

2021 年湖南省怀化市中考数学试卷

一、选择题（每小题 4 分，共 40 分；每小题的四个选项中只有一项是正确的，请将正确选项的代号填涂在答题卡的相应位置上）

1.（4 分）数轴上表示数 5 的点和原点的距离是（ ）

- A. $\frac{1}{5}$ B. 5 C. -5 D. $-\frac{1}{5}$

2.（4 分）到 2020 年底，我国完成了“脱贫攻坚”任务，有约 9980 万的贫困人口实现了脱贫．将数据 9980 万用科学记数法表示是（ ）

- A. 9.98×10^3 B. 9.98×10^5 C. 9.98×10^6 D. 9.98×10^7

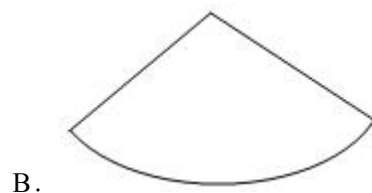
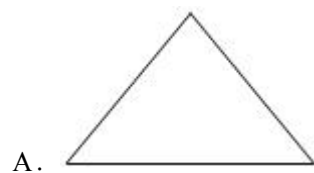
3.（4 分）以下说法错误的是（ ）

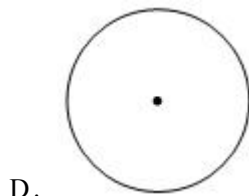
- A. 多边形的内角大于任何一个外角
B. 任意多边形的外角和是 360°
C. 正六边形是中心对称图形
D. 圆内接四边形的对角互补

4.（4 分）对于一元二次方程 $2x^2 - 3x + 4 = 0$ ，则它根的情况为（ ）

- A. 没有实数根 B. 两根之和是 3
C. 两根之积是 -2 D. 有两个不相等的实数根

5.（4 分）下列图形中，可能是圆锥侧面展开图的是（ ）





6. (4分) 定义 $a \otimes b = 2a + \frac{1}{b}$, 则方程 $3 \otimes x = 4 \otimes 2$ 的解为 ()

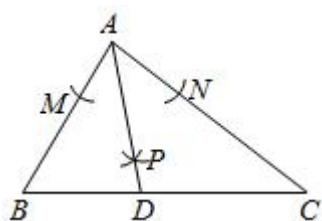
A. $x = \frac{1}{5}$

B. $x = \frac{2}{5}$

C. $x = \frac{3}{5}$

D. $x = \frac{4}{5}$

7. (4分) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 以 A 为圆心, 任意长为半径画弧, 分别交 AB 、 AC 于点 M 、 N ; 再分别以 M 、 N 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}MN$ 的长为半径画弧, 两弧交于点 P ; 连结 AP 并延长交 BC 于点 D . 则下列说法正确的是 ()



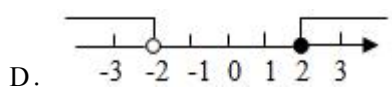
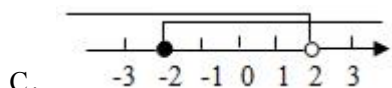
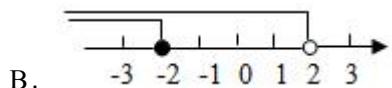
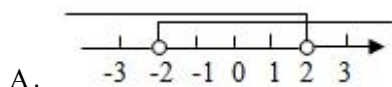
A. $AD + BD < AB$

B. AD 一定经过 $\triangle ABC$ 的重心

C. $\angle BAD = \angle CAD$

D. AD 一定经过 $\triangle ABC$ 的外心

8. (4分) 不等式组 $\begin{cases} 2x+1 \geq x-1 \\ -\frac{1}{2}x > -1 \end{cases}$ 的解集表示在数轴上正确的是 ()

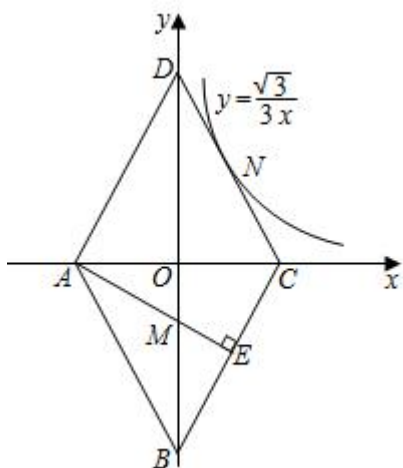


9. (4分) “成语”是中华文化的瑰宝, 是中华文化的微缩景观. 下列成语: ① “水中捞月”,

②“守株待兔”，③“百步穿杨”，④“瓮中捉鳖”描述的事件是不可能事件的是（ ）

- A. ① B. ② C. ③ D. ④

10. (4分) 如图，菱形 $ABCD$ 的四个顶点均在坐标轴上，对角线 AC 、 BD 交于原点 O ， $AE \perp BC$ 于 E 点，交 BD 于 M 点，反比例函数 $y = \frac{\sqrt{3}}{3x}$ ($x > 0$) 的图象经过线段 DC 的中点 N ，若 $BD = 4$ ，则 ME 的长为（ ）



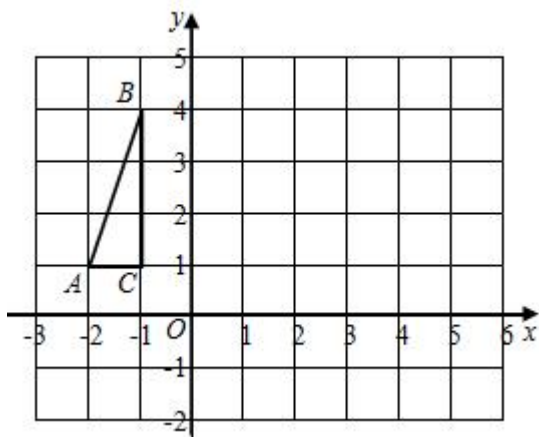
- A. $ME = \frac{5}{3}$ B. $ME = \frac{4}{3}$ C. $ME = 1$ D. $ME = \frac{2}{3}$

二、填空题（每小题 4 分，共 24 分；请将答案直接填写在答题卡的相应位置上）

11. (4分) 比较大小： $\frac{\sqrt{2}}{2}$ _____ $\frac{1}{2}$ (填写“>”或“<”或“=”).

12. (4分) 函数 $y = \frac{\sqrt{x-2}}{x-3}$ 的自变量 x 的取值范围是 _____.

13. (4分) 如图，在平面直角坐标系中，已知 $A(-2, 1)$ ， $B(-1, 4)$ ， $C(-1, 1)$ ，将 $\triangle ABC$ 先向右平移 3 个单位长度得到 $\triangle A_1B_1C_1$ ，再绕 C_1 顺时针方向旋转 90° 得到 $\triangle A_2B_2C_1$ ，则 A_2 的坐标是 _____.

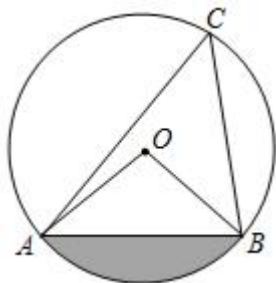


14. (4分) 为庆祝中国共产党建党一百周年，某单位党支部开展“学史明理，学史增信，

学史崇德，学史力行”读书活动，学习小组抽取了七名党员 5 天的学史的时间（单位：h）

分别为：4，3，3，5，6，3，5，这组数据的中位数是 _____，众数是 _____。

- 15.（4 分）如图，在 $\odot O$ 中， $OA = 3$ ， $\angle C = 45^\circ$ ，则图中阴影部分的面积是 _____。（结果保留 π ）



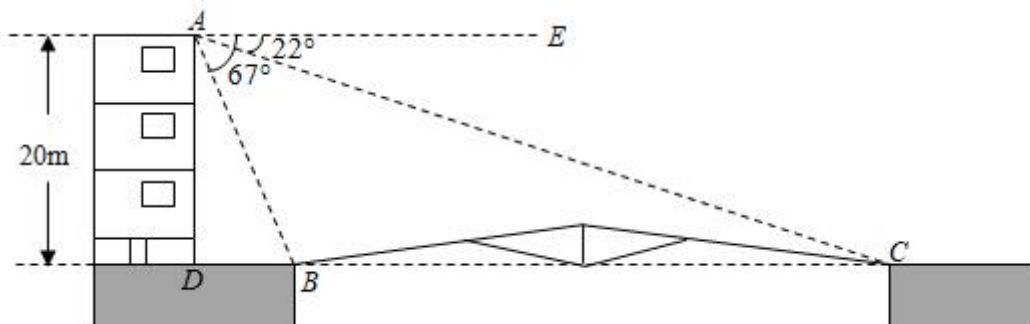
- 16.（4 分）观察等式： $2+2^2=2^3-2$ ， $2+2^2+2^3=2^4-2$ ， $2+2^2+2^3+2^4=2^5-2$ ， $\dots$ ，已知按一定规律排列的一组数： 2^{100} ， 2^{101} ， 2^{102} ， $\dots$ ， 2^{199} ，若 $2^{100}=m$ ，用含 m 的代数式表示这组数的和是 _____。

三、解答题（本大题共 8 小题，共 86 分）

- 17.（8 分）计算： $(3-\pi)^0 - \sqrt{12} + (\frac{1}{3})^{-2} + 4\sin 60^\circ - (-1)$ 。

- 18.（8 分）先化简，再求值： $\frac{1}{x} + \frac{2x+6}{x^2-4x+4} \cdot \frac{x-2}{x^2+3x}$ ，其中 $x = \sqrt{2}+2$ 。

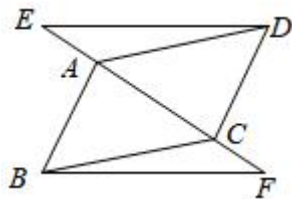
- 19.（10 分）政府将要在某学校大楼前修一座大桥。如图，宋老师测得大楼的高是 20 米，大楼的底部 D 处与将要修的大桥 BC 位于同一水平线上，宋老师又上到楼顶 A 处测得 B 和 C 的俯角 $\angle EAB$ ， $\angle EAC$ 分别为 67° 和 22° ，宋老师说现在我能算出将要修的大桥 BC 的长了。同学们：你知道宋老师是怎么算的吗？请写出计算过程（结果精确到 0.1 米）。其中 $\sin 67^\circ \approx \frac{12}{13}$ ， $\cos 67^\circ \approx \frac{5}{13}$ ， $\tan 67^\circ \approx \frac{12}{5}$ ， $\sin 22^\circ \approx \frac{3}{8}$ ， $\cos 22^\circ \approx \frac{15}{16}$ ， $\tan 22^\circ \approx \frac{2}{5}$ 。



- 20.（10 分）已知：如图，四边形 $ABCD$ 为平行四边形，点 E 、 A 、 C 、 F 在同一直线上， $AE = CF$ 。

求证：（1） $\triangle ADE \cong \triangle CBF$ ；

（2） $ED \parallel BF$ ．

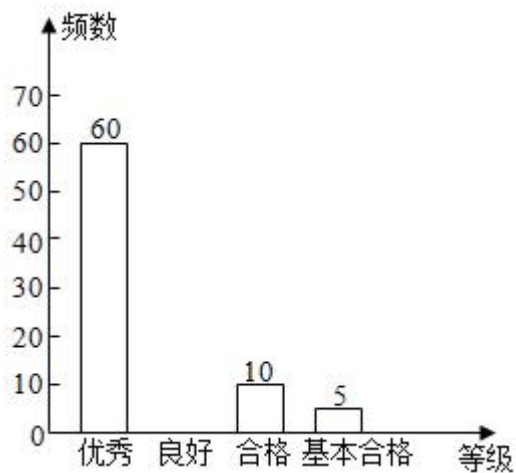


21.（12分）某校开展了“禁毒”知识的宣传教育活动．为了解这次活动的效果，现随机抽取部分学生进行知识测试，并将所得数据绘制成不完整的统计图表．

等级	频数（人数）	频率
优秀	60	0.6
良好	a	0.25
合格	10	b
基本合格	5	0.05
合计	c	1

根据统计图表提供的信息，解答下列问题：

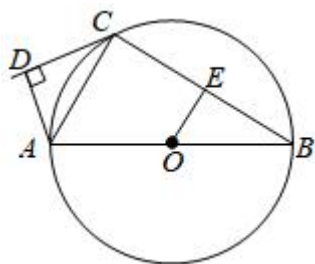
- （1） $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $c = \underline{\hspace{2cm}}$ ；
- （2）补全条形统计图；
- （3）该学校共有 1600 名学生，估计测试成绩等级在合格以上（包括合格）的学生约有多少人？
- （4）在这次测试中，九年级（3）班的甲、乙、丙、丁四位同学的成绩均为“优秀”，现班主任准备从这四名同学中随机选取两名同学出一期“禁毒”知识的黑板报，请用列表法或画树状图法求甲、乙两名同学同时被选中的概率．



22. (12分) 如图, 在半径为 5cm 的 $\odot O$ 中, AB 是 $\odot O$ 的直径, CD 是过 $\odot O$ 上一点 C 的直线, 且 $AD \perp DC$ 于点 D , AC 平分 $\angle BAD$, E 是 BC 的中点, $OE = 3\text{cm}$.

(1) 求证: CD 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 求 AD 的长.



23. (12分) 某超市从厂家购进 A 、 B 两种型号的水杯, 两次购进水杯的情况如表:

进货批次	A 型水杯 (个)	B 型水杯 (个)	总费用 (元)
一	100	200	8000
二	200	300	13000

(1) 求 A 、 B 两种型号的水杯进价各是多少元?

(2) 在销售过程中, A 型水杯因为物美价廉而更受消费者喜欢. 为了增大 B 型水杯的销售量, 超市决定对 B 型水杯进行降价销售, 当销售价为 44 元时, 每天可以售出 20 个, 每降价 1 元, 每天将多售出 5 个, 请问超市应将 B 型水杯降价多少元时, 每天售出 B 型水杯的利润达到最大? 最大利润是多少?

(3) 第三次进货用 10000 元钱购进这两种水杯, 如果每销售出一个 A 型水杯可获利 10 元, 售出一个 B 型水杯可获利 9 元, 超市决定每售出一个 A 型水杯就为当地“新冠疫情

防控”捐 b 元用于购买防控物资. 若 A 、 B 两种型号的水杯在全部售出的情况下, 捐款后所得的利润始终不变, 此时 b 为多少? 利润为多少?

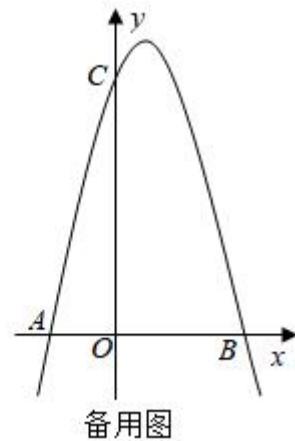
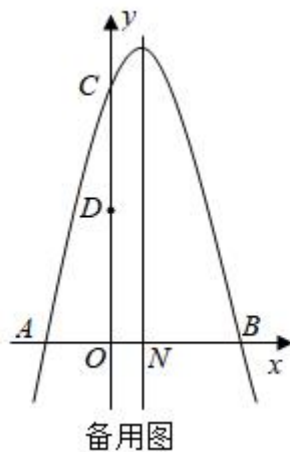
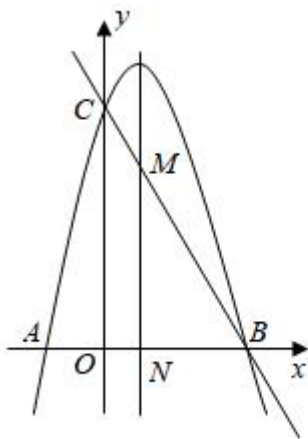
24. (14 分) 如图所示, 抛物线与 x 轴交于 A 、 B 两点, 与 y 轴交于点 C , 且 $OA = 2$, $OB = 4$, $OC = 8$, 抛物线的对称轴与直线 BC 交于点 M , 与 x 轴交于点 N .

(1) 求抛物线的解析式;

(2) 若点 P 是对称轴上的一个动点, 是否存在以 P 、 C 、 M 为顶点的三角形与 $\triangle MNB$ 相似? 若存在, 求出点 P 的坐标, 若不存在, 请说明理由;

(3) D 为 CO 的中点, 一个动点 G 从 D 点出发, 先到达 x 轴上的点 E , 再走到抛物线对称轴上的点 F , 最后返回到点 C . 要使动点 G 走过的路程最短, 请找出点 E 、 F 的位置, 写出坐标, 并求出最短路程.

(4) 点 Q 是抛物线上位于 x 轴上方的一点, 点 R 在 x 轴上, 是否存在以点 Q 为直角顶点的等腰 $\text{Rt} \triangle CQR$? 若存在, 求出点 Q 的坐标, 若不存在, 请说明理由.



2021 年湖南省怀化市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（每小题 4 分，共 40 分；每小题的四个选项中只有一项是正确的，请将正确选项的代号填涂在答题卡的相应位置上）

1.（4 分）数轴上表示数 5 的点和原点的距离是（ ）

- A. $\frac{1}{5}$ B. 5 C. -5 D. $-\frac{1}{5}$

【解答】解：数轴上表示数 5 的点和原点的距离是 5；

故选：B.

2.（4 分）到 2020 年底，我国完成了“脱贫攻坚”任务，有约 9980 万的贫困人口实现了脱贫．将数据 9980 万用科学记数法表示是（ ）

- A. 9.98×10^3 B. 9.98×10^5 C. 9.98×10^6 D. 9.98×10^7

【解答】解：9980 万 = 99800000 = 9.98×10^7 .

故选：D.

3.（4 分）以下说法错误的是（ ）

- A. 多边形的内角大于任何一个外角
B. 任意多边形的外角和是 360°
C. 正六边形是中心对称图形
D. 圆内接四边形的对角互补

【解答】解：A. 多边形的内角不一定大于任何一个外角，故此选项错误，符合题意；

B. 任意多边形的外角和是 360° ，正确，不合题意；

C. 正六边形是中心对称图形，正确，不合题意；

D. 圆内接四边形的对角互补，正确，不合题意；

故选：A.

4.（4 分）对于一元二次方程 $2x^2 - 3x + 4 = 0$ ，则它根的情况为（ ）

- A. 没有实数根 B. 两根之和是 3
C. 两根之积是 -2 D. 有两个不相等的实数根

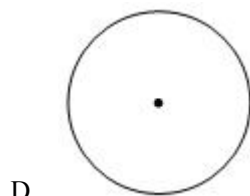
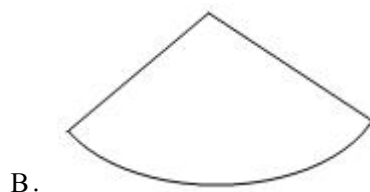
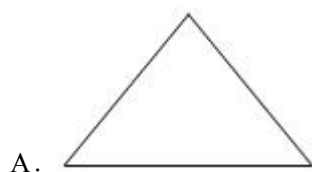
【解答】解： $\because a = 2, b = -3, c = 4,$

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \times 2 \times 4 = -23 < 0,$$

∴一元二次方程 $2x^2 - 3x + 4 = 0$ 没有实数根.

故选: A.

5. (4分) 下列图形中, 可能是圆锥侧面展开图的是 ()



【解答】解: 圆锥的侧面展开图是扇形,

故选: B.

6. (4分) 定义 $a \otimes b = 2a + \frac{1}{b}$, 则方程 $3 \otimes x = 4 \otimes 2$ 的解为 ()

A. $x = \frac{1}{5}$

B. $x = \frac{2}{5}$

C. $x = \frac{3}{5}$

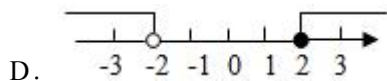
D. $x = \frac{4}{5}$

【解答】解: 根据题中的新定义得:

$$3 \otimes x = 2 \times 3 + \frac{1}{x},$$

$$4 \otimes 2 = 2 \times 4 + \frac{1}{2},$$

$$\therefore 3 \otimes x = 4 \otimes 2,$$



【解答】解：解不等式 $2x+1 \geq x-1$ ，得： $x \geq -2$ ，

解不等式 $-\frac{1}{2}x > -1$ ，得： $x < 2$ ，

则不等式组的解集为 $-2 \leq x < 2$ ，

故选：C.

9. (4分) “成语”是中华文化的瑰宝，是中华文化的微缩景观. 下列成语：①“水中捞月”，②“守株待兔”，③“百步穿杨”，④“瓮中捉鳖”描述的事件是不可能事件的是 ()
- A. ① B. ② C. ③ D. ④

【解答】解：①“水中捞月”是不可能事件，符合题意；

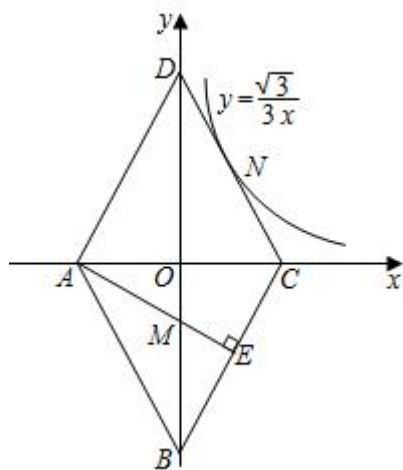
②“守株待兔”是随机事件，不合题意；

③“百步穿杨”，是随机事件，不合题意；

④“瓮中捉鳖”是必然事件，不合题意；

故选：A.

10. (4分) 如图，菱形 $ABCD$ 的四个顶点均在坐标轴上，对角线 AC 、 BD 交于原点 O ， $AE \perp BC$ 于 E 点，交 BD 于 M 点，反比例函数 $y = \frac{\sqrt{3}}{3x}$ ($x > 0$) 的图象经过线段 DC 的中点 N ，若 $BD = 4$ ，则 ME 的长为 ()



- A. $ME = \frac{5}{3}$ B. $ME = \frac{4}{3}$ C. $ME = 1$ D. $ME = \frac{2}{3}$

【解答】解：过 N 作 y 轴和 x 轴的垂线 NG ， NH ，

设 $N(b, a)$ ，

$\because$ 反比例函数 $y = \frac{\sqrt{3}}{3x}$ ($x > 0$) 的图象经过点 N ,

$$\therefore ab = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$$\therefore BD \perp AC, DO = \frac{1}{2}BD = 2,$$

$\because NH \perp x$ 轴, $NG \perp y$ 轴,

$\therefore$ 四边形 $NGOH$ 是矩形,

$\therefore NG \parallel x$ 轴, $NH \parallel y$ 轴,

$\because N$ 为 CD 的中点,

$$\therefore DO \cdot CO = 2a \cdot 2b = 4ab = \frac{4\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore CO = \frac{2\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore \tan \angle CDO = \frac{OC}{DO} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$$\therefore \angle CDO = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle DCO = 60^\circ,$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$$\therefore \angle ADC = \angle ABC = 2\angle CDO = 60^\circ, \quad \angle ACB = \angle DCO = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形,

$\because AE \perp BC, BO \perp AC,$

$$\therefore AE = BO = 2, \angle BAE = 30^\circ = \angle ABO,$$

$$\therefore AM = BM,$$

$$\therefore OM = EM,$$

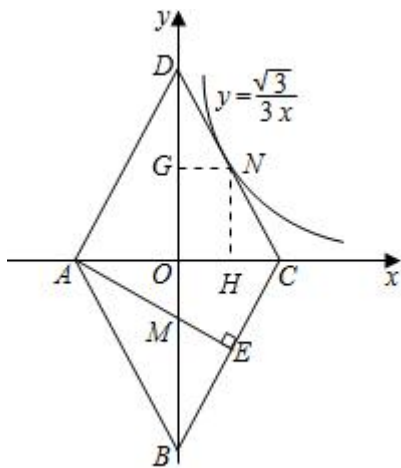
$$\because \angle MBE = 30^\circ,$$

$$\therefore BM = 2EM = 2OM,$$

$$\therefore 3EM = OB = 2,$$

$$\therefore ME = \frac{2}{3},$$

故选: D .



二、填空题（每小题 4 分，共 24 分；请将答案直接填写在答题卡的相应位置上）

11.（4 分）比较大小： $\frac{\sqrt{2}}{2}$ $>$ $\frac{1}{2}$ （填写“ $>$ ”或“ $<$ ”或“ $=$ ”）.

【解答】解： $\because 1 < \sqrt{2} < 2$,

$$\therefore \frac{1}{2} < \frac{\sqrt{2}}{2} < 1,$$

$$\text{即 } \frac{\sqrt{2}}{2} > \frac{1}{2},$$

故答案为： $>$.

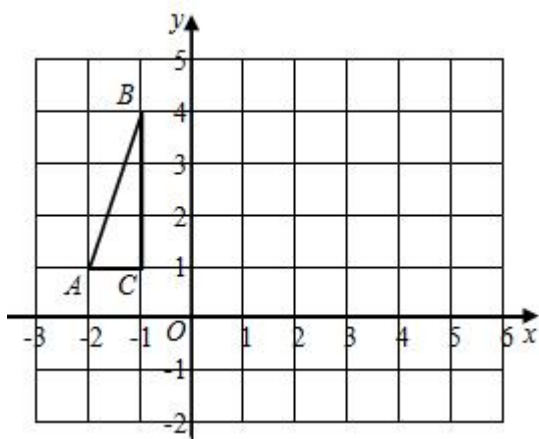
12.（4 分）函数 $y = \frac{\sqrt{x-2}}{x-3}$ 的自变量 x 的取值范围是 $x \geq 2$ 且 $x \neq 3$.

【解答】解：由题意得： $\begin{cases} x-2 \geq 0 \\ x-3 \neq 0 \end{cases}$,

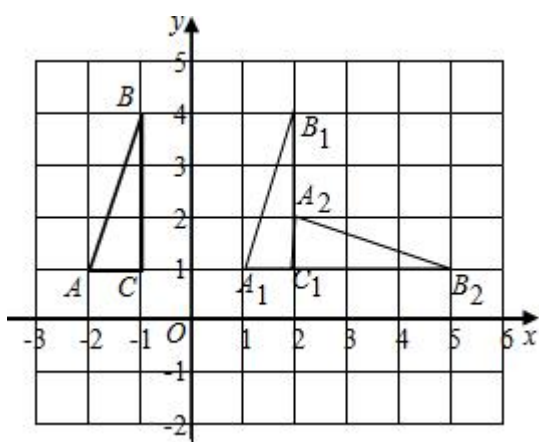
解得： $x \geq 2$ 且 $x \neq 3$,

故答案为： $x \geq 2$ 且 $x \neq 3$.

13.（4 分）如图，在平面直角坐标系中，已知 $A(-2, 1)$, $B(-1, 4)$, $C(-1, 1)$ ，将 $\triangle ABC$ 先向右平移 3 个单位长度得到 $\triangle A_1B_1C_1$ ，再绕 C_1 顺时针方向旋转 90° 得到 $\triangle A_2B_2C_1$ ，则 A_2 的坐标是 $(2, 2)$.



【解答】解：如图，观察图象可知 $A_2(2,2)$ 。



故答案为：(2,2)。

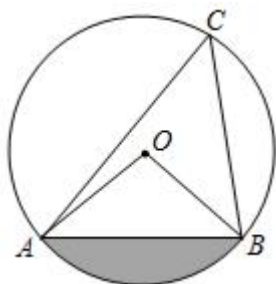
14. (4分) 为庆祝中国共产党建党一百周年，某单位党支部开展“学史明理，学史增信，学史崇德，学史力行”读书活动，学习小组抽取了七名党员5天的学史的时间（单位： h ）分别为：4，3，3，5，6，3，5，这组数据的中位数是 $4h$ ，众数是 $3h$ 。

【解答】解：将这组数据重新排列为3，3，3，4，5，5，6，

所以这组数据的中位数为 $4h$ ，众数为 $3h$ ，

故答案为： $4h$ ， $3h$ 。

15. (4分) 如图，在 $\odot O$ 中， $OA = 3$ ， $\angle C = 45^\circ$ ，则图中阴影部分的面积是 $-\frac{9}{4}\pi - \frac{9}{2}$ 。（结果保留 π ）

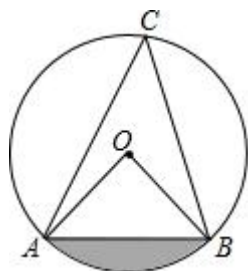


【解答】解：∵ $\angle C = 45^\circ$ ，

∴ $\angle AOB = 90^\circ$ ，

$$\begin{aligned}\therefore S_{\text{阴影}} &= S_{\text{扇形}AOB} - S_{\triangle AOB} \\ &= \frac{90\pi \times 3^2}{360} - \frac{1}{2} \times 3 \times 3 \\ &= \frac{9}{4}\pi - \frac{9}{2}.\end{aligned}$$

故答案为： $\frac{9}{4}\pi - \frac{9}{2}$.



16. (4分) 观察等式： $2+2^2=2^3-2$ ， $2+2^2+2^3=2^4-2$ ， $2+2^2+2^3+2^4=2^5-2$ ， $\dots$ ， 已知按一定规律排列的一组数： 2^{100} ， 2^{101} ， 2^{102} ， $\dots$ ， 2^{199} ， 若 $2^{100}=m$ ， 用含 m 的代数式表示这组数的和是 $m^2 - m$.

【解答】解：由题意得：

$$\begin{aligned}&2^{100}+2^{101}+2^{102}+\dots+2^{199}, \\ &= (2+2^2+2^3+\dots+2^{199}) - (2+2^2+2^3+\dots+2^{99}), \\ &= (2^{200} - 2) - (2^{100} - 2), \\ &= (2^{100})^2 - 2^{100}, \\ &= m^2 - m,\end{aligned}$$

故答案为： $m^2 - m$.

三、解答题（本大题共8小题，共86分）

17. (8分) 计算： $(3-\pi)^0 - \sqrt{12} + (\frac{1}{3})^{-2} + 4\sin 60^\circ - (-1)$.

$$\begin{aligned}\text{【解答】解：原式} &= 1 - 2\sqrt{3} + 9 + 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 1 \\ &= 1 - 2\sqrt{3} + 9 + 2\sqrt{3} + 1 \\ &= 11.\end{aligned}$$

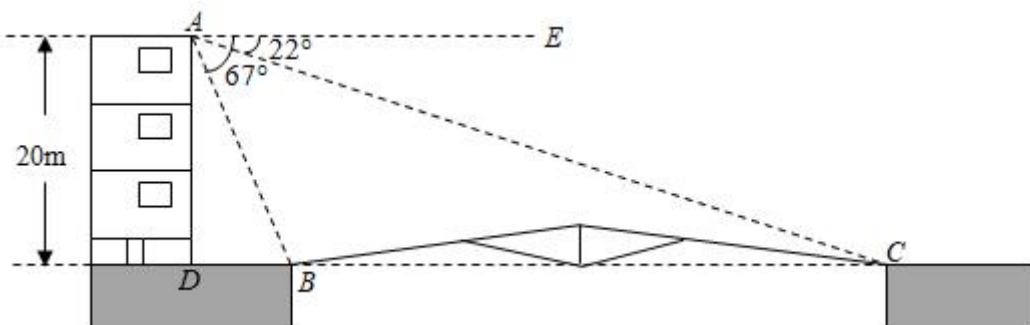
18. (8分) 先化简，再求值： $\frac{1}{x} + \frac{2x+6}{x^2-4x+4} \cdot \frac{x-2}{x^2+3x}$ ， 其中 $x = \sqrt{2} + 2$.

$$\begin{aligned}
 \text{【解答】解：原式} &= \frac{1}{x} + \frac{2(x+3)}{(x-2)^2} \cdot \frac{x-2}{x(x+3)} \\
 &= \frac{1}{x} + \frac{2}{x(x-2)} \\
 &= \frac{x-2}{x(x-2)} + \frac{2}{x(x-2)} \\
 &= \frac{x-2+2}{x(x-2)} \\
 &= \frac{x}{x(x-2)} \\
 &= \frac{1}{x-2},
 \end{aligned}$$

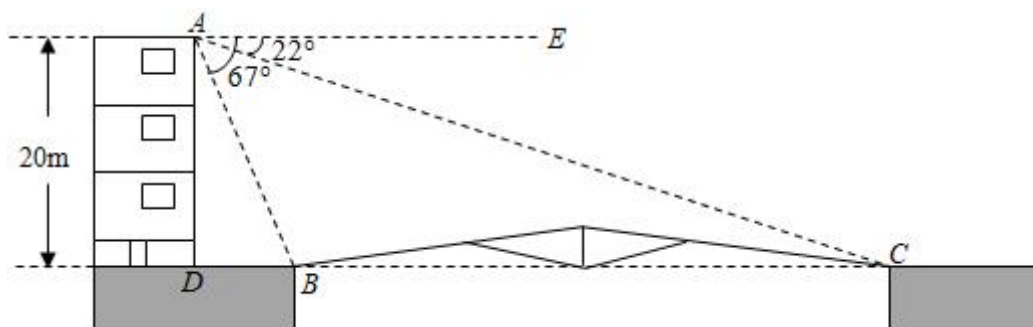
当 $x = \sqrt{2} + 2$ 时,

$$\text{原式} = \frac{1}{x-2} = \frac{1}{\sqrt{2}+2-2} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

19. (10 分) 政府将要在某学校大楼前修一座大桥. 如图, 宋老师测得大楼的高是 20 米, 大楼的底部 D 处与将要修的大桥 BC 位于同一水平线上, 宋老师又上到楼顶 A 处测得 B 和 C 的俯角 $\angle EAB$, $\angle EAC$ 分别为 67° 和 22° , 宋老师说现在我能算出将要修的大桥 BC 的长了. 同学们: 你知道宋老师是怎么算的吗? 请写出计算过程(结果精确到 0.1 米). 其中 $\sin 67^\circ \approx \frac{12}{13}$, $\cos 67^\circ \approx \frac{5}{13}$, $\tan 67^\circ \approx \frac{12}{5}$, $\sin 22^\circ \approx \frac{3}{8}$, $\cos 22^\circ \approx \frac{15}{16}$, $\tan 22^\circ \approx \frac{2}{5}$.



【解答】解: 过 C 作 $CF \perp AE$ 于 F , 如图所示:



则 $FC = AD = 20$ 米, $AF = DC$,

在 $\text{Rt}\triangle ACF$ 中, $\angle EAC = 22^\circ$,

$$\because \tan \angle EAC = \frac{FC}{AF} = \tan 22^\circ \approx \frac{2}{5},$$

$$\therefore DC = AF \approx \frac{5}{2}FC = 50 \text{ (米)},$$

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $\angle ABD = \angle EAB = 67^\circ$,

$$\because \tan \angle ABD = \frac{AD}{BD} = \tan 22^\circ \approx \frac{12}{5},$$

$$\therefore BD \approx \frac{5}{12}AD = \frac{25}{3} \text{ (米)},$$

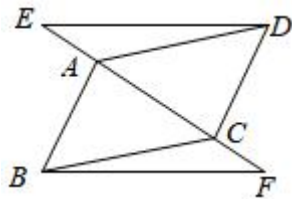
$$\therefore BC = DC - BD = 50 - \frac{25}{3} \approx 41.7 \text{ (米)},$$

即大桥 BC 的长约为 41.7 米.

20. (10 分) 已知: 如图, 四边形 $ABCD$ 为平行四边形, 点 E 、 A 、 C 、 F 在同一直线上, $AE = CF$.

求证: (1) $\triangle ADE \cong \triangle CBF$;

(2) $ED \parallel BF$.



【解答】 证明: (1) $\because$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形,

$$\therefore DA = BC, DA \parallel BC,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle BCA,$$

$$\because \angle DAC + \angle EAD = 180^\circ, \angle BCA + \angle FCB = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle EAD = \angle FCB,$$

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle CBF$ 中,

$$\begin{cases} AE = CF \\ \angle EAD = \angle FCB, \\ AD = CB \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CBF \text{ (SAS)};$$

(2) 由 (1) 知, $\triangle ADE \cong \triangle CBF$,

$$\therefore \angle E = \angle F,$$

$$\therefore ED \parallel BF.$$

21. (12 分) 某校开展了“禁毒”知识的宣传教育活动. 为了解这次活动的效果, 现随机抽

取部分学生进行知识测试，并将所得数据绘制成不完整的统计图表．

等级	频数（人 数）	频率
优秀	60	0.6
良好	a	0.25
合格	10	b
基本合格	5	0.05
合计	c	1

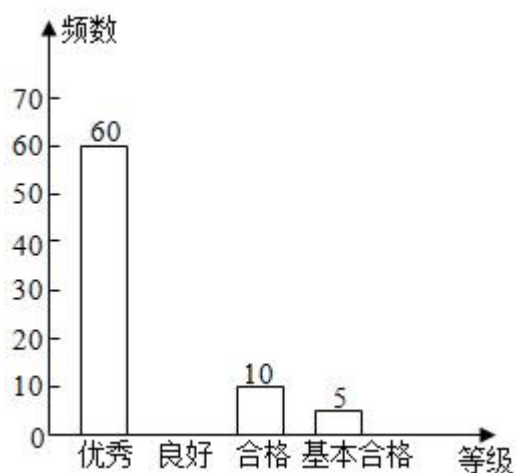
根据统计图表提供的信息，解答下列问题：

(1) $a = \underline{25}$ ， $b = \underline{0.1}$ ， $c = \underline{100}$ ；

(2) 补全条形统计图；

(3) 该学校共有 1600 名学生，估计测试成绩等级在合格以上（包括合格）的学生约有多少人？

(4) 在这次测试中，九年级（3）班的甲、乙、丙、丁四位同学的成绩均为“优秀”，现班主任准备从这四名同学中随机选取两名同学出一期“禁毒”知识的黑板报，请用列表法或画树状图法求甲、乙两名同学同时被选中的概率．



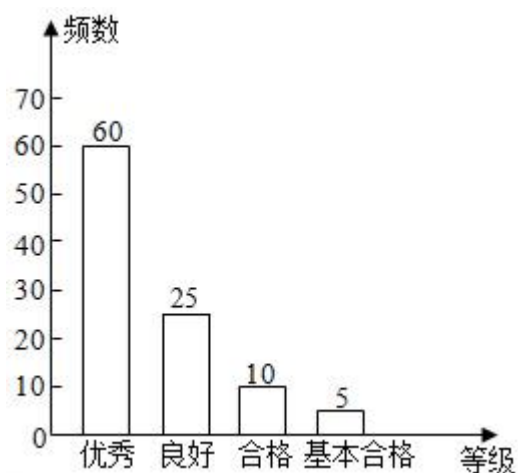
【解答】解：(1) 抽取的学生人数为： $60 \div 0.6 = 100$ （人），

$$\therefore c = 100,$$

$$\therefore a = 100 - 60 - 10 - 5 = 25, \quad b = 10 \div 100 = 0.1,$$

故答案为：25，0.1，100；

(2) 补全条形统计图：



(3) 估计测试成绩等级在合格以上(包括合格)的学生约有人数为: $1600 \times (0.6 + 0.25 + 0.1)$
 $= 1520$ (人);

(4) 画树状图如图:



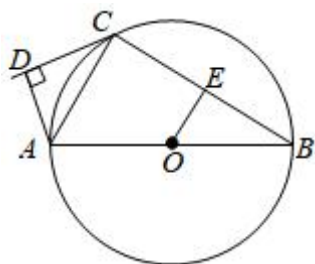
共有 12 种等可能的结果, 甲、乙两名同学同时被选中的结果有 2 种,

$\therefore$ 甲、乙两名同学同时被选中的概率为 $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

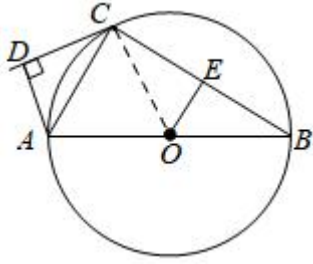
22. (12 分) 如图, 在半径为 5cm 的 $\odot O$ 中, AB 是 $\odot O$ 的直径, CD 是过 $\odot O$ 上一点 C 的直线, 且 $AD \perp DC$ 于点 D , AC 平分 $\angle BAD$, E 是 BC 的中点, $OE = 3\text{cm}$.

(1) 求证: CD 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 求 AD 的长.



【解答】(1) 证明: 连接 OC , 如图:



$\because AC$ 平分 $\angle BAD$,

$\therefore \angle DAC = \angle CAO$,

$\because OA = OC$,

$\therefore \angle CAO = \angle OCA$,

$\therefore \angle DAC = \angle OCA$,

$\therefore AD \parallel OC$,

$\because AD \perp DC$,

$\therefore CO \perp DC$,

$\therefore CD$ 是 $\odot O$ 的切线;

(2) $\because E$ 是 BC 的中点, 且 $OA = OB$,

$\therefore OE$ 是 $\triangle ABC$ 的中位线, $AC = 2OE$,

$\because OE = 3$,

$\therefore AC = 6$,

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle ACB = 90^\circ = \angle ADC$,

又 $\angle DAC = \angle CAB$,

$\therefore \triangle DAC \sim \triangle CAB$,

$\therefore \frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AB}$, 即 $\frac{AD}{6} = \frac{6}{10}$,

$\therefore AD = \frac{18}{5}$.

23. (12 分) 某超市从厂家购进 A 、 B 两种型号的水杯, 两次购进水杯的情况如表:

进货批次	A 型水杯 (个)	B 型水杯 (个)	总费用 (元)
一	100	200	8000
二	200	300	13000

(1) 求 A 、 B 两种型号的水杯进价各是多少元?

(2) 在销售过程中, A 型水杯因为物美价廉而更受消费者喜欢. 为了增大 B 型水杯的销售量, 超市决定对 B 型水杯进行降价销售, 当销售价为 44 元时, 每天可以售出 20 个, 每降价 1 元, 每天将多售出 5 个, 请问超市应将 B 型水杯降价多少元时, 每天售出 B 型水杯的利润达到最大? 最大利润是多少?

(3) 第三次进货用 10000 元钱购进这两种水杯, 如果每销售出一个 A 型水杯可获利 10 元, 售出一个 B 型水杯可获利 9 元, 超市决定每售出一个 A 型水杯就为当地“新冠疫情防控”捐 b 元用于购买防控物资. 若 A 、 B 两种型号的水杯在全部售出的情况下, 捐款后所得的利润始终不变, 此时 b 为多少? 利润为多少?

【解答】解: (1) 设 A 种型号的水杯进价为 x 元, B 种型号的水杯进价为 y 元,

根据题意得:
$$\begin{cases} 100x+200y=8000 \\ 200x+300y=13000 \end{cases},$$

解得:
$$\begin{cases} x=20 \\ y=30 \end{cases}.$$

答: A 种型号的水杯进价为 20 元, B 种型号的水杯进价为 30 元;

(2) 设超市应将 B 型水杯降价 a 元时, 每天售出 B 型水杯的利润为 W 元, 根据题意, 得: $W = (44 - a - 30)(20 + 5a)$

$$= -5a^2 + 50a + 280$$

$$= -5(a - 5)^2 + 405,$$

$\therefore$ 当 $a = 5$ 时, W 取得最大值, 最大值为 405 元,

答: 超市应将 B 型水杯降价 5 元时, 每天售出 B 型水杯的利润达到最大, 最大利润为 405 元;

(3) $\because$ 设总利润为 w 元, 购进 A 种水杯 a 个,

依题意, 得: $w = (10 - b)a + 9 \times \frac{10000 - 20a}{30} = (10 - 6 - b)a + 3000,$

$\therefore$ 捐款后所得的利润始终不变,

$\therefore w$ 值与 a 值无关,

$$\therefore 10 - 6 - b = 0, \text{ 解得: } b = 4,$$

$$\therefore w = (10 - 6 - 4)a + 3000 = 3000,$$

答: 捐款后所得的利润始终不变, 此时 b 为 4 元, 利润为 3000 元.

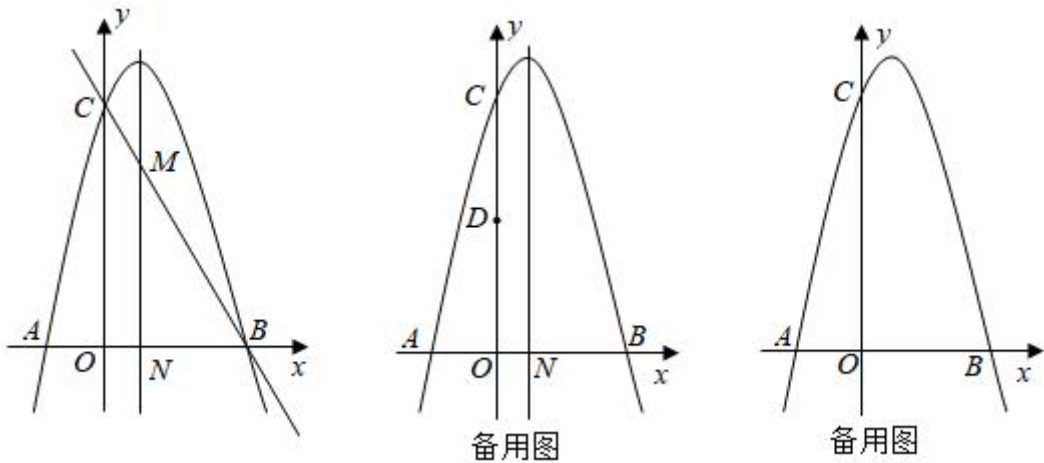
24. (14 分) 如图所示, 抛物线与 x 轴交于 A 、 B 两点, 与 y 轴交于点 C , 且 $OA = 2$, $OB = 4$, $OC = 8$, 抛物线的对称轴与直线 BC 交于点 M , 与 x 轴交于点 N .

(1) 求抛物线的解析式；

(2) 若点 P 是对称轴上的一个动点，是否存在以 P 、 C 、 M 为顶点的三角形与 $\triangle MNB$ 相似？若存在，求出点 P 的坐标，若不存在，请说明理由；

(3) D 为 CO 的中点，一个动点 G 从 D 点出发，先到达 x 轴上的点 E ，再走到抛物线对称轴上的点 F ，最后返回到点 C 。要使动点 G 走过的路程最短，请找出点 E 、 F 的位置，写出坐标，并求出最短路程。

(4) 点 Q 是抛物线上位于 x 轴上方的一点，点 R 在 x 轴上，是否存在以点 Q 为直角顶点的等腰 $\text{Rt} \triangle CQR$ ？若存在，求出点 Q 的坐标，若不存在，请说明理由。



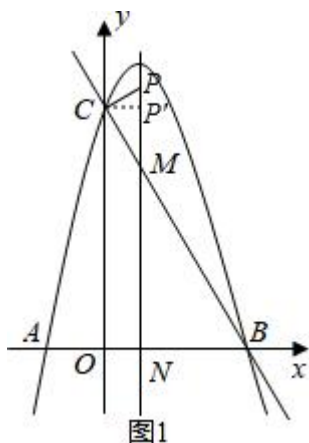
【解答】解：(1) 由题意得，点 A 、 B 、 C 的坐标分别为 $(-2, 0)$ 、 $(4, 0)$ 、 $(0, 8)$ ，

$$\text{设抛物线的表达式为 } y = ax^2 + bx + c, \text{ 则 } \begin{cases} 4a - 2b + c = 0 \\ 16a + 4b + c = 0 \\ c = 8 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \\ c = 8 \end{cases},$$

故抛物线的表达式为 $y = -x^2 + 2x + 8$ ；

(2) 存在，理由：

当 $\angle CP'M$ 为直角时，



则以 P 、 C 、 M 为顶点的三角形与 $\triangle MNB$ 相似时，则 $P'C \parallel x$ 轴，

则点 P' 的坐标为 $(1, 8)$;

当 $\angle PCM$ 为直角时，

在 $\text{Rt}\triangle OBC$ 中，设 $\angle CBO = \alpha$ ，则 $\tan \angle CBO = \frac{OC}{OB} = \frac{8}{4} = 2 = \tan \alpha$ ，则 $\sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$ ， $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$ ，

在 $\text{Rt}\triangle NMB$ 中， $NB = 4 - 1 = 3$ ，

则 $BM = \frac{BN}{\cos \alpha} = 3\sqrt{5}$ ，

同理可得， $MN = 6$ ，

由点 B 、 C 的坐标得， $BC = \sqrt{8^2 + 4^2} = 4\sqrt{5}$ ，则 $CM = BC = MB = \sqrt{5}$ ，

在 $\text{Rt}\triangle PCM$ 中， $\angle CPM = \angle OBC = \alpha$ ，

则 $PM = \frac{CM}{\sin \alpha} = \frac{\sqrt{5}}{\frac{2}{\sqrt{5}}} = \frac{5}{2}$ ，

则 $PN = MN + PM = 6 + \frac{5}{2} = \frac{17}{2}$ ，

故点 P 的坐标为 $(1, \frac{17}{2})$ ，

故点 P 的坐标为 $(1, 8)$ 或 $(1, \frac{17}{2})$;

(3) $\because D$ 为 CO 的中点，则点 $D(0, 4)$ ，

作点 C 关于函数对称轴的对称点 $C'(2, 8)$ ，作点 D 关于 x 轴的对称点 $D'(0, -4)$ ，

连接 $C'D'$ 交 x 轴于点 E ，交函数的对称轴于点 F ，则点 E 、 F 为所求点，

$$\therefore \triangle ANQ \cong \triangle QMC \text{ (AAS)},$$

$$\therefore QN = CM,$$

$$\text{即 } x = -x^2 + 2x + 8, \text{ 解得 } x = \frac{1+\sqrt{33}}{2} \text{ (不合题意的值已舍去),}$$

$$\text{故点 } Q \text{ 的坐标为 } \left(\frac{1+\sqrt{33}}{2}, \frac{1+\sqrt{33}}{2} \right).$$