

2014 年甘肃省中考数学试卷

定西、酒泉、武威、定西、白银、临夏州、陇南、张掖

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分，每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，将此选项的字母填涂在答题卡上.

1. (3 分) (2014•白银) -3 的绝对值是 ()

- A. 3 B. -3 C. $-\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

考点：绝对值.

分析：计算绝对值要根据绝对值的定义求解. 第一步列出绝对值的表达式；第二步根据绝对值定义去掉这个绝对值的符号.

解答：解： -3 的绝对值是 3.

故选：A.

点评：此题主要考查了绝对值的定义，规律总结：一个正数的绝对值是它本身；一个负数的绝对值是它的相反数；0 的绝对值是 0.

2. (3 分) (2014•白银) 节约是一种美德，节约是一种智慧. 据不完全统计，全国每年浪费食物总量折合粮食可养活约 3 亿 5 千万人. $350\,000\,000$ 用科学记数法表示为 ()

- A. 3.5×10^7 B. 3.5×10^8 C. 3.5×10^9 D. 3.5×10^{10}

考点：科学记数法—表示较大的数.

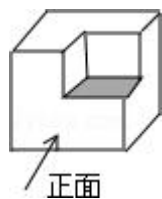
分析：科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值是易错点，由于 $350\,000\,000$ 有 9 位，所以可以确定 $n=9-1=8$.

解答：解： $350\,000\,000=3.5 \times 10^8$.

故选 B.

点评：此题考查科学记数法表示较大的数的方法，准确确定 a 与 n 值是关键.

3. (3 分) (2014•白银) 如图的几何体是由一个正方体切去一个小正方体形成的，它的主视图是 ()



- A.  B.  C.  D. 

考点：简单组合体的三视图.

分析：根据从正面看得到的图形是主视图，可得答案.

解答：解：主视图是正方形的右上角有个小正方形，

故选：D.

点评：本题考查了简单组合体的三视图，从正面看得到的图形是主视图.

4. (3 分) (2014•白银) 下列计算错误的是 ()

- A. $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6}$ B. $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$ C. $\sqrt{12} \div \sqrt{3} = 2$ D. $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

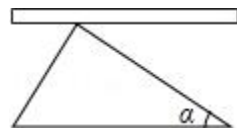
考点: 二次根式的混合运算.

分析: 利用二次根式的运算方法逐一算出结果, 比较得出答案即可.

解答: 解: A、 $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{6}$, 计算正确;
B、 $\sqrt{2} + \sqrt{3}$, 不能合并, 原题计算错误;
C、 $\sqrt{12} \div \sqrt{3} = \sqrt{4} = 2$, 计算正确;
D、 $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$, 计算正确.
故选: B.

点评: 此题考查二次根式的运算方法和化简, 掌握计算和化简的方法是解决问题的关键.

5. (3 分) (2014•白银) 将直角三角尺的直角顶点靠在直尺上, 且斜边与这根直尺平行, 那么, 在形成的这个图中与 $\angle \alpha$ 互余的角共有 ()

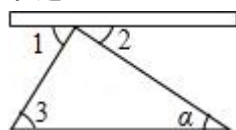


- A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

考点: 平行线的性质; 余角和补角.

分析: 由互余的定义、平行线的性质, 利用等量代换求解即可.

解答: 解: $\because$ 斜边与这根直尺平行,
 $\therefore \angle \alpha = \angle 2$,
又 $\because \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$,
 $\therefore \angle 1 + \angle \alpha = 90^\circ$,
又 $\angle \alpha + \angle 3 = 90^\circ$
 $\therefore$ 与 α 互余的角为 $\angle 1$ 和 $\angle 3$.
故选 C.



点评: 此题考查的是对平行线的性质的理解, 目的是找出与 $\angle \alpha$ 和为 90° 的角.

6. (3 分) (2014•白银) 下列图形中, 是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()

- A.  B.  C.  D. 

考点: 中心对称图形; 轴对称图形.

分析: 根据中心对称图形的定义旋转 180° 后能够与原图形完全重合即是中心对称图形, 以及轴对称图形的定义即可判断出.

解答: 解: A、 $\because$ 此图形旋转 180° 后不能与原图形重合, $\therefore$ 此图形不是中心对称图形, 是轴对称图形, 故此选项错误;

B、 $\because$ 此图形旋转 180° 后不能与原图形重合, $\therefore$ 此图形不是中心对称图形, 是轴对称图形, 故此选项错误;

C、此图形旋转 180° 后能与原图形重合, 此图形是中心对称图形, 不是轴对称图形, 故此选项错误;

D、 $\because$ 此图形旋转 180° 后能与原图形重合, $\therefore$ 此图形是中心对称图形, 也是轴对称图形, 故此选项正确.

故选: D.

点评: 此题主要考查了中心对称图形与轴对称的定义, 根据定义得出图形形状是解决问题的关键.

7. (3 分) (2014•白银) 已知 $\odot O$ 的半径是 6cm, 点 O 到同一平面内直线 l 的距离为 5cm, 则直线 l 与 $\odot O$ 的位置关系是 ()

- A. 相交 B. 相切 C. 相离 D. 无法判断

考点: 直线与圆的位置关系.

分析: 设圆的半径为 r, 点 O 到直线 l 的距离为 d, 若 $d < r$, 则直线与圆相交; 若 $d = r$, 则直线与圆相切; 若 $d > r$, 则直线与圆相离, 从而得出答案.

解答: 解: 设圆的半径为 r, 点 O 到直线 l 的距离为 d,

$$\because d = 5, r = 6,$$

$$\therefore d < r,$$

$\therefore$ 直线 l 与圆相交.

故选 A.

点评: 本题考查的是直线与圆的位置关系, 解决此类问题可通过比较圆心到直线距离 d 与圆半径大小关系完成判定.

8. (3 分) (2014•白银) 用 10 米长的铝材制成一个矩形窗框, 使它的面积为 6 平方米. 若设它的一条边长为 x 米, 则根据题意可列出关于 x 的方程为 ()

- A. $x(5+x) = 6$ B. $x(5-x) = 6$ C. $x(10-x) = 6$ D. $x(10-2x) = 6$

考点: 由实际问题抽象出一元二次方程.

专题: 几何图形问题.

分析: 一边长为 x 米, 则另外一边长为: $5 - x$, 根据它的面积为 5 平方米, 即可列出方程式.

解答: 解: 一边长为 x 米, 则另外一边长为: $5 - x$,

$$\text{由题意得: } x(5-x) = 6,$$

故选: B.

点评: 本题考查了由实际问题抽象出一元二次方程, 难度适中, 解答本题的关键读懂题意列出方程式.

9. (3 分) (2014•白银) 二次函数 $y = x^2 + bx + c$, 若 $b + c = 0$, 则它的图象一定过点 ()

- A. $(-1, -1)$ B. $(1, -1)$ C. $(-1, 1)$ D. $(1, 1)$

考点: 二次函数图象与系数的关系.

分析: 此题可将 $b + c = 0$ 代入二次函数, 变形得 $y = x^2 + b(x - 1)$, 若图象一定过某点, 则与 b 无关,

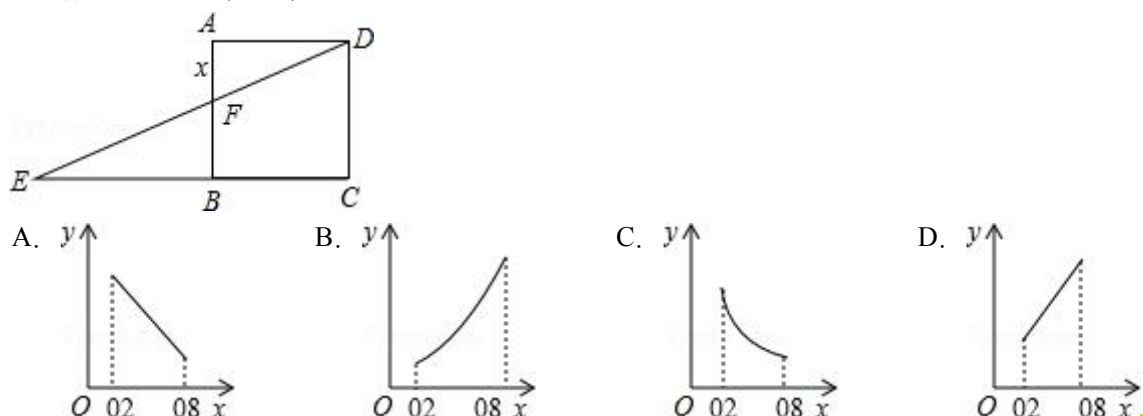
令 b 的系数为 0 即可.

解答: 解: 对二次函数 $y=x^2+bx+c$, 将 $b+c=0$ 代入可得: $y=x^2+b(x-1)$,
则它的图象一定过点 $(1, 1)$.

故选 D.

点评: 本题考查了二次函数与系数的关系, 在这里解定点问题, 应把 b 当做变量, 令其系数为 0 进行求解.

10. (3 分) (2014•白银) 如图, 边长为 1 的正方形 ABCD 中, 点 E 在 CB 延长线上, 连接 ED 交 AB 于点 F, $AF=x$ ($0.2 \leq x \leq 0.8$), $EC=y$. 则在下面函数图象中, 大致能反映 y 与 x 之



考点: 动点问题的函数图象.

分析: 通过相似三角形 $\triangle EFB \sim \triangle EDC$ 的对应边成比例列出比例式 $\frac{1-x}{1} = \frac{y-1}{y}$, 从而得到 y 与 x 之间函数关系式, 从而推知该函数图象.

解答: 解: 根据题意知, $BF=1-x$, $BE=y-1$, 且 $\triangle EFB \sim \triangle EDC$,

$$\text{则 } \frac{BF}{DC} = \frac{BE}{EC}, \text{ 即 } \frac{1-x}{1} = \frac{y-1}{y},$$

所以 $y = \frac{1}{x}$ ($0.2 \leq x \leq 0.8$), 该函数图象是位于第一象限的双曲线的一部分.

A、D 的图象都是直线的一部分, B 的图象是抛物线的一部分, C 的图象是双曲线的一部分.
故选 C.

点评: 本题考查了动点问题的函数图象. 解题时, 注意自变量 x 的取值范围.

二、填空题: 本大题共 8 小题, 每小题 4 分, 共 32 分. 把答案写在答题卡中的横线上.

11. (4 分) (2014•白银) 分解因式: $2a^2 - 4a + 2 = \underline{2(a-1)^2}$.

考点: 提公因式法与公式法的综合运用.

专题: 计算题.

分析: 先提公因式 2, 再利用完全平方公式分解因式即可.

解答: 解: $2a^2 - 4a + 2$,
 $= 2(a^2 - 2a + 1)$,
 $= 2(a-1)^2$.

点评: 本题考查用提公因式法和公式法进行因式分解的能力, 一个多项式有公因式首先提取公因式,

然后再用其他方法进行因式分解，同时因式分解要彻底，直到不能分解为止.

12. (4分) (2014•白银) 化简: $\frac{x^2}{x-2} + \frac{4}{2-x} = \underline{x+2}$.

考点: 分式的加减法.

专题: 计算题.

分析: 先转化为同分母 $(x-2)$ 的分式相加减, 然后约分即可得解.

解答:

$$\begin{aligned}\text{解: } & \frac{x^2}{x-2} + \frac{4}{2-x} \\ &= \frac{x^2}{x-2} - \frac{4}{x-2} \\ &= \frac{(x+2)(x-2)}{x-2} \\ &= x+2.\end{aligned}$$

故答案为: $x+2$.

点评: 本题考查了分式的加减法, 把互为相反数的分母化为同分母是解题的关键.

13. (4分) (2014•白银) 等腰 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=10\text{cm}$, $BC=12\text{cm}$, 则 BC 边上的高是 8 cm .

考点: 勾股定理; 等腰三角形的性质.

分析: 利用等腰三角形的“三线合一”的性质得到 $BD=\frac{1}{2}BC=6\text{cm}$, 然后在直角 $\triangle ABD$ 中, 利用勾股定理求得高线 AD 的长度.

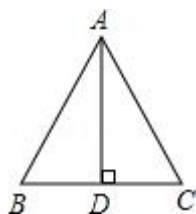
解答: 解: 如图, AD 是 BC 边上的高线.

$$\because AB=AC=10\text{cm}, BC=12\text{cm},$$

$$\therefore BD=CD=6\text{cm},$$

$$\therefore \text{在直角}\triangle ABD\text{中, 由勾股定理得到: } AD=\sqrt{AB^2-BD^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8(\text{cm}).$$

故答案是: 8.



点评: 本题主要考查了等腰三角形的三线合一定理和勾股定理. 等腰三角形底边上的高线把等腰三角形分成两个全等的直角三角形.

14. (4分) (2014•白银) 一元二次方程 $(a+1)x^2 - ax + a^2 - 1 = 0$ 的一个根为 0, 则 $a = \underline{1}$.

考点：一元二次方程的定义.

专题：计算题.

分析：根据一元二次方程的定义和一元二次方程的解的定义得到 $a+1 \neq 0$ 且 $a^2 - 1 = 0$ ，然后解不等式和方程即可得到 a 的值.

解答：解： $\because$ 一元二次方程 $(a+1)x^2 - ax + a^2 - 1 = 0$ 的一个根为 0，
 $\therefore a+1 \neq 0$ 且 $a^2 - 1 = 0$ ，
 $\therefore a = 1$.

故答案为 1.

点评：本题考查了一元二次方程的定义：含一个未知数，并且未知数的最高次数为 2 的整式方程叫一元二次方程，其一般式为 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$)，也考查了一元二次方程的解的定义.

15. (4 分) (2014•白银) $\triangle ABC$ 中， $\angle A$ 、 $\angle B$ 都是锐角，若 $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ， $\cos B = \frac{1}{2}$ ，则 $\angle C =$ 60° .

考点：特殊角的三角函数值；三角形内角和定理.

分析：先根据特殊角的三角函数值求出 $\angle A$ 、 $\angle B$ 的度数，再根据三角形内角和定理求出 $\angle C$ 即可作出判断.

解答：解： $\because \triangle ABC$ 中， $\angle A$ 、 $\angle B$ 都是锐角 $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ， $\cos B = \frac{1}{2}$ ，
 $\therefore \angle A = \angle B = 60^\circ$ ，
 $\therefore \angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ$ ，
故答案为： 60° .

点评：本题考查的是特殊角的三角函数值及三角形内角和定理，比较简单.

16. (4 分) (2014•白银) 已知 x 、 y 为实数，且 $y = \sqrt{x^2 - 9} - \sqrt{9 - x^2} + 4$ ，则 $x - y =$ -1 或 -7 .

考点：二次根式有意义的条件.

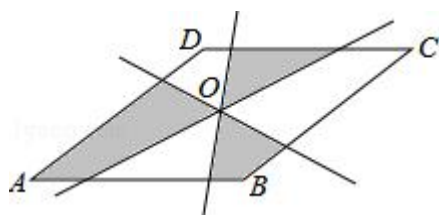
专题：计算题.

分析：根据一对相反数同时为二次根式的被开方数，那么被开方数为 0 可得 x 可能的值，进而得到 y 的值，相减即可.

解答：解：由题意得 $x^2 - 9 = 0$ ，
解得 $x = \pm 3$ ，
 $\therefore y = 4$ ，
 $\therefore x - y = -1$ 或 -7 ，
故答案为 -1 或 -7 .

点评：考查二次根式有意义的相关计算；得到 x 可能的值是解决本题的关键；用到的知识点为：一对相反数同时为二次根式的被开方数，那么被开方数为 0.

17. (4 分) (2014•白银) 如图，四边形 $ABCD$ 是菱形， O 是两条对角线的交点，过 O 点的三条直线将菱形分成阴影和空白部分. 当菱形的两条对角线的长分别为 6 和 8 时，则阴影部分的面积为 12.



考点：中心对称；菱形的性质.

分析：根据菱形的面积等于对角线乘积的一半求出面积，再根据中心对称的性质判断出阴影部分的面积等于菱形的面积的一半解答.

解答：解：∵菱形的两条对角线的长分别为 6 和 8，

$$\therefore \text{菱形的面积} = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24,$$

∵O 是菱形两条对角线的交点，

$$\therefore \text{阴影部分的面积} = \frac{1}{2} \times 24 = 12.$$

故答案为：12.

点评：本题考查了中心对称，菱形的性质，熟记性质并判断出阴影部分的面积等于菱形的面积的一半是解题的关键.

18. (4 分) (2014•白银) 观察下列各式：

$$1^3 = 1^2$$

$$1^3 + 2^3 = 3^2$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 = 6^2$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = 10^2$$

...

猜想 $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 10^3 = \underline{55^2}$.

考点：规律型：数字的变化类.

专题：压轴题；规律型.

分析： $1^3 = 1^2$

$$1^3 + 2^3 = (1+2)^2 = 3^2$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 = (1+2+3)^2 = 6^2$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = (1+2+3+4)^2 = 10^2$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 10^3 = (1+2+3+\dots+10)^2 = 55^2.$$

解答：解：根据数据可分析出规律为从 1 开始，连续 n 个数的立方和 = $(1+2+\dots+n)^2$

$$\text{所以 } 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 10^3 = (1+2+3+\dots+10)^2 = 55^2.$$

点评：本题的规律为：从 1 开始，连续 n 个数的立方和 = $(1+2+\dots+n)^2$.

三、解答题 (一)：本大题共 5 小题，共 38 分. 解答时，应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

19. (6 分) (2014•白银) 计算： $(-2)^3 + \frac{1}{3} \times (2014 + \pi)^0 - |-\frac{1}{3}| + \tan^2 60^\circ$.

考点：实数的运算；零指数幂；特殊角的三角函数值.

专题：计算题.

分析：原式第一项利用乘方的意义化简，第二项利用零指数幂法则计算，第三项利用绝对值的代数意义化简，最后一项利用特殊角的三角函数值计算即可得到结果.

解答：解：原式 $=-8+\frac{1}{3}-\frac{1}{3}+3=-5$.

点评：此题考查了实数的运算，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

20. (6分) (2014•白银) 阅读理解:

我们把 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ 称作二阶行列式，规定他的运算法则为 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}=ad-bc$. 如 $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}=2\times 5-3\times 4=-2$.

如果有 $\begin{vmatrix} 2 & 3-x \\ 1 & x \end{vmatrix}>0$ ，求 x 的解集.

考点：解一元一次不等式.

专题：阅读型.

分析：首先看懂题目所给的运算法则，再根据法则得到 $2x-(3-x)>0$ ，然后去括号、移项、合并同类项，再把 x 的系数化为 1 即可.

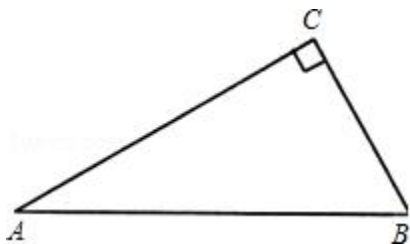
解答：解：由题意得 $2x-(3-x)>0$ ，
去括号得： $2x-3+x>0$ ，
移项合并同类项得： $3x>3$ ，
把 x 的系数化为 1 得： $x>1$.

点评：此题主要考查了一元一次不等式的解法，关键是看懂题目所给的运算法则，根据题意列出不等式.

21. (8分) (2014•白银) 如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $\angle A=30^\circ$.

(1) 用尺规作图作 AB 边上的中垂线 DE ，交 AC 于点 D ，交 AB 于点 E . (保留作图痕迹，不要求写作法和证明)；

(2) 连接 BD ，求证： BD 平分 $\angle CBA$.



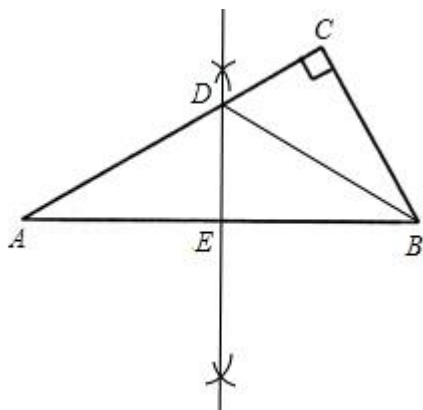
考点：作图—复杂作图；线段垂直平分线的性质.

专题：作图题；证明题；压轴题.

分析：(1) 分别以 A 、 B 为圆心，以大于 $\frac{1}{2}AB$ 的长度为半径画弧，过两弧的交点作直线，交 AC 于点 D ，交 AB 于点 E ，直线 DE 就是所要作的 AB 边上的中垂线；
(2) 根据线段垂直平分线上的点到线段两端点的距离相等可得 $AD=BD$ ，再根据等边对等角的性质求出 $\angle ABD=\angle A=30^\circ$ ，然后求出 $\angle CBD=30^\circ$ ，从而得到 BD 平分 $\angle CBA$.

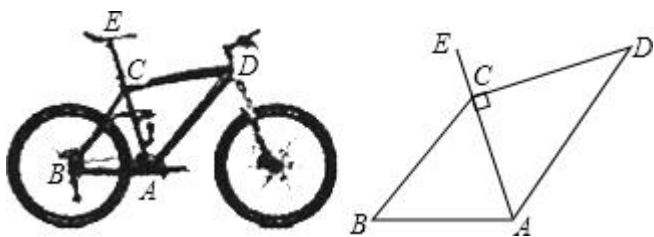
解答：(1) 解：如图所示， DE 就是要求作的 AB 边上的中垂线；

(2) 证明: $\because DE$ 是 AB 边上的中垂线, $\angle A=30^\circ$,
 $\therefore AD=BD$,
 $\therefore \angle ABD=\angle A=30^\circ$,
 $\because \angle C=90^\circ$,
 $\therefore \angle ABC=90^\circ - \angle A=90^\circ - 30^\circ=60^\circ$,
 $\therefore \angle CBD=\angle ABC - \angle ABD=60^\circ - 30^\circ=30^\circ$,
 $\therefore \angle ABD=\angle CBD$,
 $\therefore BD$ 平分 $\angle CBA$.



点评: 本题考查了线段垂直平分线的作法以及线段垂直平分线上的点到线段两端点的距离相等的性质, 难度不大, 需熟练掌握.

22. (8分) (2014•白银) 为倡导“低碳生活”, 人们常选择以自行车作为代步工具. 图 (1) 所示的是一辆自行车的实物图. 图 (2) 是这辆自行车的部分几何示意图, 其中车架档 AC 与 CD 的长分别为 45cm 和 60cm , 且它们互相垂直, 座杆 CE 的长为 20cm . 点 A 、 C 、 E 在同一条直线上, 且 $\angle CAB=75^\circ$. (参考数据: $\sin 75^\circ=0.966$, $\cos 75^\circ=0.259$, $\tan 75^\circ=3.732$)



- (1) 求车架档 AD 的长;
- (2) 求车座点 E 到车架档 AB 的距离 (结果精确到 1cm).

考点: 解直角三角形的应用.

分析: (1) 在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中利用勾股定理求 AD 即可.

(2) 过点 E 作 $EF \perp AB$, 在 $\text{Rt}\triangle EFA$ 中, 利用三角函数求 $EF=AE \sin 75^\circ$, 即可得到答案.

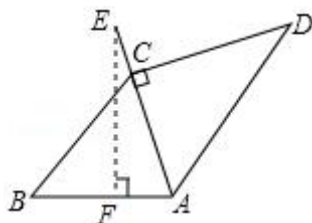
解答: 解: (1) $\because$ 在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中, $AC=45\text{cm}$, $DC=60\text{cm}$

$$\therefore AD=\sqrt{45^2+60^2}=75 \text{ (cm)},$$

$\therefore$ 车架档 AD 的长是 75cm ;

(2) 过点 E 作 $EF \perp AB$, 垂足为 F ,

$\therefore AE = AC + CE = (45 + 20) \text{ cm},$
 $\therefore EF = AE \sin 75^\circ = (45 + 20) \sin 75^\circ \approx 62.7835 \approx 63 \text{ (cm)},$
 $\therefore$ 车座点 E 到车架档 AB 的距离约是 63cm.



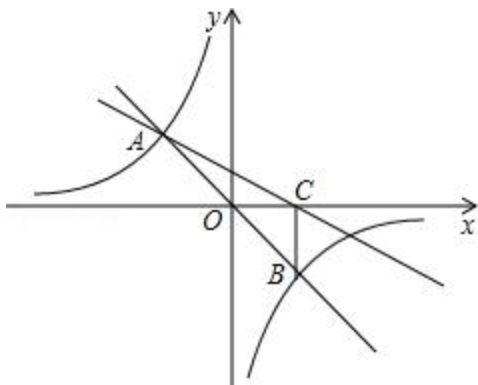
点评: 此题主要考查了勾股定理与三角函数的应用，关键把实际问题转化为数学问题加以计算.

23. (10 分) (2014•白银) 如图，在直角坐标系 xOy 中，直线 $y = mx$ 与双曲线 $y = \frac{n}{x}$ 相交于 A

$(-1, a)$ 、B 两点， $BC \perp x$ 轴，垂足为 C， $\triangle AOC$ 的面积是 1.

(1) 求 m 、 n 的值；

(2) 求直线 AC 的解析式.



考点: 反比例函数与一次函数的交点问题.

专题: 计算题.

分析: (1) 由题意，根据对称性得到 B 的横坐标为 1，确定出 C 的坐标，根据三角形 AOC 的面积求出 A 的纵坐标，确定出 A 坐标，将 A 坐标代入一次函数与反比例函数解析式，即可求出 m 与 n 的值；

(2) 设直线 AC 解析式为 $y = kx + b$ ，将 A 与 C 坐标代入求出 k 与 b 的值，即可确定出直线 AC 的解析式.

解答: 解：(1) $\because$ 直线 $y = mx$ 与双曲线 $y = \frac{n}{x}$ 相交于 A $(-1, a)$ 、B 两点，

$\therefore$ B 点横坐标为 1，即 C $(1, 0)$ ，

$\because \triangle AOC$ 的面积为 1，

$\therefore$ A $(-1, 2)$ ，

将 A $(-1, 2)$ 代入 $y = mx$ ， $y = \frac{n}{x}$ 可得 $m = -2$ ， $n = -2$ ；

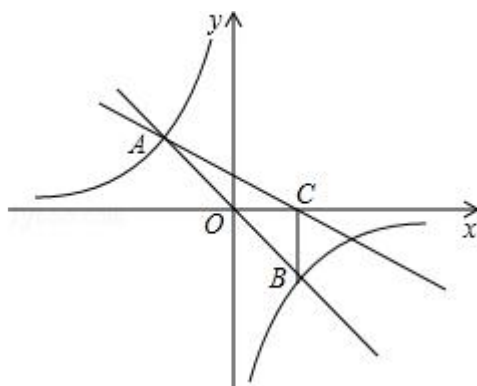
(2) 设直线 AC 的解析式为 $y = kx + b$ ，

$\because y = kx + b$ 经过点 A $(-1, 2)$ 、C $(1, 0)$

$$\therefore \begin{cases} -k+b=2 \\ k+b=0 \end{cases},$$

解得 $k = -1$, $b = 1$,

$\therefore$ 直线 AC 的解析式为 $y = -x + 1$.



点评: 此题考查了一次函数与反比例函数的交点问题，涉及的知识有：反比例函数的图象与性质，待定系数法确定函数解析式，熟练掌握待定系数法是解本题的关键.

四、解答题 (二): 本大题共 5 小题，共 50 分. 解答时，应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

24. (8 分) (2014•白银) 在一个不透明的布袋里装有 4 个标号为 1、2、3、4 的小球，它们的材质、形状、大小完全相同，小凯从布袋里随机取出一个小球，记下数字为 x ，小敏从剩下的 3 个小球中随机取出一个小球，记下数字为 y ，这样确定了点 P 的坐标 (x, y) .

(1) 请你运用画树状图或列表的方法，写出点 P 所有可能的坐标;

(2) 求点 (x, y) 在函数 $y = -x + 5$ 图象上的概率.

考点: 列表法与树状图法; 一次函数图象上点的坐标特征.

分析: (1) 首先根据题意画出表格，即可得到 P 的所以坐标;

(2) 然后由表格求得所有等可能的结果与数字 x 、 y 满足 $y = -x + 5$ 的情况，再利用概率公式求解即可求得答案

解答: 解：列表得：

y x (x, y)	1	2	3	4
1		(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)
2	(2, 1)		(2, 3)	(2, 4)
3	(3, 1)	(3, 2)		(3, 4)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	

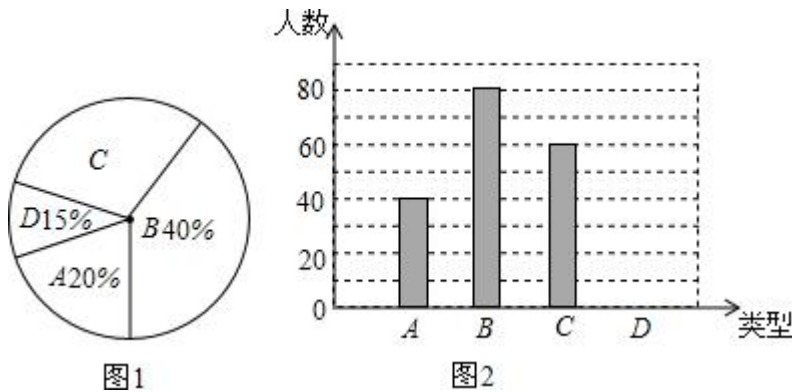
(1) 点 P 所有可能的坐标有：(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 2), (3, 4), (4, 1), (4, 2), (4, 3) 共 12 种;

(2) $\because$ 共有 12 种等可能的结果，其中在函数 $y = -x + 5$ 图象上的有 4 种，即：(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)

∴点 P (x, y) 在函数 $y = -x + 5$ 图象上的概率为: $P = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

点评: 此题考查的是用列表法或树状图法求概率与不等式的性质. 注意树状图法与列表法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果, 列表法适合于两步完成的事件; 树状图法适合两步或两步以上完成的事件; 注意概率=所求情况数与总情况数之比.

25. (10 分) (2014•白银) 某校课外小组为了解同学们对学校“阳光跑操”活动的喜欢程度, 抽取部分学生进行调查, 被调查的每个学生按 A (非常喜欢)、B (比较喜欢)、C (一般)、D (不喜欢) 四个等级对活动评价, 图 1 和图 2 是该小组采集数据后绘制的两幅统计图, 经确认扇形统计图是正确的, 而条形统计图尚有一处错误且并不完整. 请你根据统计图提供的信息, 解答下列问题:



- (1) 此次调查的学生人数为 200;
- (2) 条形统计图中存在错误的是 C (填 A、B、C、D 中的一个), 并在图中加以改正;
- (3) 在图 2 中补画条形统计图中不完整的部分;
- (4) 如果该校有 600 名学生, 那么对此活动“非常喜欢”和“比较喜欢”的学生共有多少人?

考点: 条形统计图; 用样本估计总体; 扇形统计图.

分析: (1) 根据 A、B 的人数和所占的百分比求出抽取的学生人数, 并判断出条形统计图 A、B 长方形是正确的;
 (2) 根据 (1) 的计算判断出 C 的条形高度错误, 用调查的学生人数乘以 C 所占的百分比计算即可得解;
 (3) 求出 D 的人数, 然后补全统计图即可;
 (4) 用总人数乘以 A、B 所占的百分比计算即可得解.

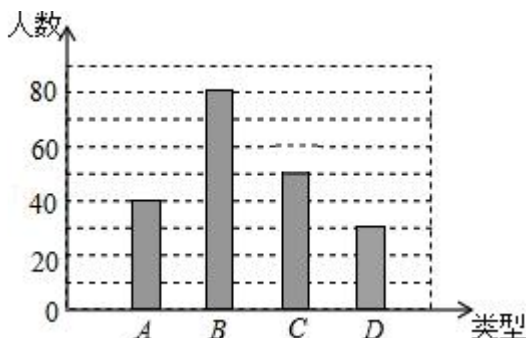
解答: 解: (1) $\because 40 \div 20\% = 200$,
 $80 \div 40\% = 200$,
 $\therefore$ 此次调查的学生人数为 200;

(2) 由 (1) 可知 C 条形高度错误,
 应为: $200 \times (1 - 20\% - 40\% - 15\%) = 200 \times 25\% = 50$,
 即 C 的条形高度改为 50;
 故答案为: 200; C;

(3) D 的人数为: $200 \times 15\% = 30$;

(4) $600 \times (20\% + 40\%) = 360$ (人),

答: 该校对此活动“非常喜欢”和“比较喜欢”的学生有 360 人.

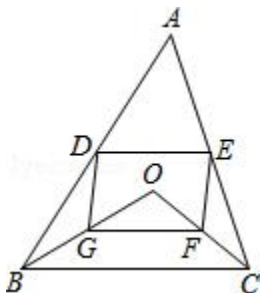


点评: 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用. 读懂统计图, 从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键. 条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据; 扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小.

26. (10 分) (2014•白银) D、E 分别是不等边三角形 ABC (即 $AB \neq BC \neq AC$) 的边 AB、AC 的中点. O 是 $\triangle ABC$ 所在平面上的动点, 连接 OB、OC, 点 G、F 分别是 OB、OC 的中点, 顺次连接点 D、G、F、E.

(1) 如图, 当点 O 在 $\triangle ABC$ 的内部时, 求证: 四边形 DGFE 是平行四边形;

(2) 若四边形 DGFE 是菱形, 则 OA 与 BC 应满足怎样的数量关系? (直接写出答案, 不需要说明理由.)



考点: 三角形中位线定理; 平行四边形的判定; 菱形的判定.

分析: (1) 根据三角形的中位线平行于第三边并且等于第三边的一半可得 $DE \parallel BC$ 且 $DE = \frac{1}{2}BC$,

$GF \parallel BC$ 且 $GF = \frac{1}{2}BC$, 从而得到 $DE \parallel GF$, $DE = GF$, 再利用一组对边平行且相等的四边形是平行四边形证明即可;

(2) 根据邻边相等的平行四边形是菱形解答.

解答: (1) 证明: $\because$ D、E 分别是 AB、AC 边的中点,

$$\therefore DE \parallel BC, \text{ 且 } DE = \frac{1}{2}BC,$$

$$\text{同理, } GF \parallel BC, \text{ 且 } GF = \frac{1}{2}BC,$$

$$\therefore DE \parallel GF \text{ 且 } DE = GF,$$

$\therefore$ 四边形 DEFG 是平行四边形;

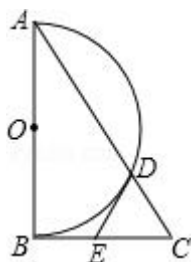
(2) 解: 当 $OA=BC$ 时, 平行四边形 $DEFG$ 是菱形.

点评: 本题考查了三角形的中位线平行于第三边并且等于第三边的一半, 平行四边形的判定, 菱形的判定以及平行四边形与菱形的关系, 熟记的定理和性质是解题的关键.

27. (10 分) (2014·白银) 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=90^\circ$, 以 AB 为直径作半圆 $\odot O$ 交 AC 于点 D , 点 E 为 BC 的中点, 连接 DE .

(1) 求证: DE 是半圆 $\odot O$ 的切线.

(2) 若 $\angle BAC=30^\circ$, $DE=2$, 求 AD 的长.



考点: 切线的判定.

专题: 计算题.

分析: (1) 连接 OD , OE , 由 AB 为圆的直径得到 $\triangle BCD$ 为直角三角形, 再由 E 为斜边 BC 的中点, 得到 $DE=BE=DC$, 再由 $OB=OD$, OE 为公共边, 利用 SSS 得到 $\triangle OBE$ 与 $\triangle ODE$ 全等, 由全等三角形的对应角相等得到 DE 与 OD 垂直, 即可得证;

(2) 在直角三角形 ABC 中, 由 $\angle BAC=30^\circ$, 得到 BC 为 AC 的一半, 根据 $BC=2DE$ 求出 BC 的长, 确定出 AC 的长, 再由 $\angle C=60^\circ$, $DE=EC$ 得到 $\triangle EDC$ 为等边三角形, 可得出 DC 的长, 由 $AC-CD$ 即可求出 AD 的长.

解答: (1) 证明: 连接 OD , OE ,

$\because AB$ 为圆 O 的直径,

$\therefore \angle ADB = \angle BDC = 90^\circ$,

在 $\text{Rt}\triangle BDC$ 中, E 为斜边 BC 的中点,

$\therefore DE=BE$,

在 $\triangle OBE$ 和 $\triangle ODE$ 中,

$$\begin{cases} OB=OD \\ OE=OE, \\ BE=DE \end{cases}$$

$\therefore \triangle OBE \cong \triangle ODE$ (SSS),

$\therefore \angle ODE = \angle ABC = 90^\circ$,

则 DE 为圆 O 的切线;

(2) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=30^\circ$,

$$\therefore BC = \frac{1}{2}AC,$$

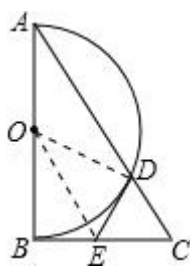
$$\because BC = 2DE = 4,$$

$$\therefore AC = 8,$$

又 $\because \angle C = 60^\circ$, $DE=DC$,

$\therefore \triangle DEC$ 为等边三角形, 即 $DC=DE=2$,

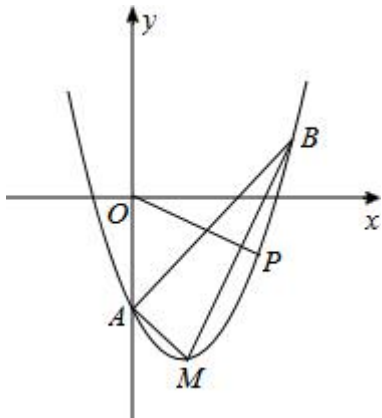
则 $AD=AC-DC=6$.



点评: 此题考查了切线的判定, 以及全等三角形的判定与性质, 熟练掌握切线的判定方法是解本题的关键.

28. (12分) (2014•白银) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 顶点为 M 的抛物线是由抛物线 $y=x^2-3$ 向右平移一个单位后得到的, 它与 y 轴负半轴交于点 A , 点 B 在该抛物线上, 且横坐标为 3.

- (1) 求点 M 、 A 、 B 坐标;
- (2) 联结 AB 、 AM 、 BM , 求 $\angle ABM$ 的正切值;
- (3) 点 P 是顶点为 M 的抛物线上一点, 且位于对称轴的右侧, 设 PO 与 x 正半轴的夹角为 α , 当 $\alpha=\angle ABM$ 时, 求 P 点坐标.



考点: 二次函数综合题.

专题: 压轴题.

分析: (1) 根据向右平移横坐标加写出平移后的抛物线解析式, 然后写出顶点 M 的坐标, 令 $x=0$ 求出 A 点的坐标, 把 $x=3$ 代入函数解析式求出点 B 的坐标;

(2) 过点 B 作 $BE \perp AO$ 于 E , 过点 M 作 $MF \perp AO$ 于 M , 然后求出 $\angle EAB=\angle EBA=45^\circ$, 同理求出 $\angle FAM=\angle FMA=45^\circ$, 然后求出 $\triangle ABE$ 和 $\triangle AMF$ 相似, 根据相似三角形对应边成比例列式求出 $\frac{AM}{AB}$, 再求出 $\angle BAM=90^\circ$, 然后根据锐角的正切等于对边比邻边列式即可得解;

(3) 过点 P 作 $PH \perp x$ 轴于 H , 分点 P 在 x 轴的上方和下方两种情况利用 α 的正切值列出方程求解即可.

解答: 解: (1) 抛物线 $y=x^2-3$ 向右平移一个单位后得到的函数解析式为 $y=(x-1)^2-3$, 顶点 $M(1, -3)$,

令 $x=0$, 则 $y=(0-1)^2-3=-2$,

点 $A(0, -2)$,

$x=3$ 时, $y=(3-1)^2-3=4-3=1$,

点 B (3, 1);

(2) 过点 B 作 $BE \perp AO$ 于 E, 过点 M 作 $MF \perp AO$ 于 M,

$$\therefore EB=EA=3,$$

$$\therefore \angle EAB = \angle EBA = 45^\circ,$$

同理可求 $\angle FAM = \angle FMA = 45^\circ$,

$$\therefore \triangle ABE \sim \triangle AMF,$$

$$\therefore \frac{AM}{AB} = \frac{AF}{AE} = \frac{1}{3},$$

又 $\therefore \angle BAM = 180^\circ - 45^\circ \times 2 = 90^\circ$,

$$\therefore \tan \angle ABM = \frac{AM}{AB} = \frac{1}{3},$$

(3) 过点 P 作 $PH \perp x$ 轴于 H,

$$\therefore y = (x-1)^2 - 3 = x^2 - 2x - 2,$$

$\therefore$ 设点 P (x, $x^2 - 2x - 2$),

$$\text{①点 P 在 x 轴的上方时, } \frac{x^2 - 2x - 2}{x} = \frac{1}{3},$$

整理得, $3x^2 - 7x - 6 = 0$,

$$\text{解得 } x_1 = -\frac{2}{3} \text{ (舍去), } x_2 = 3,$$

$\therefore$ 点 P 的坐标为 (3, 1);

$$\text{②点 P 在 x 轴下方时, } \frac{-(x^2 - 2x - 2)}{x} = \frac{1}{3},$$

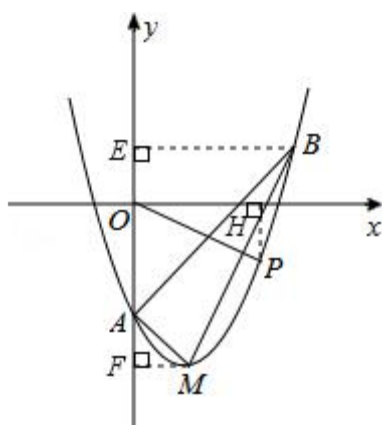
整理得, $3x^2 - 5x - 6 = 0$,

$$\text{解得 } x_1 = \frac{5 - \sqrt{97}}{6} \text{ (舍去), } x_2 = \frac{5 + \sqrt{97}}{6},$$

$$x = \frac{5 + \sqrt{97}}{6} \text{ 时, } x^2 - 2x - 2 = -\frac{1}{3} \times \frac{5 + \sqrt{97}}{6} = -\frac{5 + \sqrt{97}}{18},$$

$$\therefore \text{点 P 的坐标为 } \left(\frac{5 + \sqrt{97}}{6}, -\frac{5 + \sqrt{97}}{18} \right),$$

综上所述, 点 P 的坐标为 (3, 1) 或 $\left(\frac{5 + \sqrt{97}}{6}, -\frac{5 + \sqrt{97}}{18} \right)$.



点评: 本题是二次函数的综合题型，主要利用了二次函数图象与几何变换，抛物线与坐标轴的交点的求法，相似三角形的判定与性质，锐角三角形函数，难点在于作辅助线并分情况讨论.