

【试题答案】

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分，每小题只有一个正确选项.

1. D

【解答】解： $\sqrt{9}=3$,

则由无理数的定义可知，属于无理数的是 $\sqrt{11}$.

2. B

【解答】解： α 的补角是： $180^\circ - \angle A = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$.

3. A

【解答】解： $\because$ 正方形的面积是 12,

$\therefore$ 它的边长是 $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$.

4. C

【解答】解：圆锥的主视图是等腰三角形，俯视图是圆，因此 A 不符合题意；

圆柱的主视图是矩形，俯视图是圆，因此 B 不符合题意；

正方体的主视图、俯视图都是正方形，因此选项 C 符合题意；

三棱柱的主视图是矩形，俯视图是三角形，因此 D 不符合题意。

5. C

【解答】解： x^2 与 x^4 不是同类项，不能合并计算，它是一个多项式，因此 A 选项不符合题意；

同理选项 B 不符合题意；

$x^2 \cdot x^4 = x^{2+4} = x^6$ ，因此选项 C 符合题意；

$x^{12} \div x^2 = x^{12-2} = x^{10}$ ，因此选项 D 不符合题意。

6. A

【解答】解： $\because$ 雕像的腰部以下 a 与全身 b 的高度比值接近 0.618,

$\therefore \frac{a}{b} \approx 0.618$,

$\because b$ 为 2 米,

$\therefore a$ 约为 1.24 米.

7. B

【解答】解：把 $x=1$ 代入 $(m-2)x^2+4x-m^2=0$ 得：

$$m-2+4-m^2=0,$$

$$-m^2+m+2=0,$$

解得： $m_1=2$, $m_2=-1$,

$\therefore (m-2)x^2+4x-m^2=0$ 是一元二次方程，

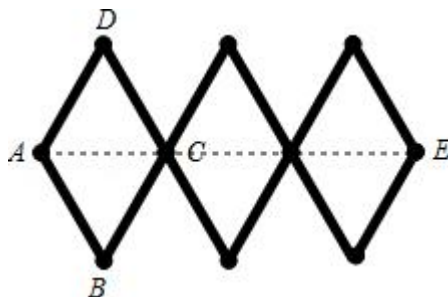
$\therefore m-2 \neq 0$,

$$\therefore m \neq 2,$$

$$\therefore m = -1。$$

8. C

【解答】解：连结 AE ，



$\therefore AE$ 间的距离调节到 $60cm$ ，木制活动衣帽架是由三个全等的菱形构成，

$$\therefore AC = 20cm,$$

$\therefore$ 菱形的边长 $AB = 20cm$ ，

$$\therefore AB = BC = 20cm,$$

$$\therefore AC = AB = BC,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形，

$$\therefore \angle B = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle DAB = 120^\circ.$$

9. D

【解答】解： $\because$ 点 D 在 $\odot O$ 上且平分 $\widehat{BC}$ ，

$$\therefore \widehat{BD} = \widehat{CD},$$

$\because BC$ 是 $\odot O$ 的直径，

$$\therefore \angle BAC = \angle D = 90^\circ,$$

$$\because AC = 2, AB = 4,$$

$$\therefore BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{2^2 + 4^2} = 2\sqrt{5},$$

$\because$ 点 D 在 $\odot O$ 上，且平分 $\widehat{BC}$ ，

$$\therefore DC = BD.$$

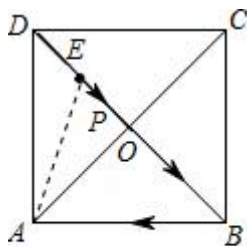
Rt $\triangle BDC$ 中， $DC^2 + BD^2 = BC^2$ ，

$$\therefore 2DC^2 = 20,$$

$$\therefore DC = \sqrt{10}。$$

10. A

【解答】解：如图，连接 AE 。



图①

∵ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

∴ $AC \perp BD$, $OA = OC = OD = OB$,

由题意 $DE = OE$, 设 $DE = OE = x$, 则 $OA = OD = 2x$,

∴ $AE = 2\sqrt{5}$,

∴ $x^2 + (2x)^2 = (2\sqrt{5})^2$,

解得 $x = 2$ 或 -2 (不合题意舍弃),

∴ $OA = OD = 4$,

∴ $AB = AD = 4\sqrt{2}$.

二、填空题: 本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分.

11. -50

【解答】解: ∵ 盈利 100 元记作 +100 元,

∴ 亏损 50 元记作 -50 元。

12. $a(a+1)$

【解答】解: $a^2 + a = a(a+1)$.

13. 200

【解答】解: 设广告牌上的原价为 x 元,

依题意, 得: $0.8x = 160$,

解得: $x = 200$.

14. $x \neq 1$

【解答】解: 当 $x - 1 \neq 0$ 时, 分式有意义,

∴ $x \neq 1$ 。

15. 17

【解答】解: 通过大量重复摸球试验后发现, 摸到红球的频率稳定在 0.85 左右, 口袋中有 3 个黑球,

∴ 假设有 x 个红球,

∴ $\frac{x}{x+3} = 0.85$,

解得： $x = 17$ ，

经检验 $x = 17$ 是分式方程的解，

$\therefore$ 口袋中红球约有 17 个.

16. $(7, 0)$

【解答】解： $\because A(3, \sqrt{3}), D(6, \sqrt{3})$,

$\therefore$ 点 A 向右平移 3 个单位得到 D ,

$\because B(4, 0)$,

$\therefore$ 点 B 向右平移 3 个单位得到 $E(7, 0)$.

17. $\frac{\pi}{3}$

【解答】解：设扇形的半径为 R ，弧长为 l ，

根据扇形面积公式得： $\frac{60\pi \cdot R^2}{360} = \frac{\pi}{6}$ ，

解得： $R = 1$ ，

$\therefore$ 扇形的面积 $= \frac{1}{2}lR = \frac{\pi}{6}$ ，

解得： $l = \frac{1}{3}\pi$.

18. 2032

【解答】解：当 $x < 4$ 时，

原式 $= 4 - x - x + 5 = -2x + 9$ ，

当 $x = 1$ 时，原式 $= 7$ ；

当 $x = 2$ 时，原式 $= 5$ ；

当 $x = 3$ 时，原式 $= 3$ ；

当 $x \geq 4$ 时，原式 $= x - 4 - x + 5 = 1$ ，

$\therefore$ 当 x 分别取 1, 2, 3, $\dots$, 2020 时，所对应 y 值的总和是：

$7 + 5 + 3 + 1 + 1 + \dots + 1$

$= 15 + 1 \times 2017$

$= 2032$.

三、解答题（一）：本大题共 5 小题，共 26 分．解答应写出必要的文字说明，证明过程或演算步骤．

19. 【分析】直接利用乘法公式以及特殊角的三角函数值、零指数幂的性质分别化简得出答案．

【解答】解：原式 $= 4 - 3 + \sqrt{3} - 1$

$$=\sqrt{3}.$$

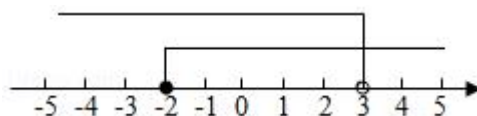
20. 【分析】分别求出每一个不等式的解集，根据口诀：同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小无解，确定不等式组的解集.

【解答】解：解不等式 $3x-5 < x+1$ ，得： $x < 3$ ，

解不等式 $2(2x-1) \geq 3x-4$ ，得： $x \geq -2$ ，

则不等式组的解集为 $-2 \leq x < 3$ ，

将不等式组的解集表示在数轴上如下：



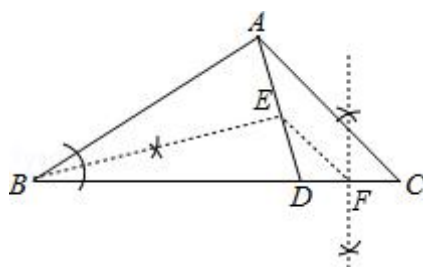
21. 【分析】(1) 根据尺规作基本图形的方法：

①作 $\angle ABC$ 的角平分线交 AD 于点 E 即可；

②作线段 DC 的垂直平分线交 DC 于点 F 即可.

(2) 连接 EF ，根据等腰三角形的性质和三角形中位线定理，即可写出线段 EF 和 AC 的数量关系及位置关系.

【解答】解：(1) 如图，① BE 即为所求；



②如图，线段 DC 的垂直平分线交 DC 于点 F .

(2) $\because BD = BA$ ， BE 平分 $\angle ABD$ ，

$\therefore$ 点 E 是 AD 的中点，

$\because$ 点 F 是 CD 的中点，

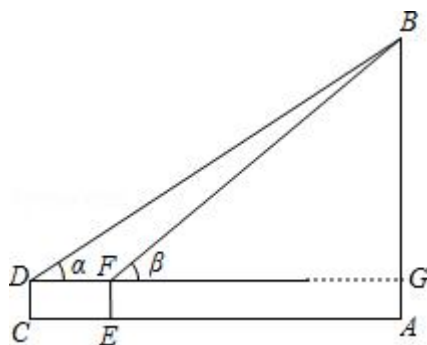
$\therefore EF$ 是 $\triangle ADC$ 的中位线，

$\therefore$ 线段 EF 和 AC 的数量关系为： $EF = \frac{1}{2}AC$ ，

位置关系为： $EF \parallel AC$.

22. 【分析】在两个直角三角形中，用 BG 表示 DG 、 FG ，进而用 $DG - FG = DF = 5$ 列方程求出 BG 即可.

【解答】解：如图，延长 DF 与 AB 交于点 G ，



设 $BG = x$ 米，在 $\text{Rt}\triangle BFG$ 中，

$$FG = \frac{BG}{\tan \beta} = \frac{x}{\tan 42^\circ},$$

在 $\text{Rt}\triangle BDG$ 中，

$$DG = \frac{BG}{\tan \alpha} = \frac{x}{\tan 31^\circ},$$

由 $DG - FG = DF$ 得，

$$\frac{x}{\tan 31^\circ} - \frac{x}{\tan 42^\circ} = 5,$$

解得， $x = 9$ ，

$\therefore AB = AG + BG = 1.5 + 9 = 10.5$ (米)，

答：这座“马踏飞燕”雕塑最高点离地面的高度为 10.5 米。

23. 【分析】(1) 共有 5 种可能选择的结果，因此张帆一家选择“E：张掖七彩丹霞景区”只有 1 种，因此可求出概率；

(2) 列表法表示所有可能出现的结果，进而求出概率。

【解答】解：(1) 共有 5 种可能选择的结果，因此张帆一家选择“E：张掖七彩丹霞景区”的概率是 $\frac{1}{5}$ ；

(2) 从 A, B, C, D 四个景区中任选两个景区所有可能出现的结果如下：

第1个 第2个	A	B	C	D
A		BA	CA	DA
B	AB		CB	DB
C	AC	BC		DC
D	AD	BD	CD	

共有 12 种可能出现的结果，其中选择 A、D 两个景区的有 2 种，

$$\therefore P_{(\text{选择 } A, D)} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}.$$

四、解答题 (二)：本大题共 5 小题，共 40 分。解答应写出必要的文字说明，证明过程或

演算步骤.

24. 【分析】(1) 根据折线统计图可得 2019 年比 2013 年的全年空气质量优良天数增加的天数;

(2) 先将这七年的全年空气质量优良天数从小到大排列, 即可得中位数;

(3) 根据表格数据利用加权平均数公式即可求这七年的全年空气质量优良天数的平均天数;

(4) 用 $80\% \times 366$ 即可得兰州市空气质量能达标的优良天数.

【解答】解: (1) $\because 296 - 270 = 26$,

$\therefore$ 2019 年比 2013 年的全年空气质量优良天数增加了 26 天;

故答案为: 26;

(2) $\therefore$ 这七年的全年空气质量优良天数分别为:

213, 233, 250, 254, 270, 296, 313,

$\therefore$ 这七年的全年空气质量优良天数的中位数是 254 天;

故答案为: 254;

(3) $\therefore \bar{x} = \frac{1}{7} (213 + 233 + 250 + 254 + 270 + 296 + 313) \approx 261$ (天),

则这七年的全年空气质量优良天数的平均天数为 261 天;

(4) $\therefore$ 全年空气质量优良天数比率达 80% 以上.

$\therefore 366 \times 80\% = 292.8 \approx 293$ (天),

则兰州市空气质量优良天数至少需要 293 天才能达标.

25. 【分析】(1) 观察函数的自变量 x 与函数值 y 的部分对应值表可得当 $x = 3$ 时, $y = 1.5$;

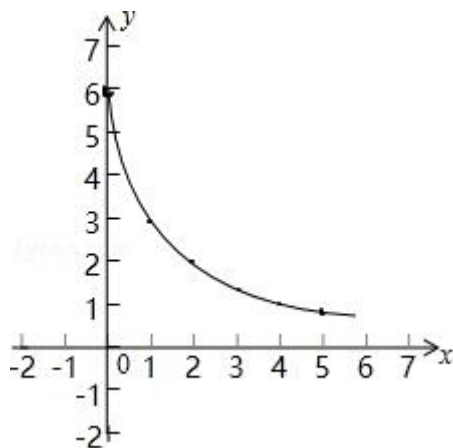
(2) 根据表中数值描点 (x, y) , 即可画出函数图象;

(3) 观察画出的图象, 即可写出这个函数的一条性质.

【解答】解: (1) 当 $x = 3$ 时, $y = 1.5$;

故答案为: 3;

(2) 函数图象如图所示:



(3) 观察画出的图象，这个函数的一条性质：

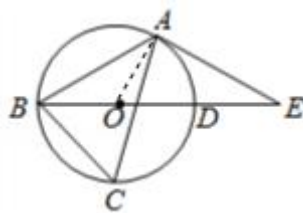
函数值 y 随 x 的增大而减小.

故答案为：函数值 y 随 x 的增大而减小.

26. 【分析】(1) 连接 OA ，先由切线的性质得 $\angle OAE$ 的度数，再由等腰三角形的性质得 $\angle OAB = \angle ABE = \angle E$ ，再由三角形内角和定理求得 $\angle OAB$ ，进而得 $\angle AOB$ ，最后由圆周角定理得 $\angle ACB$ 的度数；

(2) 设 $\odot O$ 的半径为 r ，再根据含 30° 解的直角三角形的性质列出 r 的方程求解便可.

【解答】解：(1) 连接 OA ，



$\because AE$ 是 $\odot O$ 的切线，

$\therefore \angle OAE = 90^\circ$ ，

$\because AB = AE$ ，

$\therefore \angle ABE = \angle AEB$ ，

$\because OA = OB$ ，

$\therefore \angle ABO = \angle OAB$ ，

$\therefore \angle OAB = \angle ABE = \angle E$ ，

$\because \angle OAB + \angle ABE + \angle E + \angle OAE = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle OAB = \angle ABE = \angle E = 30^\circ$ ，

$\therefore \angle AOB = 180^\circ - \angle OAB - \angle ABO = 120^\circ$ ，

$\therefore \angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB = 60^\circ$ ；

(2) 设 $\odot O$ 的半径为 r ，则 $OA = OD = r$ ， $OE = r + 2$ ，

$$\because \angle OAE = 90^\circ, \angle E = 30^\circ,$$

$$\therefore 2OA = OE, \text{ 即 } 2r = r+2,$$

$$\therefore r = 2,$$

故 $\odot O$ 的半径为2.

27. 【分析】(1) 想办法证明 $\angle MAE = \angle MAN = 45^\circ$, 根据SAS证明三角形全等即可.

(2) 设 $CD = BC = x$, 则 $CM = x - 3$, $CN = x - 2$, 在 $\text{Rt}\triangle MCN$ 中, 利用勾股定理构建方程即可解决问题.

【解答】(1) 证明: 由旋转的性质得, $\triangle ADN \cong \triangle ABE$,

$$\therefore \angle DAN = \angle BAE, AE = AN,$$

$$\because \angle DAB = 90^\circ, \angle MAN = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle MAE = \angle BAE + \angle BAM = \angle DAN + \angle BAM = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle MAE = \angle MAN,$$

$$\because MA = MA,$$

$$\therefore \triangle AEM \cong \triangle ANM \text{ (SAS)}.$$

$$(2) \text{ 解: 设 } CD = BC = x, \text{ 则 } CM = x - 3, CN = x - 2,$$

$$\because \triangle AEM \cong \triangle ANM,$$

$$\therefore EM = MN,$$

$$\because BE = DN,$$

$$\therefore MN = BM + DN = 5,$$

$$\because \angle C = 90^\circ,$$

$$\therefore MN^2 = CM^2 + CN^2,$$

$$\therefore 25 = (x - 2)^2 + (x - 3)^2,$$

解得, $x = 6$ 或 -1 (舍去),

$\therefore$ 正方形 $ABCD$ 的边长为6.

28. 【分析】(1) 抛物线 $y = ax^2 + bx - 2$, 则 $c = -2$, 故 $OC = 2$, 而 $OA = 2OC = 8OB$, 则 $OA = 4$, $OB = \frac{1}{2}$, 确定点 A 、 B 、 C 的坐标; 即可求解;

(2) 抛物线的对称轴为 $x = -\frac{7}{4}$, 当 $PC \parallel AB$ 时, 点 P 、 C 的纵坐标相同, 即可求解;

(3) $\triangle PAC$ 的面积 $S = S_{\triangle PHA} + S_{\triangle PHC} = \frac{1}{2}PH \times OA$, 即可求解.

【解答】解: (1) 抛物线 $y = ax^2 + bx - 2$, 则 $c = -2$, 故 $OC = 2$,

而 $OA = 2OC = 8OB$, 则 $OA = 4$, $OB = \frac{1}{2}$,

故点 A 、 B 、 C 的坐标分别为 $(-4, 0)$ 、 $(\frac{1}{2}, 0)$ 、 $(0, -2)$;

则 $y = a(x+4)(x - \frac{1}{2}) = a(x^2 + \frac{7}{2}x - 2) = ax^2 + bx - 2$, 故 $a = 1$,

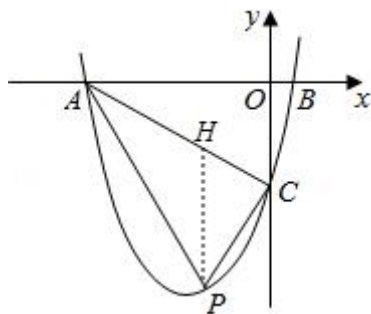
故抛物线的表达式为: $y = x^2 + \frac{7}{2}x - 2$;

(2) 抛物线的对称轴为 $x = -\frac{7}{4}$,

当 $PC \parallel AB$ 时, 点 P 、 C 的纵坐标相同, 根据函数的对称性得点 $P(-\frac{7}{2}, -2)$;

(3) 过点 P 作 $PH \parallel y$ 轴交 AC 于点 H ,

设 $P(x, x^2 + \frac{7}{2}x - 2)$,



由点 A 、 C 的坐标得, 直线 AC 的表达式为: $y = -\frac{1}{2}x - 2$,

则 $\triangle PAC$ 的面积 $S = S_{\triangle PHA} + S_{\triangle PHC} = \frac{1}{2}PH \times OA = \frac{1}{2} \times 4 \times (-\frac{1}{2}x - 2 - x^2 - \frac{7}{2}x - 2) = -2(x+2)^2 + 8$,

$\because -2 < 0$,

$\therefore S$ 有最大值, 当 $x = -2$ 时, S 的最大值为 8, 此时点 $P(-2, -5)$.