

2016 年中考真题精品解析 数学（甘肃白银卷）精编 word 版

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分）

1. 下列图形中，是中心对称图形的是（ ）



【答案】A.

【解析】

试题分析：A. 是中心对称图形，故此选项正确；

B. 不是中心对称图形，故此选项错误；

C. 不是中心对称图形，故此选项错误；

D. 不是中心对称图形，故此选项错误.

故选 A.

考点：中心对称图形.

2. 在 1, -2, 0, $\frac{5}{3}$ 这四个数中，最大的数是（ ）

A. -2 B. 0 C. $\frac{5}{3}$ D. 1

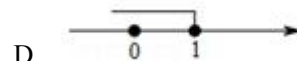
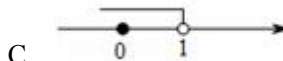
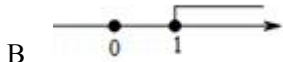
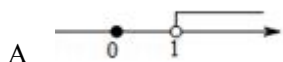
【答案】C.

【解析】

试题分析：由正数大于零，零大于负数，得： $-2 < 0 < 1 < \frac{5}{3}$. 最大的数是 $\frac{5}{3}$ ，故选 C.

考点：有理数大小比较.

3. 在数轴上表示不等式 $x - 1 < 0$ 的解集，正确的是（ ）



【答案】C.

【解析】

试题分析： $x - 1 < 0$ ，解得： $x < 1$ ，故选 C.

考点：在数轴上表示不等式的解集.

4. 下列根式中是最简二次根式的是（ ）

- A. $\sqrt{\frac{2}{3}}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{9}$ D. $\sqrt{12}$

【答案】B.

【解析】

试题分析：A. $\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$ ，故此选项错误；

B. $\sqrt{3}$ 是最简二次根式，故此选项正确；

C. $\sqrt{9}=3$ ，故此选项错误；

D. $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ ，故此选项错误；

故选 B. 学科网

考点：最简二次根式.

5. 已知点 $P(0, m)$ 在 y 轴的负半轴上，则点 $M(-m, -m+1)$ 在 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【答案】A.

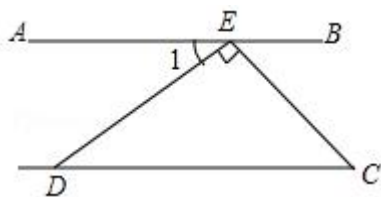
【解析】

试题分析：由点 $P(0, m)$ 在 y 轴的负半轴上，得： $m < 0$.

由不等式的性质，得： $-m > 0$ ， $-m+1 > 1$ ，则点 $M(-m, -m+1)$ 在第一象限，故选 A.

考点：点的坐标.

6. 如图， $AB \parallel CD$ ， $DE \perp CE$ ， $\angle 1 = 34^\circ$ ，则 $\angle DCE$ 的度数为 ()



- A. 34° B. 54° C. 66° D. 56°

【答案】D.

【解析】

试题分析： $\because AB \parallel CD$ ， $\therefore \angle D = \angle 1 = 34^\circ$ ， $\because DE \perp CE$ ， $\therefore \angle DEC = 90^\circ$ ， $\therefore \angle DCE = 180^\circ - 90^\circ - 34^\circ = 56^\circ$. 故选 D.

考点：平行线的性质.

7. 如果两个相似三角形的面积比是 1: 4, 那么它们的周长比是 ()

- A. 1: 16 B. 1: 4 C. 1: 6 D. 1: 2

【答案】D.

【解析】

试题分析: $\because$ 两个相似三角形的面积比是 1: 4, $\therefore$ 两个相似三角形的相似比是 1: 2, $\therefore$ 两个相似三角形的周长比是 1: 2, 故选 D.

考点: 相似三角形的性质.

8. 某工厂现在平均每天比原计划多生产 50 台机器, 现在生产 800 台所需时间与原计划生产 600 台机器所需时间相同. 设原计划平均每天生产 x 台机器, 根据题意, 下面所列方程正确的是 ()

- A. $\frac{800}{x+50} = \frac{600}{x}$ B. $\frac{800}{x-50} = \frac{600}{x}$ C. $\frac{800}{x} = \frac{600}{x+50}$ D. $\frac{800}{x} = \frac{600}{x-50}$

【答案】A.

【解析】

试题分析: 设原计划平均每天生产 x 台机器, 根据题意得: $\frac{800}{x+50} = \frac{600}{x}$, 故选 A.

考点: 由实际问题抽象出分式方程.

9. 若 $x^2 + 4x - 4 = 0$, 则 $3(x-2)^2 - 6(x+1)(x-1)$ 的值为 ()

- A. -6 B. 6 C. 18 D. 30

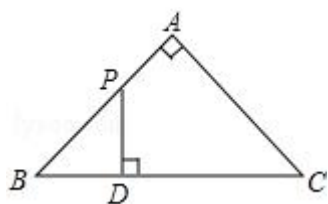
【答案】B.

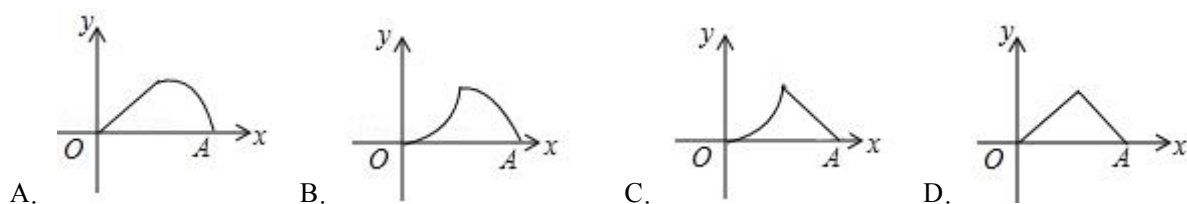
【解析】

试题分析: $\because x^2 + 4x - 4 = 0$, 即 $x^2 + 4x = 4$, $\therefore$ 原式 $= 3(x^2 - 4x + 4) - 6(x^2 - 1) = 3x^2 - 12x + 12 - 6x^2 + 6 = -3x^2 - 12x + 18 = -3(x^2 + 4x) + 18 = -12 + 18 = 6$. 故选 B.

考点: 整式的混合运算—化简求值; 整体思想; 条件求值.

10. 如图, $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, $\angle A = 90^\circ$, $BC = 4$, 点 P 是 $\triangle ABC$ 边上一动点, 沿 $B \rightarrow A \rightarrow C$ 的路径移动, 过点 P 作 $PD \perp BC$ 于点 D , 设 $BD = x$, $\triangle BDP$ 的面积为 y , 则下列能大致反映 y 与 x 函数关系的图象是 ()



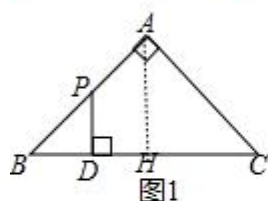


【答案】A.

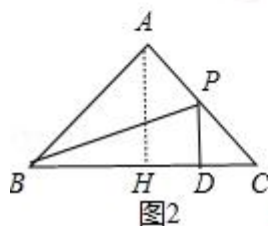
【解析】

试题分析：过A点作 $AH \perp BC$ 于H， $\because \triangle ABC$ 是等腰直角三角形， $\therefore \angle B = \angle C = 45^\circ$ ， $BH = CH = AH = \frac{1}{2}BC = 2$ ，

当 $0 \leq x \leq 2$ 时，如图1， $\because \angle B = 45^\circ$ ， $\therefore PD = BD = x$ ， $\therefore y = \frac{1}{2} \cdot x \cdot x = \frac{1}{2}x^2$ ；



当 $2 < x \leq 4$ 时，如图2， $\because \angle C = 45^\circ$ ， $\therefore PD = CD = 4 - x$ ， $\therefore y = \frac{1}{2} \cdot (4 - x) \cdot x = -\frac{1}{2}x^2 + 2x$ ，故选A.



学科网

考点：动点问题的函数图象；分类讨论.

二、填空题（共8小题，每小题4分，满分32分）

11. 因式分解： $2a^2 - 8 =$ _____.

【答案】 $2(a+2)(a-2)$.

【解析】

试题分析： $2a^2 - 8 = 2(a^2 - 4) = 2(a+2)(a-2)$ ，故答案为： $2(a+2)(a-2)$.

考点：提公因式法与公式法的综合运用.

12. 计算： $(-5a^4) \cdot (-8ab^2) =$ _____.

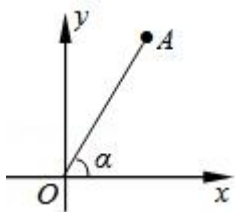
【答案】 $40a^5b^2$.

【解析】

试题分析: $(-5a^4) \cdot (-8ab^2) = 40a^5b^2$. 故答案为: $40a^5b^2$.

考点: 单项式乘单项式.

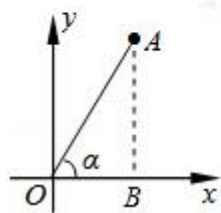
13. 如图, 点 $A(3, t)$ 在第一象限, OA 与 x 轴所夹的锐角为 α , $\tan \alpha = \frac{3}{2}$, 则 t 的值是_____.



【答案】 $\frac{9}{2}$.

【解析】

试题分析: 过点 A 作 $AB \perp x$ 轴于 B , $\because$ 点 $A(3, t)$ 在第一象限, $\therefore AB=t$, $OB=3$, 又 $\because \tan \alpha = \frac{AB}{OB} = \frac{t}{3} = \frac{3}{2}$, $\therefore t = \frac{9}{2}$. 故答案为: $\frac{9}{2}$.



考点: 解直角三角形; 坐标与图形性质.

14. 如果单项式 $2x^{m+2n}y^{n-2m+2}$ 与 x^5y^7 是同类项, 那么 n^m 的值是_____.

【答案】 $\frac{1}{3}$.

【解析】

试题分析: 根据题意得: $\begin{cases} m+2n=5 \\ n-2m+2=7 \end{cases}$, 解得: $\begin{cases} m=-1 \\ n=3 \end{cases}$, 则 $n^m = 3^{-1} = \frac{1}{3}$. 故答案为: $\frac{1}{3}$.

考点: 同类项.

15. 三角形的两边长分别是 3 和 4, 第三边长是方程 $x^2 - 13x + 40 = 0$ 的根, 则该三角形的周长为_____.

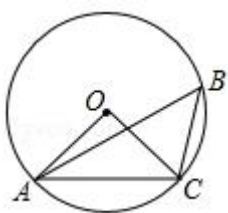
【答案】 12.

【解析】

试题分析: $x^2 - 13x + 40 = 0$, $(x-5)(x-8) = 0$, 所以 $x_1 = 5$, $x_2 = 8$, 而三角形的两边长分别是 3 和 4, 所以三角形第三边的长为 5, 所以三角形的周长为 $3+4+5=12$. 故答案为: 12.

考点：一元二次方程的解；三角形三边关系.

16. 如图，在 $\odot O$ 中，弦 $AC=2\sqrt{3}$ ，点 B 是圆上一点，且 $\angle ABC=45^\circ$ ，则 $\odot O$ 的半径 $R=$ _____.



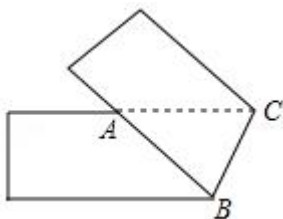
【答案】 $\sqrt{6}$.

【解析】

试题分析： $\because \angle ABC=45^\circ$ ， $\therefore \angle AOC=90^\circ$ ， $\because OA=OC=R$ ， $\therefore R^2+R^2=(2\sqrt{3})^2$ ，解得 $R=\sqrt{6}$ ．故答案为： $\sqrt{6}$ ．

考点：圆周角定理；勾股定理；与圆有关的计算.

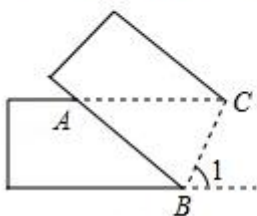
17. 将一张矩形纸片折叠成如图所示的图形，若 $AB=6cm$ ，则 $AC=$ _____cm.



【答案】6 .

【解析】

试题分析：如图，延长原矩形的边， $\because$ 矩形的对边平行， $\therefore \angle 1=\angle ACB$ ，由翻折变换的性质得， $\angle 1=\angle ABC$ ， $\therefore \angle ABC=\angle ACB$ ， $\therefore AC=AB$ ， $\because AB=6cm$ ， $\therefore AC=6cm$ ．故答案为：6.



学科网

考点：翻折变换（折叠问题）.

18. 古希腊数学家把数1, 3, 6, 10, 15, 21, ...叫做三角形数，它有一定的规律性，若把第一个三角形数记为 x_1 ，第二个三角形数记为 x_2 ，...第 n 个三角形数记为 x_n ，则 $x_n+x_{n+1}=$ _____.

【答案】 $(n+1)^2$.

【解析】

试题分析: $\because x_1=1, x_2=3=1+2, x_3=6=1+2+3, x_4=10=1+2+3+4, x_5=15=1+2+3+4+5, \dots$

$\therefore x_n=1+2+3+\dots+n=\frac{1}{2}n(n+1), x_{n+1}=\frac{1}{2}(n+1)(n+2)$, 则 $x_n+x_{n+1}=\frac{1}{2}n(n+1)+\frac{1}{2}(n+1)(n+2)=(n+1)^2$, 故

答案为: $(n+1)^2$.

考点: 规律型: 数字的变化类.

三、解答题 (共 5 小题, 满分 38 分)

19. 计算: $(\frac{1}{2})^{-2}-|-1+\sqrt{3}|+2\sin 60^\circ+(-1-\sqrt{3})^0$.

【答案】 6.

【解析】

试题分析: 本题涉及负整数指数幂、绝对值、特殊角的三角函数值、零指数幂、二次根式化简 5 个考点, 在计算时, 需要针对每个考点分别进行计算, 然后根据实数的运算法则求得计算结果.

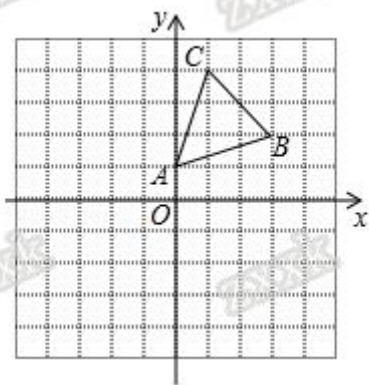
试题解析: 原式 $=4+1-\sqrt{3}+2\times\frac{\sqrt{3}}{2}+1=6$.

考点: 实数的运算; 零指数幂; 负整数指数幂; 特殊角的三角函数值.

20. 如图, 在平面直角坐标系中, $\triangle ABC$ 的顶点 $A(0, 1)$, $B(3, 2)$, $C(1, 4)$ 均在正方形网格的格点上.

(1) 画出 $\triangle ABC$ 关于 x 轴的对称图形 $\triangle A_1B_1C_1$;

(2) 将 $\triangle A_1B_1C_1$ 沿 x 轴方向向左平移 3 个单位后得到 $\triangle A_2B_2C_2$, 写出顶点 A_2 , B_2 , C_2 的坐标.



【答案】 (1) 答案见解析; (2) $A_2(-3, -1)$, $B_2(0, -2)$, $C_2(-2, -4)$.

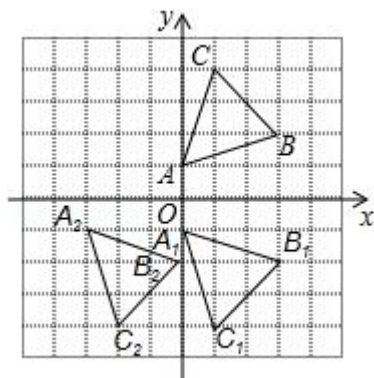
【解析】

试题分析：(1) 直接利用关于 x 轴对称点的性质得出各对应点位置进而得出答案；

(2) 直接利用平移的性质得出各对应点位置进而得出答案.

试题解析：(1) 如图所示： $\triangle A_1B_1C_1$ ，即为所求；

(2) 如图所示： $\triangle A_2B_2C_2$ ，即为所求，点 $A_2(-3, -1)$ ， $B_2(0, -2)$ ， $C_2(-2, -4)$.



考点：作图-轴对称变换；作图-平移变换.

21. 已知关于 x 的方程 $x^2 + mx + m - 2 = 0$.

(1) 若此方程的一个根为 1，求 m 的值；

(2) 求证：不论 m 取何实数，此方程都有两个不相等的实数根.

【答案】(1) $m = \frac{1}{2}$ ；(2) 答案见解析.

【解析】

试题分析：(1) 直接把 $x=1$ 代入方程 $x^2 + mx + m - 2 = 0$ 求出 m 的值；

(2) 计算出根的判别式，进一步利用配方法和非负数的性质证得结论即可.

试题解析：(1) 根据题意，将 $x=1$ 代入方程 $x^2 + mx + m - 2 = 0$ ，得： $1+m+m-2=0$ ，解得： $m = \frac{1}{2}$ ；

(2) $\because \Delta = m^2 - 4 \times 1 \times (m - 2) = m^2 - 4m + 8 = (m - 2)^2 + 4 > 0$ ， $\therefore$ 不论 m 取何实数，该方程都有两个不相等的实数根. 学科网

考点：根的判别式；一元二次方程的解.

22. 图①是小明在健身器材上进行仰卧起坐锻炼时的情景，图②是小明锻炼时上半身由 ON 位置运动到与地面垂直的 OM 位置时的示意图. 已知 $AC=0.66$ 米， $BD=0.26$ 米， $\alpha=20^\circ$. (参考数据： $\sin 20^\circ \approx 0.342$ ， $\cos 20^\circ \approx 0.940$ ， $\tan 20^\circ \approx 0.364$)

(1) 求 AB 的长 (精确到 0.01 米)；

(2) 若测得 $ON=0.8$ 米，试计算小明头顶由 N 点运动到 M 点的路径 $\widehat{MN}$ 的长度. (结果保留 π)



图1

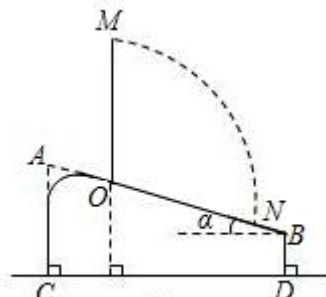


图2

【答案】(1) 1.17; (2) $\frac{22}{45}\pi$.

【解析】

试题分析：(1) 过 B 作 $BE \perp AC$ 于 E ，求出 AE ，解直角三角形求出 AB 即可；

(2) 求出 $\angle MON$ 的度数，根据弧长公式求出即可。

试题解析：(1) 过 B 作 $BE \perp AC$ 于 E ，则 $AE = AC - BD = 0.66$ 米 - 0.26 米 = 0.4 米， $\angle AEB = 90^\circ$ ，

$$AB = \frac{AE}{\sin \angle ABE} = \frac{0.4}{\sin 20^\circ} \approx 1.17 \text{ (米)};$$

(2) $\angle MON = 90^\circ + 20^\circ = 110^\circ$ ，所以 $\widehat{MN}$ 的长度是： $\frac{110\pi \times 0.8}{180} = \frac{22}{45}\pi$ (米)。

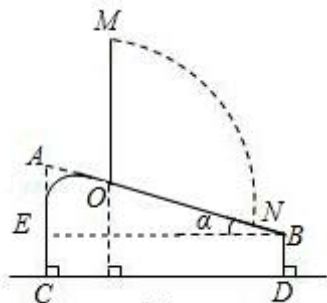


图2

考点：解直角三角形的应用；弧长的计算。

23. 在甲、乙两个不透明的布袋里，都装有 3 个大小、材质完全相同的小球，其中甲袋中的小球上分别标有数字 0, 1, 2；乙袋中的小球上分别标有数字 -1, -2, 0. 现从甲袋中任意摸出一个小球，记其标有的数字为 x ，再从乙袋中任意摸出一个小球，记其标有的数字为 y ，以此确定点 M 的坐标 (x, y) 。

(1) 请你用画树状图或列表的方法，写出点 M 所有可能的坐标；

(2) 求点 $M(x, y)$ 在函数 $y = -\frac{2}{x}$ 的图象上的概率。

【答案】(1) (0, -1), (0, -2), (0, 0), (1, -1), (1, -2), (1, 0), (2, -1), (2, -2), (2, 0);

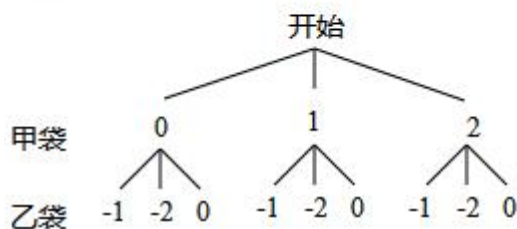
(2) $\frac{2}{9}$.

【解析】

试题分析：(1) 首先根据题意画出树状图，然后由树状图求得所有等可能的结果；

(2) 由点 $M(x, y)$ 在函数 $y = -\frac{2}{x}$ 的图象上的有：(1, -2), (2, -1)，直接利用概率公式求解即可求得答案。

试题解析：(1) 画树状图得：



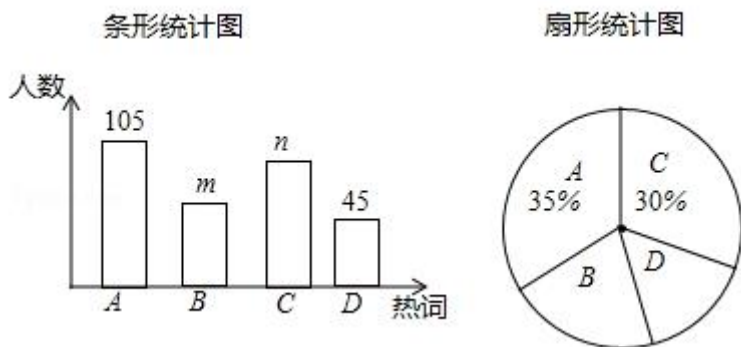
则点 M 所有可能的坐标为：(0, -1), (0, -2), (0, 0), (1, -1), (1, -2), (1, 0), (2, -1), (2, -2), (2, 0)；

(2) $\because$ 点 $M(x, y)$ 在函数 $y = -\frac{2}{x}$ 的图象上的有：(1, -2), (2, -1), $\therefore$ 点 $M(x, y)$ 在函数 $y = -\frac{2}{x}$ 的图象上的概率为： $\frac{2}{9}$ 。学科网

考点：列表法与树状图法；反比例函数图象上点的坐标特征。

四、解答题（共5小题，满分50分）

24. 2016年《政府工作报告》中提出了十大新词汇，为了解同学们对新词汇的关注度，某数学兴趣小组选取其中的A：“互联网+政务服务”，B：“工匠精神”，C：“光网城市”，D：“大众旅游时代”四个热词在全校学生中进行了抽样调查，要求被调查的每位同学只能从中选择一个我最关注的热词。根据调查结果，该小组绘制了如下的两幅不完整的统计图。



请你根据统计图提供的信息，解答下列问题：

(1) 本次调查中，一共调查了多少名同学？

(2) 条形统计图中, $m=$ _____, $n=$ _____;

(3) 扇形统计图中, 热词 B 所在扇形的圆心角是多少度?

【答案】(1) 300; (2) 60, 90; (3) 72° .

【解析】

试题分析: (1) 根据 A 的人数为 105 人, 所占的百分比为 35%, 求出总人数, 即可解答;

(2) C 所对应的人数为: 总人数 $\times 30\%$, B 所对应的人数为: 总人数 - A 所对应的人数 - C 所对应的人数 - D 所对应的人数, 即可解答;

(3) 根据 B 所占的百分比 $\times 360^\circ$, 即可解答.

试题解析: (1) $105 \div 35\% = 300$ (人).

答: 一共调查了 300 名同学;

(2) $n = 300 \times 30\% = 90$ (人), $m = 300 - 105 - 90 - 45 = 60$ (人).

故答案为: 60, 90;

(3) $\frac{60}{360} \times 360^\circ = 72^\circ$.

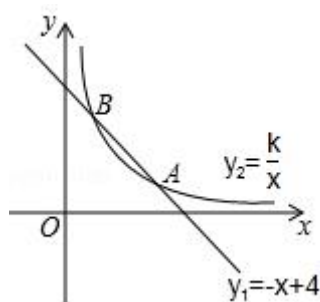
答: 扇形统计图中, 热词 B 所在扇形的圆心角是 72° .

考点: 条形统计图; 扇形统计图.

25. 如图, 函数 $y_1 = -x + 4$ 的图象与函数 $y_2 = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象交于 $A(m, 1)$, $B(1, n)$ 两点.

(1) 求 k , m , n 的值;

(2) 利用图象写出当 $x \geq 1$ 时, y_1 和 y_2 的大小关系.



【答案】(1) $k=3$, $m=3$, $n=3$; (2) 当 $1 < x < 3$ 时, $y_1 > y_2$; 当 $x > 3$ 时, $y_1 < y_2$; 当 $x=1$ 或 $x=3$ 时, $y_1 = y_2$.

【解析】

试题分析: (1) 把 A 与 B 坐标代入一次函数解析式求出 m 与 a 的值, 确定出 A 与 B 坐标, 将 A 坐标代入反比例解析式求出 k 的值即可;

(2) 根据 B 的坐标, 分 $x=1$ 或 $x=3$, $1 < x < 3$ 与 $x > 3$ 三种情况判断出 y_1 和 y_2 的大小关系即可.

试题解析: (1) 把 $A(m, 1)$ 代入一次函数解析式得: $1 = -m + 4$, 即 $m = 3$, $\therefore A(3, 1)$, 把 $A(3, 1)$ 代入反比例解析式得: $k = 3$, 把 $B(1, n)$ 代入一次函数解析式得: $n = -1 + 4 = 3$;

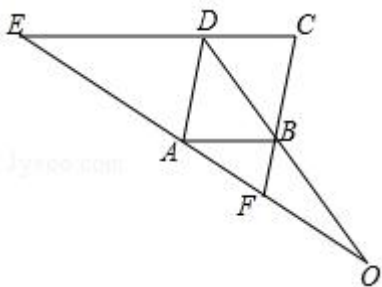
(2) $\because A(3, 1), B(1, 3)$, $\therefore$ 由图象得: 当 $1 < x < 3$ 时, $y_1 > y_2$; 当 $x > 3$ 时, $y_1 < y_2$; 当 $x = 1$ 或 $x = 3$ 时, $y_1 = y_2$.

考点: 反比例函数与一次函数的交点问题.

26. 如图, 已知 $EC \parallel AB$, $\angle EDA = \angle ABF$.

(1) 求证: 四边形 $ABCD$ 是平行四边形;

(2) 求证: $OA^2 = OE \cdot OF$.



【答案】(1) 证明见解析; (2) 证明见解析.

【解析】

试题分析: (1) 由 $EC \parallel AB$, $\angle EDA = \angle ABF$, 可证得 $\angle DAB = \angle ABF$, 即可证得 $AD \parallel BC$, 则得四边形 $ABCD$ 为平行四边形;

(2) 由 $EC \parallel AB$, 可得 $\frac{OA}{OE} = \frac{OB}{OD}$, 由 $AD \parallel BC$, 可得 $\frac{OB}{OD} = \frac{OF}{OA}$, 等量代换得出 $\frac{OA}{OE} = \frac{OF}{OA}$, 即 $OA^2 = OE \cdot OF$.

试题解析: (1) $\because EC \parallel AB$, $\therefore \angle EDA = \angle DAB$, $\because \angle EDA = \angle ABF$, $\therefore \angle DAB = \angle ABF$, $\therefore AD \parallel BC$, $\because DC \parallel AB$, $\therefore$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形;

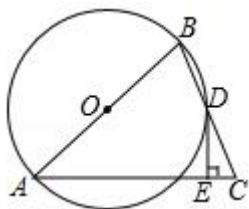
(2) $\because EC \parallel AB$, $\therefore \triangle OAB \sim \triangle OED$, $\therefore \frac{OA}{OE} = \frac{OB}{OD}$, $\because AD \parallel BC$, $\therefore \triangle OBF \sim \triangle ODA$, $\therefore \frac{OB}{OD} = \frac{OF}{OA}$, $\therefore \frac{OA}{OE} = \frac{OF}{OA}$, $\therefore OA^2 = OE \cdot OF$. 学科网

考点: 相似三角形的判定与性质; 平行四边形的判定与性质.

27. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 点 D 在 BC 上, $BD = DC$, 过点 D 作 $DE \perp AC$, 垂足为 E , $\odot O$ 经过 A, B ,

D 三点.

- (1) 求证: AB 是 $\odot O$ 的直径;
- (2) 判断 DE 与 $\odot O$ 的位置关系, 并加以证明;
- (3) 若 $\odot O$ 的半径为 3, $\angle BAC=60^\circ$, 求 DE 的长.



【答案】 (1) 证明见解析; (2) DE 与圆 O 相切; (3) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

【解析】

试题分析: (1) 连接 AD , 由 $AB=AC$, $BD=CD$, 利用等腰三角形三线合一性质得到 $AD \perp BC$, 利用 90° 的圆周角所对的弦为直径即可得证;

(2) DE 与圆 O 相切, 理由为: 连接 OD , 由 O 、 D 分别为 AB 、 CB 中点, 利用中位线定理得到 OD 与 AC 平行, 利用两直线平行内错角相等得到 $\angle ODE$ 为直角, 再由 OD 为半径, 即可得证;

(3) 由 $AB=AC$, 且 $\angle BAC=60^\circ$, 得到三角形 ABC 为等边三角形, 连接 BF , DE 为三角形 CBF 中位线, 求出 BF 的长, 即可确定出 DE 的长.

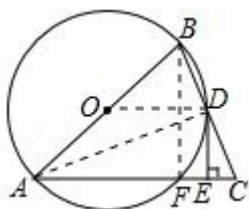
试题解析: (1) 连接 AD , $\because AB=AC$, $BD=DC$, $\therefore AD \perp BC$, $\therefore \angle ADB=90^\circ$, $\therefore AB$ 为圆 O 的直径;

(2) DE 与圆 O 相切, 理由为:

连接 OD , $\because O$ 、 D 分别为 AB 、 BC 的中点, $\therefore OD$ 为 $\triangle ABC$ 的中位线, $\therefore OD \parallel BC$, $\because DE \perp BC$, $\therefore DE \perp OD$, $\because OD$ 为圆的半径, $\therefore DE$ 与圆 O 相切;

(3) 解: $\because AB=AC$, $\angle BAC=60^\circ$, $\therefore \triangle ABC$ 为等边三角形, $\therefore AB=AC=BC=6$, 连接 BF , $\because AB$ 为圆 O 的直径, $\therefore \angle AFB=\angle DEC=90^\circ$, $\therefore AF=CF=3$, $DE \parallel BF$, $\because D$ 为 BC 中点, $\therefore E$ 为 CF 中点, 即 DE 为 $\triangle BCF$

中位线, 在 $Rt\triangle ABF$ 中, $AB=6$, $AF=3$, 根据勾股定理得: $BF=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}$, 则 $DE=\frac{1}{2}BF=\frac{3\sqrt{3}}{2}$.



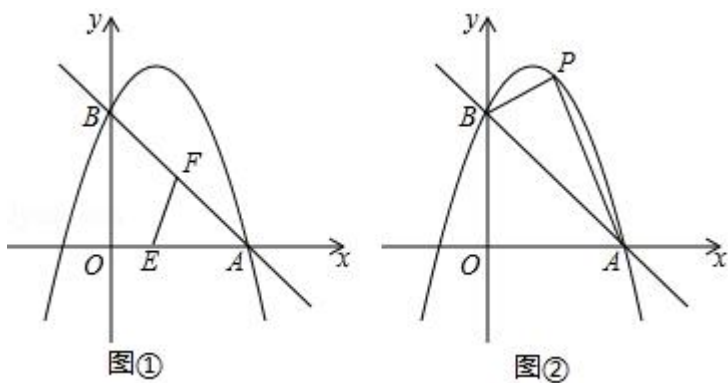
考点: 圆的综合题; 综合题; 圆的有关概念及性质.

28. 如图，已知抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 经过 $A(3, 0)$, $B(0, 3)$ 两点.

(1) 求此抛物线的解析式和直线 AB 的解析式;

(2) 如图①，动点 E 从 O 点出发，沿着 OA 方向以 1 个单位/秒的速度向终点 A 匀速运动，同时，动点 F 从 A 点出发，沿着 AB 方向以 $\sqrt{2}$ 个单位/秒的速度向终点 B 匀速运动，当 E, F 中任意一点到达终点时另一点也随之停止运动，连接 EF ，设运动时间为 t 秒，当 t 为何值时， $\triangle AEF$ 为直角三角形？

(3) 如图②，取一根橡皮筋，两端点分别固定在 A, B 处，用铅笔拉着这根橡皮筋使笔尖 P 在直线 AB 上方的抛物线上移动，动点 P 与 A, B 两点构成无数个三角形，在这些三角形中是否存在一个面积最大的三角形？如果存在，求出最大面积，并指出此时点 P 的坐标；如果不存在，请简要说明理由.



【答案】(1) $y = -x^2 + 2x + 3$, $y = -x + 3$; (2) $\frac{9(5\sqrt{2}-3)}{41}$; (3) 存在面积最大，最大是 $\frac{27}{8}$ ，此时点 P $(\frac{3}{2}, \frac{15}{4})$.

【解析】

试题分析：(1) 用待定系数法求出抛物线，直线解析式；

(2) 分两种情况进行计算即可；

(3) 确定出面积达到最大时，直线 PC 和抛物线相交于唯一点，从而确定出直线 PC 解析式，根据锐角三角函数求出 BD ，计算即可. 学科网

试题解析：(1) $\because$ 抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 经过 $A(3, 0)$, $B(0, 3)$ 两点， $\therefore \begin{cases} -9 + 3b + c = 0 \\ c = 3 \end{cases}$, $\therefore \begin{cases} b = 2 \\ c = 3 \end{cases}$,

$\therefore y = -x^2 + 2x + 3$ ，设直线 AB 的解析式为 $y = kx + n$ ， $\therefore \begin{cases} 3k + n = 0 \\ n = 3 \end{cases}$, $\therefore \begin{cases} k = -1 \\ n = 3 \end{cases}$, $\therefore y = -x + 3$;

(2) 由运动得， $OE = t$, $AF = \sqrt{2}t$, $\therefore AE = OA - OE = 3 - t$, $\therefore \triangle AEF$ 为直角三角形， $\therefore \textcircled{1} \triangle AOB \sim \triangle AEF$,

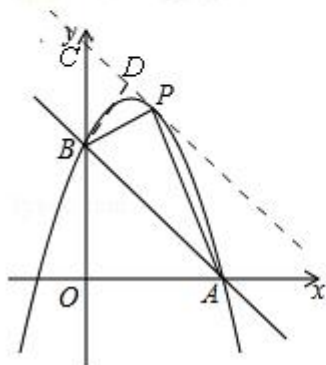
$$\therefore \frac{AF}{AB} = \frac{AE}{OA}, \therefore \frac{\sqrt{2}t}{5} = \frac{3-t}{3}, \therefore t = \frac{15(5-3\sqrt{2})}{7}, \textcircled{2} \triangle AOB \sim \triangle AFE, \therefore \frac{OA}{AF} = \frac{AB}{AE}, \therefore \frac{3}{\sqrt{2}t} = \frac{5}{3-t},$$

$$\therefore t = \frac{9(5\sqrt{2}-3)}{41};$$

(3) 如图, 存在, 过点 P 作 $PC \parallel AB$ 交 y 轴于 C , $\therefore$ 直线 AB 解析式为 $y = -x + 3$, $\therefore$ 设直线 PC 解析式为 $y = -x + b$, 联立 $\begin{cases} y = -x + b \\ y = -x^2 + 2x + 3 \end{cases}$, $\therefore -x + b = -x^2 + 2x + 3$, $\therefore x^2 - 3x + b - 3 = 0$, $\therefore \Delta = 9 - 4(b - 3)$
 $= 0$, $\therefore b = \frac{21}{4}$, $\therefore BC = \frac{21}{4} - 3 = \frac{9}{4}$, $x = \frac{3}{2}$, $\therefore P\left(\frac{3}{2}, \frac{15}{4}\right)$.

过点 B 作 $BD \perp PC$, $\therefore$ 直线 BD 解析式为 $y = x + 3$, $\therefore \sqrt{2} BD = \frac{9}{4}$, $\therefore BD = \frac{9\sqrt{2}}{8}$, $\therefore AB = 3\sqrt{2}$, $S_{\triangle PAB}$
 $= \frac{1}{2} AB \times BD = \frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} \times \frac{9\sqrt{2}}{8} = \frac{27}{8}$.

即: 存在面积最大, 最大是 $\frac{27}{8}$, 此时点 $P\left(\frac{3}{2}, \frac{15}{4}\right)$.



学科网

考点: 二次函数综合题.