

2017 年甘肃省白银市中考数学试卷

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分，每小题只有一个正确选项.

1. 下面四个手机应用图标中，属于中心对称图形的是 ()



【答案】B.

【解析】

试题解析：A 图形不是中心对称图形；

B 图形是中心对称图形；

C 图形不是中心对称图形；

D 图形不是中心对称图形，

故选 B.

考点：中心对称图形.

2. 据报道，2016 年 10 月 17 日 7 时 30 分 28 秒，神舟十一号载人飞船在甘肃酒泉发射升空，与天宫二号在距离地面 393000 米的太空轨道进行交会对接，而这也是未来我国空间站运行的轨道高度. 393000 用科学记数法表示为 ()

A. 39.3×10^4 B. 3.93×10^5 C. 3.93×10^6 D. 0.393×10^6

【答案】B.

【解析】

试题解析：科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值是易错点，由于 393000 有 6 位，所以可以确定 $n=6-1=5$.

故：393000= 3.93×10^5 .

故选 B.

考点：科学记数法—表示较大的数.

3. 4 的平方根是 ()

A. 16 B. 2 C. ± 2 D. $\pm \sqrt{2}$

【答案】C

【解析】

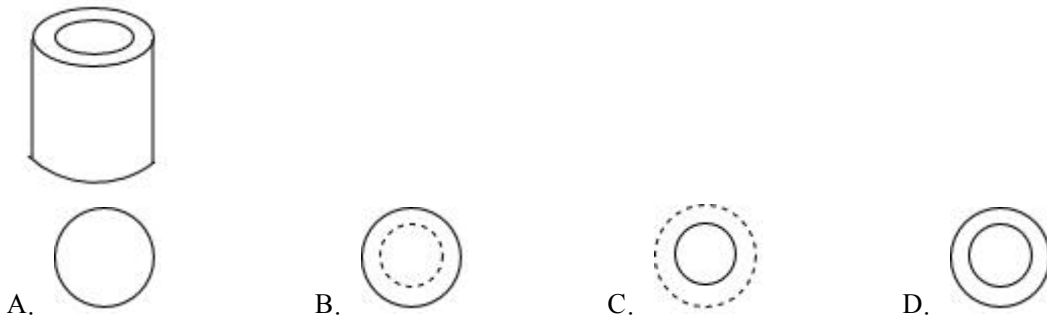
试题解析：∵ $(\pm 2)^2 = 4$,

∴ 4 的平方根是 ± 2 ,

故选 C.

考点：平方根.

4. 某种零件模型可以看成如图所示的几何体（空心圆柱），该几何体的俯视图是（ ）



【答案】D.

【解析】

试题解析：空心圆柱由上向下看，看到的是一个圆环，并且大小圆都是实心的.

故选 D.

考点：简单组合体的三视图.

5. 下列计算正确的是（ ）

- A. $x^2 + x^2 = x^4$ B. $x^8 \div x^2 = x^4$ C. $x^2 \cdot x^3 = x^6$ D. $(-x)^2 - x^2 = 0$

【答案】D

【解析】

试题解析：A 原式 $= 2x^2$ ，故 A 不正确；

B 原式 $= x^6$ ，故 B 不正确；

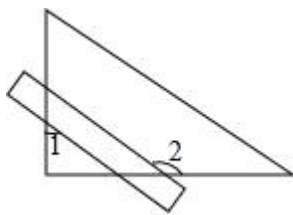
C 原式 $= x^5$ ，故 C 不正确；

D 原式 $= x^2 - x^2 = 0$ ，故 D 正确；

故选 D

考点：1.同底数幂的除法；2.合并同类项；3.同底数幂的乘法；4.幂的乘方与积的乘方.

6. 将一把直尺与一块三角板如图放置，若 $\angle 1 = 45^\circ$ ，则 $\angle 2$ 为（ ）

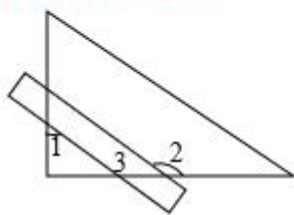


- A. 115° B. 120° C. 135° D. 145°

【答案】C.

【解析】

试题解析：如图，



由三角形的外角性质得， $\angle 3 = 90^\circ + \angle 1 = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$ ，

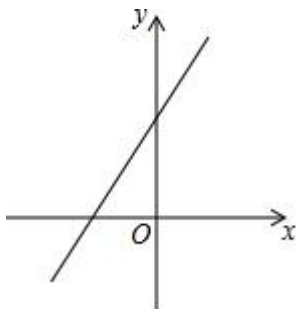
$\because$ 直尺的两边互相平行，

$\therefore \angle 2 = \angle 3 = 135^\circ$.

故选 C.

考点：平行线的性质；余角和补角.

7. 在平面直角坐标系中，一次函数 $y=kx+b$ 的图象如图所示，观察图象可得（ ）



- A. $k > 0$, $b > 0$ B. $k > 0$, $b < 0$ C. $k < 0$, $b > 0$ D. $k < 0$, $b < 0$

【答案】A

【解析】

试题解析： $\because$ 一次函数 $y=kx+b$ 的图象经过一、三象限，

$\therefore k > 0$,

又该直线与 y 轴交于正半轴，

$\therefore b > 0$.

综上所述, $k > 0$, $b > 0$.

故选 A.

考点: 一次函数图象与系数的关系.

8. 已知 a , b , c 是 $\triangle ABC$ 的三条边长, 化简 $|a+b-c|-|c-a-b|$ 的结果为 ()

A. $2a+2b-2c$ B. $2a+2b$ C. $2c$ D. 0

【答案】D

【解析】

试题解析: $\because a, b, c$ 为 $\triangle ABC$ 的三条边长,

$\therefore a+b-c > 0$, $c-a-b < 0$,

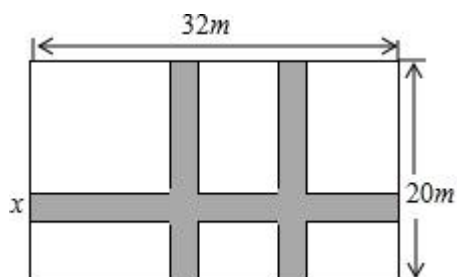
$\therefore$ 原式 $= a+b-c - (c-a-b)$

$= 0$.

故选 D.

考点: 三角形三边关系.

9. 如图, 某小区计划在一块长为 $32m$, 宽为 $20m$ 的矩形空地上修建三条同样宽的道路, 剩余的空地上种植草坪, 使草坪的面积为 $570m^2$. 若设道路的宽为 xm , 则下面所列方程正确的是 ()



A. $(32-2x)(20-x) = 570$ B. $32x+2 \times 20x = 32 \times 20 - 570$

C. $(32-x)(20-x) = 32 \times 20 - 570$ D. $32x+2 \times 20x-2x^2 = 570$

【答案】A.

【解析】

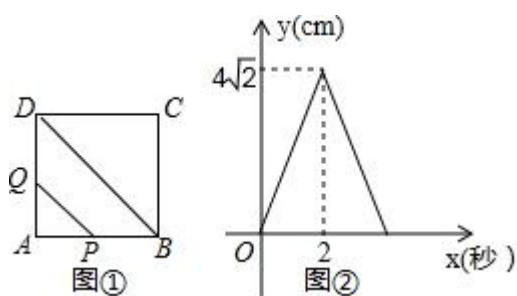
试题解析: 设道路的宽为 xm , 根据题意得: $(32-2x)(20-x) = 570$,

故选 A.

考点: 由实际问题抽象出一元二次方程.

10. 如图①, 在边长为 4 的正方形 $ABCD$ 中, 点 P 以每秒 $2cm$ 的速度从点 A 出发, 沿 $AB \rightarrow BC$ 的路径运动, 到点 C 停止. 过点 P 作 $PQ \parallel BD$, PQ 与边 AD (或边 CD) 交于点 Q , PQ 的长度 y (cm) 与点 P 的运

动时间 x (秒) 的函数图象如图②所示. 当点 P 运动 2.5 秒时, PQ 的长是 ()



- A. $2\sqrt{2} \text{ cm}$ B. $3\sqrt{2} \text{ cm}$ C. $4\sqrt{2} \text{ cm}$ D. $5\sqrt{2} \text{ cm}$

【答案】B.

【解析】

试题解析: 点 P 运动 2.5 秒时 P 点运动了 5cm,

$$CP = 8 - 5 = 3 \text{ cm},$$

由勾股定理, 得

$$PQ = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2} \text{ cm},$$

故选 B.

考点: 动点函数图象问题.

二、填空题: 本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分.

11. 分解因式: $x^2 - 2x + 1 =$ _____.

【答案】 $(x-1)^2$.

【解析】

试题解析: $x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$.

考点: 因式分解-运用公式法.

12. 估计 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 与 0.5 的大小关系是: $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ _____ 0.5. (填“>”、“=”、“<”)

【答案】>

【解析】

试题解析: $\therefore \frac{\sqrt{5}-1}{2} - 0.5 = \frac{\sqrt{5}-1}{2} - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{5}-2}{2}$,

$\therefore \sqrt{5}-2 > 0$,

$$\therefore \frac{\sqrt{5}-2}{2} > 0.$$

考点：实数大小比较.

13. 如果 m 是最大的负整数, n 是绝对值最小的有理数, c 是倒数等于它本身的自然数, 那么代数式 $m^{2015}+2016n+c^{2017}$ 的值为_____

【答案】0

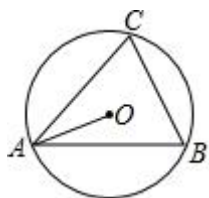
【解析】

试题解析：由题意可知： $m=-1$, $n=0$, $c=1$

$$\therefore \text{原式} = (-1)^{2015} + 2016 \times 0 + 1^{2017} = 0$$

考点：代数式求值.

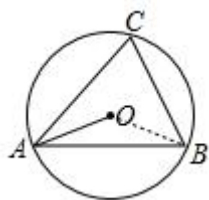
14. 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, 若 $\angle OAB=32^\circ$, 则 $\angle C=$ _____°.



【答案】58°.

【解析】

试题解析：如图，连接 OB,



$$\therefore OA=OB,$$

$\therefore \triangle AOB$ 是等腰三角形,

$$\therefore \angle OAB = \angle OBA,$$

$$\therefore \angle OAB = 32^\circ,$$

$$\therefore \angle OAB = \angle OBA = 32^\circ,$$

$$\therefore \angle AOB = 116^\circ,$$

$$\therefore \angle C = 58^\circ.$$

考点：圆周角定理.

15. 若关于 x 的一元二次方程 $(k-1)x^2+4x+1=0$ 有实数根, 则 k 的取值范围是_____.

【答案】 $k \leq 5$ 且 $k \neq 1$.

【解析】

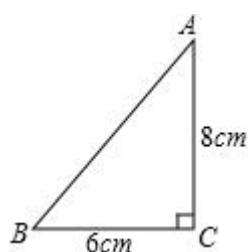
试题解析: $\because$ 一元二次方程 $(k-1)x^2+4x+1=0$ 有实数根,

$\therefore k-1 \neq 0$, 且 $b^2-4ac=16-4(k-1) \geq 0$,

解得: $k \leq 5$ 且 $k \neq 1$.

考点: 根的判别式.

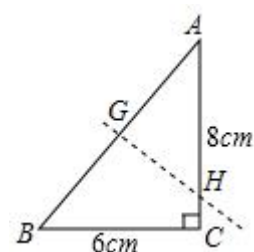
16. 如图, 一张三角形纸片 ABC , $\angle C=90^\circ$, $AC=8\text{cm}$, $BC=6\text{cm}$. 现将纸片折叠: 使点 A 与点 B 重合, 那么折痕长等于_____cm.



【答案】 $\frac{15}{4}\text{cm}$.

【解析】

试题解析: 如图, 折痕为 GH ,



由勾股定理得: $AB=\sqrt{6^2+8^2}=10\text{cm}$,

由折叠得: $AG=BG=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2} \times 10=5\text{cm}$, $GH \perp AB$,

$\therefore \angle AGH=90^\circ$,

$\because \angle A=\angle A$, $\angle AGH=\angle C=90^\circ$,

$\therefore \triangle ACB \sim \triangle AGH$,

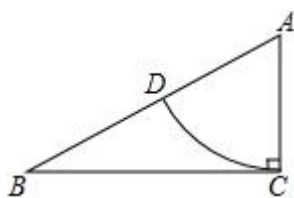
$$\therefore \frac{AC}{AG} = \frac{BC}{GH},$$

$$\therefore \frac{8}{5} = \frac{6}{GH},$$

$$\therefore GH = \frac{15}{4} \text{ cm}.$$

考点：翻折变换

17. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $AC=1$ ， $AB=2$ ，以点A为圆心、AC的长为半径画弧，交AB边于点D，则弧CD的长等于_____。（结果保留 π ）



【答案】 $\frac{\pi}{3}$.

【解析】

试题解析： $\because \angle ACB=90^\circ$ ， $AC=1$ ， $AB=2$ ，

$$\therefore \angle ABC=30^\circ,$$

$$\therefore \angle A=60^\circ,$$

又 $\because AC=1$ ，

$$\therefore \text{弧CD的长为} \frac{60 \times \pi \times 1}{180} = \frac{\pi}{3}.$$

考点：弧长的计算；含30度角的直角三角形.

18. 下列图形都是由完全相同的小梯形按一定规律组成的. 如果第1个图形的周长为5，那么第2个图形的周长为_____，第2017个图形的周长为_____.



【答案】 6053.

【解析】

试题解析：∵第1个图形的周长为 $2+3=5$,

第2个图形的周长为 $2+3 \times 2=8$,

第3个图形的周长为 $2+3 \times 3=11$,

...

∴第2017个图形的周长为 $2+3 \times 2017=6053$

考点：图形的变化规律.

三、解答题（一）：本大题共5小题，共26分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

19. 计算： $\sqrt{12}-3\tan 30^{\circ}+(\pi-4)^0-(\frac{1}{2})^{-1}$.

【答案】 $\sqrt{3}-1$.

【解析】

试题分析：本题涉及零指数幂、负整数指数幂、特殊角的三角函数值、二次根式化简四个考点. 在计算时，需要针对每个考点分别进行计算，然后根据实数的运算法则计算.

试题解析：原式 $=2\sqrt{3}-3 \times \frac{\sqrt{3}}{3}+1-2$

$=2\sqrt{3}-\sqrt{3}+1-2$

$=\sqrt{3}-1$.

考点：1.实数的运算；2.零指数幂；3.负整数指数幂；4.二次根式的性质与化简；5.特殊角的三角函数值.

20. 解不等式组 $\begin{cases} \frac{1}{2}(x-1) \leq 1 \\ 1-x < 2 \end{cases}$ ，并写出该不等式组的最大整数解.

【答案】 $-1 < x \leq 3$. $x=3$.

【解析】

试题分析：分别求出每一个不等式的解集，根据口诀：同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小无解了确定不等式组的解集.

试题解析：解 $\frac{1}{2}(x-1) \leq 1$ 得： $x \leq 3$,

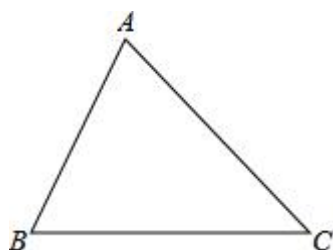
解 $1-x < 2$ 得： $x > -1$,

则不等式组的解集是： $-1 < x \leq 3$.

$\therefore$ 该不等式组的最大整数解为 $x=3$.

考点：一元一次不等式组的整数解；解一元一次不等式组.

21. 如图，已知 $\triangle ABC$ ，请用圆规和直尺作出 $\triangle ABC$ 的一条中位线 EF （不写作法，保留作图痕迹）.



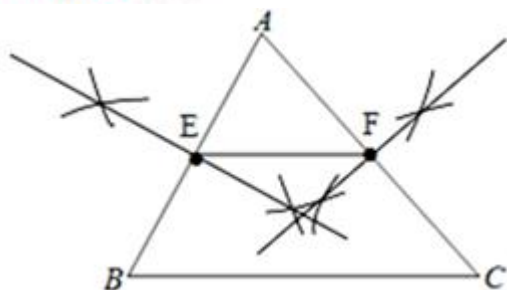
【答案】作图见解析

【解析】

试题分析：作线段 AB 的垂直平分线得到 AB 的中点 E ，作 AC 的垂直平分线得到线段 AC 的中点 F ，线段 EF 即为所求.

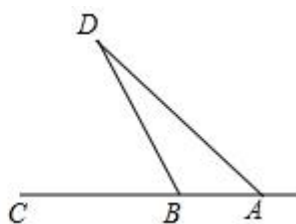
试题解析：如图， $\triangle ABC$ 的一条中位线 EF 如图所示，

方法：作线段 AB 的垂直平分线得到 AB 的中点 E ，作 AC 的垂直平分线得到线段 AC 的中点 F ，线段 EF 即为所求.



考点：作图—复杂作图；三角形中位线定理.

22. 美丽的黄河宛如一条玉带穿城而过，沿河两岸的滨河路风情线是兰州最美的景观之一．数学课外实践活动中，小林在南滨河路上的 A ， B 两点处，利用测角仪分别对北岸的一观景亭 D 进行了测量．如图，测得 $\angle DAC=45^\circ$ ， $\angle DBC=65^\circ$ ．若 $AB=132$ 米，求观景亭 D 到南滨河路 AC 的距离约为多少米？（结果精确到 1 米，参考数据： $\sin 65^\circ \approx 0.91$ ， $\cos 65^\circ \approx 0.42$ ， $\tan 65^\circ \approx 2.14$ ）



【答案】观景亭 D 到南滨河路 AC 的距离约为 248 米.

【解析】

试题分析：过点 D 作 $DE \perp AC$ ，垂足为 E，设 $BE=x$ ，根据 $AE=DE$ ，列出方程即可解决问题.

试题解析：过点 D 作 $DE \perp AC$ ，垂足为 E，设 $BE=x$ ，

在 $Rt\triangle DEB$ 中， $\tan \angle DBE = \frac{DE}{BE}$ ，

$\because \angle DBC = 65^\circ$ ，

$\therefore DE = x \tan 65^\circ$.

又 $\because \angle DAC = 45^\circ$ ，

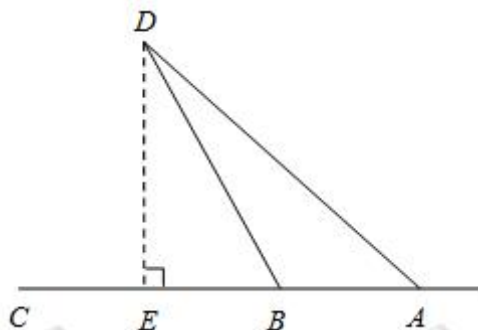
$\therefore AE = DE$.

$\therefore 132 + x = x \tan 65^\circ$ ，

$\therefore$ 解得 $x \approx 115.8$ ，

$\therefore DE \approx 248$ (米).

$\therefore$ 观景亭 D 到南滨河路 AC 的距离约为 248 米.

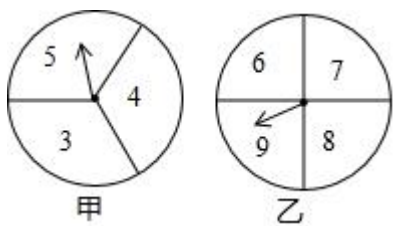


考点：解直角三角形的应用

23. 在一次数学兴趣小组活动中，李燕和刘凯两位同学设计了如图所示的两个转盘做游戏（每个转盘被分成面积相等的几个扇形，并在每个扇形区域内标上数字）。游戏规则如下：两人分别同时转动甲、乙转盘，转盘停止后，若指针所指区域内两数和小于 12，则李燕获胜；若指针所指区域内两数和等于 12，则为平局；若指针所指区域内两数和大于 12，则刘凯获胜（若指针停在等分线上，重转一次，直到指针指向某一份内为止）。

(1) 请用列表或画树状图的方法表示出上述游戏中两数和的所有可能的结果；

(2) 分别求出李燕和刘凯获胜的概率.



【答案】(1) 共有 12 种等可能性；(2) $\frac{1}{2}$ ； $\frac{1}{4}$

【解析】

试题分析：(1) 根据题意列出表格，得出游戏中两数和的所有可能的结果数；

(2) 根据 (1) 得出两数和共有的情况数和其中和小于 12 的情况、和大于 12 的情况数，再根据概率公式即可得出答案．

试题解析：(1) 根据题意列表如下：

甲 乙	6	7	8	9
3	9	10	11	12
4	10	11	12	13
5	11	12	13	14

可见，两数和共有 12 种等可能性；

(2) 由 (1) 可知，两数和共有 12 种等可能的情况，其中和小于 12 的情况有 6 种，和大于 12 的情况有 3 种，

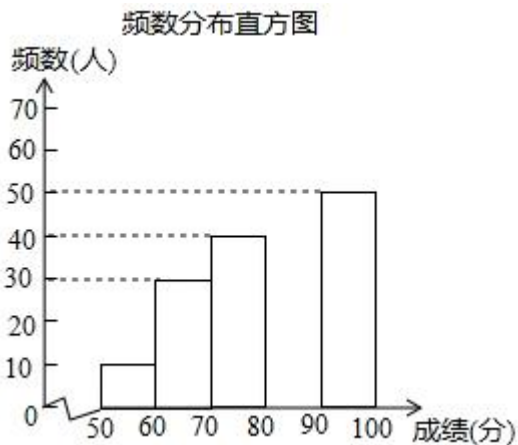
∴ 李燕获胜的概率为 $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ ；

刘凯获胜的概率为 $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

考点：列表法与树状图法．

四、解答题 (二)：本大题共 5 小题，共 40 分．解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤．

24. 中华文明，源远流长；中华汉字，寓意深广．为传承中华优秀传统文化，某校团委组织了一次全校 3000 名学生参加的“汉字听写”大赛．为了解本次大赛的成绩，校团委随机抽取了其中 200 名学生的成绩作为样本进行统计，制成如下不完整的统计图表：



频数频率分布表

成绩 x (分)	频数 (人)	频率
$50 \leq x < 60$	10	0.05
$60 \leq x < 70$	30	0.15
$70 \leq x < 80$	40	n
$80 \leq x < 90$	m	0.35
$90 \leq x \leq 100$	50	0.25

根据所给信息，解答下列问题：

- (1) $m = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $n = \underline{\hspace{2cm}}$ ；
- (2) 补全频数分布直方图；
- (3) 这 200 名学生成绩的中位数会落在 $\underline{\hspace{2cm}}$ 分数段；
- (4) 若成绩在 90 分以上（包括 90 分）为“优”等，请你估计该校参加本次比赛的 3000 名学生中成绩是“优”等的约有多少人？

【答案】 (1) 70, 0.2; (2) 补图见解析; (3) $80 \leq x < 90$; (4) 750 人.

【解析】

试题分析：(1) 根据第一组的频数是 10，频率是 0.05，求得数据总数，再用数据总数乘以第四组频率可得 m 的值，用第三组频数除以数据总数可得 n 的值；

(2) 根据 (1) 的计算结果即可补全频数分布直方图；

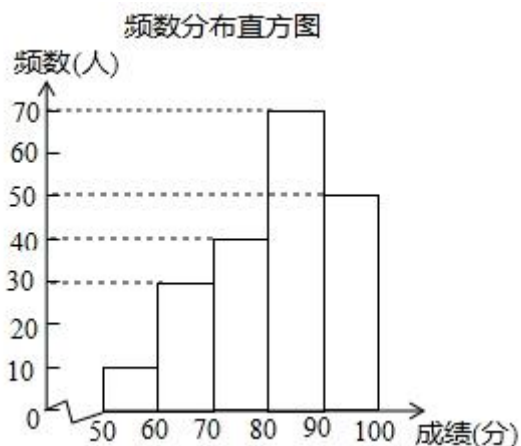
(3) 根据中位数的定义，将这组数据按照从小到大的顺序排列后，处于中间位置的数据（或中间两数据的平均数）即为中位数；

(4) 利用总数 3000 乘以“优”等学生的所占的频率即可．

试题解析：(1) 本次调查的总人数为 $10 \div 0.05 = 200$ ，

则 $m = 200 \times 0.35 = 70$ ， $n = 40 \div 200 = 0.2$ ，

(2) 频数分布直方图如图所示，



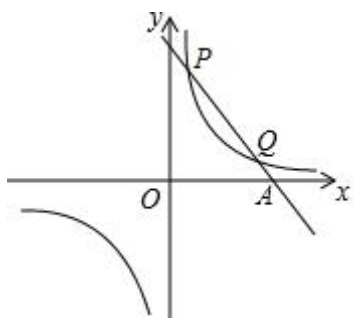
(3) 200 名学生成绩的中位数是第 100、101 个成绩的平均数，而第 100、101 个数均落在 $80 \leq x < 90$ ，
 $\therefore$ 这 200 名学生成绩的中位数会落在 $80 \leq x < 90$ 分数段，

(4) 该校参加本次比赛的 3000 名学生中成绩“优”等的约有： $3000 \times 0.25 = 750$ (人)。

考点：频数（率）分布直方图；用样本估计总体；频数（率）分布表；中位数.

25. 已知一次函数 $y = k_1x + b$ 与反比例函数 $y = \frac{k_2}{x}$ 的图象交于第一象限内的 P $(\frac{1}{2}, 8)$ ，Q $(4, m)$ 两点，与 x 轴交于 A 点.

- (1) 分别求出这两个函数的表达式；
- (2) 写出点 P 关于原点的对称点 P' 的坐标；
- (3) 求 $\angle P'AO$ 的正弦值.



【答案】(1) 反比例函数的表达式为 $y = \frac{4}{x}$ ，一次函数的表达式为 $y = -2x + 9$ ；(2) $(-\frac{1}{2}, -8)$ ；(3) $\frac{8\sqrt{89}}{89}$.

【解析】

试题分析：(1) 根据 P $(\frac{1}{2}, 8)$ ，可得反比例函数解析式，根据 P $(\frac{1}{2}, 8)$ ，Q $(4, 1)$ 两点可得一次函数

解析式；

(2) 根据中心对称的性质, 可得点 P 关于原点的对称点 P' 的坐标;

(3) 过点 P' 作 P'D ⊥ x 轴, 垂足为 D, 构造直角三角形, 依据 P'D 以及 AP' 的长, 即可得到 ∠P'AO 的正弦值.

试题解析: (1) ∵ 点 P 在反比例函数的图象上,

∴ 把点 P ($\frac{1}{2}$, 8) 代入 $y = \frac{k_2}{x}$ 可得: $k_2 = 4$,

∴ 反比例函数的表达式为 $y = \frac{4}{x}$,

∴ Q (4, 1).

把 P ($\frac{1}{2}$, 8), Q (4, 1) 分别代入 $y = k_1x + b$ 中,

$$\text{得} \begin{cases} 8 = \frac{1}{2}k_1 + b \\ 1 = 4k_1 + b \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k_1 = -2 \\ b = 9 \end{cases},$$

∴ 一次函数的表达式为 $y = -2x + 9$;

(2) 点 P 关于原点的对称点 P' 的坐标为 ($-\frac{1}{2}$, -8);

(3) 过点 P' 作 P'D ⊥ x 轴, 垂足为 D.

∴ P' ($-\frac{1}{2}$, -8),

∴ OD = $\frac{1}{2}$, P'D = 8,

∴ 点 A 在 $y = -2x + 9$ 的图象上,

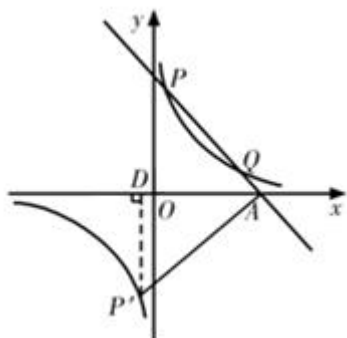
∴ 点 A ($\frac{9}{2}$, 0), 即 OA = $\frac{9}{2}$,

∴ DA = 5,

$$\therefore P'A = \sqrt{P'D^2 + DA^2} = \sqrt{89},$$

$$\therefore \sin \angle P'AD = \frac{P'D}{P'A} = \frac{8}{\sqrt{89}} = \frac{8\sqrt{89}}{89},$$

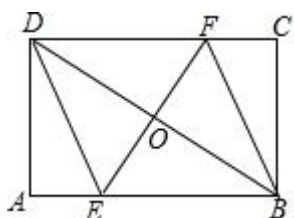
$$\therefore \sin \angle P'AO = \frac{8\sqrt{89}}{89}.$$



考点：反比例函数与一次函数的交点问题；勾股定理；解直角三角形.

26. 如图，矩形 ABCD 中，AB=6，BC=4，过对角线 BD 中点 O 的直线分别交 AB，CD 边于点 E，F.

- (1) 求证：四边形 BEDF 是平行四边形；
- (2) 当四边形 BEDF 是菱形时，求 EF 的长.



【答案】(1) 证明见解析. (2) $\frac{4\sqrt{13}}{3}$.

【解析】

试题分析：(1) 根据平行四边形 ABCD 的性质，判定 $\triangle BOE \cong \triangle DOF$ (ASA)，得出四边形 BEDF 的对角线互相平分，进而得出结论；

(2) 在 $Rt\triangle ADE$ 中，由勾股定理得出方程，解方程求出 BE，由勾股定理求出 BD，得出 OB，再由勾股定理求出 EO，即可得出 EF 的长.

试题解析：(1) 证明： $\because$ 四边形 ABCD 是矩形，O 是 BD 的中点，

$\therefore \angle A = 90^\circ$ ，AD=BC=4，AB//DC，OB=OD，

$$\therefore \angle OBE = \angle ODF,$$

在 $\triangle BOE$ 和 $\triangle DOF$ 中,

$$\begin{cases} \angle OBE = \angle ODF \\ OB = OD \\ \angle BOE = \angle DOF \end{cases},$$

$$\therefore \triangle BOE \cong \triangle DOF \text{ (ASA)},$$

$$\therefore EO = FO,$$

$\therefore$ 四边形 $BEDF$ 是平行四边形;

(2) 当四边形 $BEDF$ 是菱形时, $BE \perp EF$,

设 $BE = x$, 则 $DE = x$, $AE = 6 - x$,

在 $Rt\triangle ADE$ 中, $DE^2 = AD^2 + AE^2$,

$$\therefore x^2 = 4^2 + (6 - x)^2,$$

$$\text{解得: } x = \frac{\sqrt{13}}{3},$$

$$\therefore BD = \sqrt{AD^2 + AB^2} = 2\sqrt{13},$$

$$\therefore OB = \frac{1}{2}BD = \sqrt{13},$$

$$\therefore BD \perp EF,$$

$$\therefore EO = \sqrt{BE^2 - OB^2} = \frac{2\sqrt{13}}{3},$$

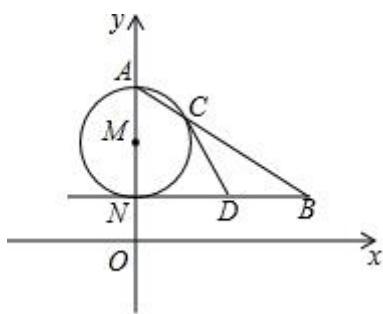
$$\therefore EF = 2EO = \frac{4\sqrt{13}}{3}.$$

考点: 矩形的性质; 平行四边形的判定与性质; 菱形的性质.

27. 如图, AN 是 $\odot M$ 的直径, $NB \parallel x$ 轴, AB 交 $\odot M$ 于点 C .

(1) 若点 $A(0, 6)$, $N(0, 2)$, $\angle ABN = 30^\circ$, 求点 B 的坐标;

(2) 若 D 为线段 NB 的中点, 求证: 直线 CD 是 $\odot M$ 的切线.



【答案】(1) $B(4\sqrt{3}, 2)$. (2) 证明见解析.

【解析】

试题分析：(1) 在 $\text{Rt}\triangle ABN$ 中，求出 AN 、 AB 即可解决问题；

(2) 连接 MC ， NC ．只要证明 $\angle MCD=90^\circ$ 即可

试题解析：(1) $\because A$ 的坐标为 $(0, 6)$ ， $N(0, 2)$ ，

$$\therefore AN=4,$$

$$\because \angle ABN=30^\circ, \angle ANB=90^\circ,$$

$$\therefore AB=2AN=8,$$

$$\therefore \text{由勾股定理可知：} NB=\sqrt{AB^2 - AN^2} = 4\sqrt{3},$$

$$\therefore B(4\sqrt{3}, 2).$$

(2) 连接 MC ， NC

$\because AN$ 是 $\odot M$ 的直径，

$$\therefore \angle ACN=90^\circ,$$

$$\therefore \angle NCB=90^\circ,$$

在 $\text{Rt}\triangle NCB$ 中， D 为 NB 的中点，

$$\therefore CD=\frac{1}{2}NB=ND,$$

$$\therefore \angle CND=\angle NCD,$$

$$\because MC=MN,$$

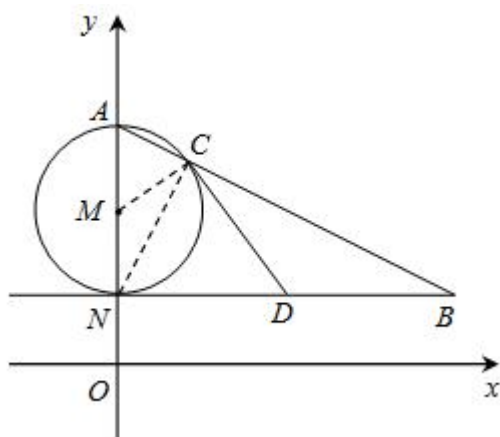
$$\therefore \angle MCN=\angle MNC,$$

$$\because \angle MNC+\angle CND=90^\circ,$$

$$\therefore \angle MCN+\angle NCD=90^\circ,$$

即 $MC \perp CD$.

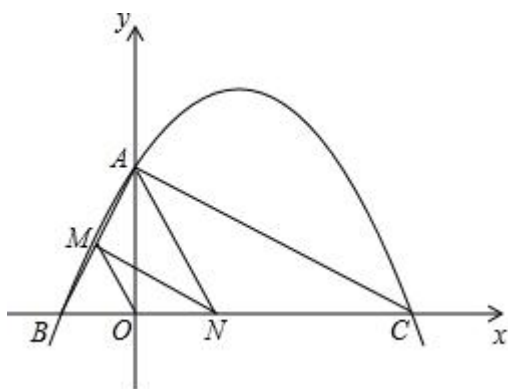
$\therefore$ 直线 CD 是 $\odot M$ 的切线.



考点：切线的判定；坐标与图形性质.

28. 如图，已知二次函数 $y=ax^2+bx+4$ 的图象与 x 轴交于点 $B(-2, 0)$ ，点 $C(8, 0)$ ，与 y 轴交于点 A .

- (1) 求二次函数 $y=ax^2+bx+4$ 的表达式；
- (2) 连接 AC ， AB ，若点 N 在线段 BC 上运动（不与点 B ， C 重合），过点 N 作 $NM \parallel AC$ ，交 AB 于点 M ，当 $\triangle AMN$ 面积最大时，求 N 点的坐标；
- (3) 连接 OM ，在 (2) 的结论下，求 OM 与 AC 的数量关系.



【答案】(1) $y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 4$ ；(2) $N(3, 0)$ ；(3) $OM = \frac{1}{4}AC$.

【解析】

试题分析：(1) 由 B 、 C 的坐标，利用待定系数法可求得抛物线解析式；

(2) 可设 $N(n, 0)$ ，则可用 n 表示出 $\triangle ABN$ 的面积，由 $NM \parallel AC$ ，可求得 $\frac{AM}{AB}$ ，则可用 n 表示出 $\triangle AMN$ 的面积，再利用二次函数的性质可求得其面积最大时 n 的值，即可求得 N 点的坐标；

(3) 由 N 点坐标可求得 M 点为 AB 的中点, 由直角三角形的性质可得 $OM = \frac{1}{2}AB$, 在 $Rt\triangle AOB$ 和 $Rt\triangle AOC$

中, 可分别求得 AB 和 AC 的长, 可求得 AB 与 AC 的关系, 从而可得到 OM 和 AC 的数量关系.

试题解析: (1) 将点 B, 点 C 的坐标分别代入 $y = ax^2 + bx + 4$ 可得

$$\begin{cases} 4a - 2b + 4 = 0 \\ 64a + 8b + 4 = 0 \end{cases},$$

解得 $\begin{cases} a = -\frac{1}{4} \\ b = \frac{3}{2} \end{cases},$

$\therefore$ 二次函数的表达式为 $y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 4$;

(2) 设点 N 的坐标为 $(n, 0)$ $(-2 < n < 8)$,

则 $BN = n + 2$, $CN = 8 - n$.

$\therefore B(-2, 0)$, $C(8, 0)$,

$\therefore BC = 10$,

在 $y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 4$ 中, 令 $x = 0$, 可解得 $y = 4$,

$\therefore$ 点 A $(0, 4)$, $OA = 4$,

$\therefore S_{\triangle ABN} = \frac{1}{2}BN \cdot OA = \frac{1}{2}(n+2) \times 4 = 2(n+2)$,

$\therefore MN \parallel AC$,

$$\therefore \frac{AM}{AB} = \frac{NC}{BC} = \frac{8-n}{10}$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABN}} = \frac{AM}{AB} = \frac{8-n}{10},$$

$$\therefore S_{\triangle AMN} = \frac{8-n}{10} S_{\triangle ABN} = \frac{1}{5}(8-n)(n+2) = -\frac{1}{5}(n-3)^2 + 5$$

$$\therefore -\frac{1}{5} < 0,$$

∴当 $n=3$ 时，即 $N(3, 0)$ 时， $\triangle AMN$ 的面积最大；

(3) 当 $N(3, 0)$ 时， N 为 BC 边中点，

∴ $MN \parallel AC$ ，

∴ M 为 AB 边中点，

$$\therefore OM = \frac{1}{2} AB,$$

$$\therefore AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{16 + 4} = 2\sqrt{5}, \quad AC = \sqrt{OC^2 + OA^2} = \sqrt{64 + 16} = 4\sqrt{5},$$

$$\therefore AB = \frac{1}{2} AC,$$

$$\therefore OM = \frac{1}{4} AC.$$

考点：二次函数综合题.