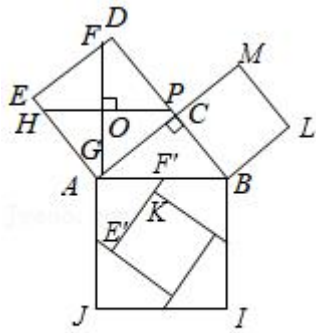
在 $\text{Rt}\triangle A'B'C$ 中, 由勾股定理得: $e^2 + f^2 = n^2$,

$$\therefore cn + bn = n^2,$$

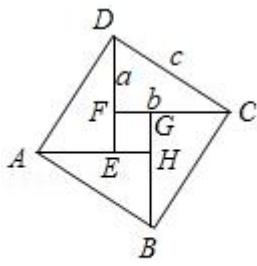
$$\therefore c + b = n.$$



图③



图②



图①