

二〇二四年齐齐哈尔市初中学业考试

数学试卷

考生注意：

1. 考试时间 120 分钟
2. 全卷共三道大题，总分 120 分
3. 使用答题卡的考生，请将答案填写在答题卡的指定位置

一、选择题(每小题只有一个正确答案，每小题 3 分，满分 30 分)

1. 实数 -5 的相反数是 ()

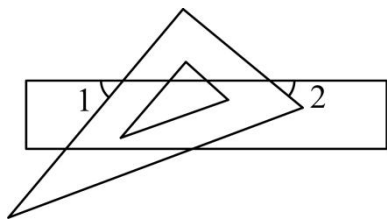
- A. 5 B. -5 C. $\frac{1}{5}$ D. $-\frac{1}{5}$

2. 下列美术字中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



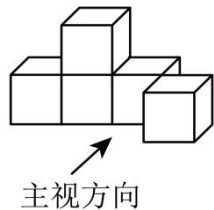
3. 下列计算正确的是 ()

- A. $4a^2 + 2a^2 = 6a^4$ B. $5a \cdot 2a = 10a$
C. $a^6 \div a^2 = a^3$ D. $(-a^2)^2 = a^4$

4. 将一个含 30° 角的三角尺和直尺如图放置，若 $\angle 1 = 50^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数是 ()

- A. 30° B. 40° C. 50° D. 60°

5. 如图，若几何体是由 5 个棱长为 1 的小正方体组合而成的，则该几何体左视图与俯视图的面积和是 ()



- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

6. 如果关于 x 的分式方程 $\frac{1}{x} - \frac{m}{x+1} = 0$ 的解是负数，那么实数 m 的取值范围是 ()

- A. $m < 1$ 且 $m \neq 0$ B. $m < 1$ C. $m > 1$ D. $m < 1$ 且 $m \neq -1$

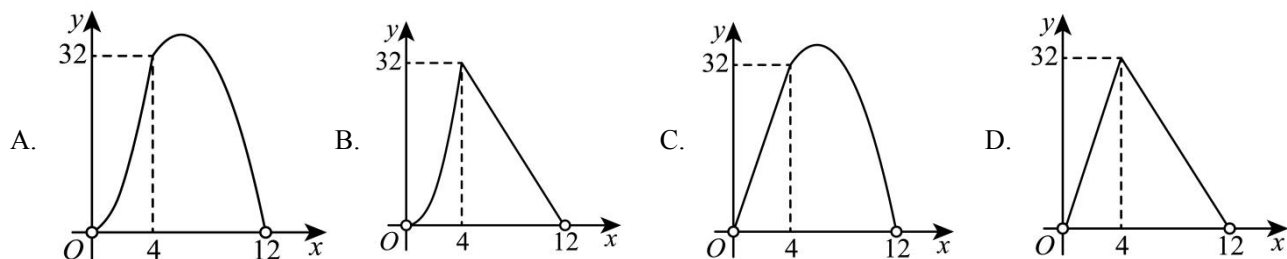
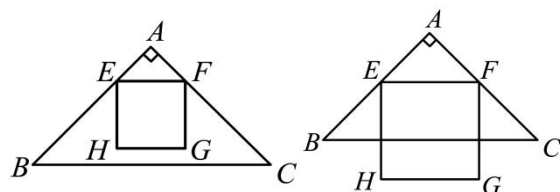
7. 六月份，在“阳光大课间”活动中，某校设计了“篮球、足球、排球、羽毛球”四种球类运动项目，且每名学生在一个大课间只能选择参加一种运动项目，则甲、乙两名学生在一个大课间参加同种球类运动项目的概率是（ ）

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{6}$

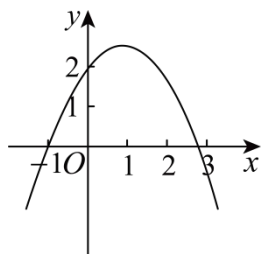
8. 校团委开展以“我爱读书”为主题的演讲比赛活动，为奖励表现突出的学生，计划拿出 200 元钱全部用于购买单价分别为 8 元和 10 元的两种笔记本(两种都要购买)作为奖品，则购买方案有（ ）

- A. 5 种 B. 4 种 C. 3 种 D. 2 种

9. 如图，在等腰 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = 12$ ，动点 E, F 同时从点 A 出发，分别沿射线 AB 和射线 AC 的方向匀速运动，且速度大小相同，当点 E 停止运动时，点 F 也随之停止运动，连接 EF ，以 EF 为边向下做正方形 $EFGH$ ，设点 E 运动的路程为 x ($0 < x < 12$)，正方形 $EFGH$ 和等腰 $\text{Rt}\triangle ABC$ 重合部分的面积为下列图像能反映 y 与 x 之间函数关系的是（ ）



10. 如图，二次函数 $y = ax^2 + bx + 2$ ($a \neq 0$) 的图象与 x 轴交于 $(-1, 0)$ ， $(x_1, 0)$ ，其中 $2 < x_1 < 3$ 。结合图象给出下列结论：



- ① $ab > 0$ ；② $a - b = -2$ ；
③ 当 $x > 1$ 时， y 随 x 的增大而减小；

④关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + 2 = 0 (a \neq 0)$ 的另一个根是 $-\frac{2}{a}$;

⑤ b 的取值范围为 $1 < b < \frac{4}{3}$. 其中正确结论的个数是 ()

A. 2

B. 3

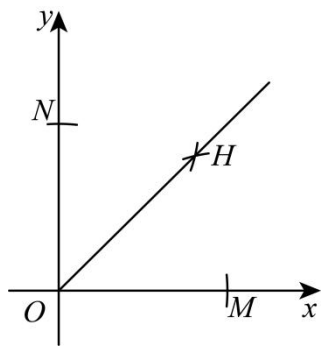
C. 4

D. 5

二、填空题(每小题 3 分, 满分 21 分)

11. 共青团中央发布数据显示: 截至 2023 年 12 月底, 全国共有共青团员 7416.7 万名. 将 7416.7 万用科学记数法表示为_____.

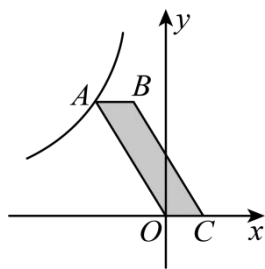
12. 如图, 在平面直角坐标系中, 以点 O 为圆心, 适当长为半径画弧, 交 x 轴正半轴于点 M , 交 y 轴正半轴于点 N , 再分别以点 M, N 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}MN$ 的长为半径画弧, 两弧在第一象限交于点 H , 画射线 OH , 若 $H(2a-1, a+1)$, 则 $a =$ _____.



13. 在函数 $y = \frac{1}{\sqrt{3+x}} + \frac{1}{x+2}$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____.

14. 若圆锥的底面半径是 1cm, 它的侧面展开图的圆心角是直角, 则该圆锥的高为_____cm.

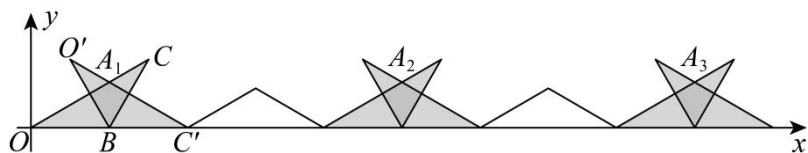
15. 如图, 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x < 0)$ 的图象经过平行四边形 $ABCO$ 的顶点 A , OC 在 x 轴上, 若点 $B(-1, 3)$, $S_{\square ABCO} = 3$, 则实数 k 的值为_____.



16. 已知矩形纸片 $ABCD$, $AB = 5$, $BC = 4$, 点 P 在边 BC 上, 连接 AP , 将 $\triangle ABP$ 沿 AP 所在的直线折叠, 点 B 的对应点为 B' , 把纸片展平, 连接 BB' , CB' , 当 BCB' 为直角三角形时, 线段 CP 的长为_____.

17. 如图, 数学活动小组在用几何画板绘制几何图形时, 发现了如“花朵”形的美丽图案, 他们将等腰三角

形 OBC 置于平面直角坐标系中，点 O 的坐标为 $(0,0)$ ，点 B 的坐标为 $(1,0)$ ，点 C 在第一象限， $\angle OBC = 120^\circ$ 。将 $\triangle OBC$ 沿 x 轴正方向作无滑动滚动，使它的三边依次与 x 轴重合，第一次滚动后，点 O 的对应点为 O' ，点 C 的对应点为 C' ， OC 与 $O'C'$ 的交点为 A_1 ，称点 A_1 为第一个“花朵”的花心，点 A_2 为第二个“花朵”的花心；……；按此规律， $\triangle OBC$ 滚动 2024 次后停止滚动，则最后一个“花朵”的花心的坐标为_____。



三、解答题(本题共 7 道大题，共 69 分)

18. (1) 计算: $\sqrt{4} + |-4\cos 60^\circ| - (\pi - 5)^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$

(2) 分解因式: $2a^3 - 8ab^2$

19. 解方程: $x^2 - 5x + 6 = 0$

20. 为提高学生的环保意识，某校举行了“爱护环境，人人有责”环保知识竞赛，对收集到的数据进行了整理、描述和分析。

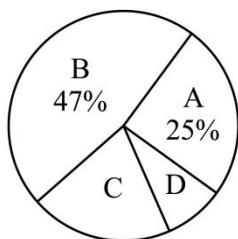
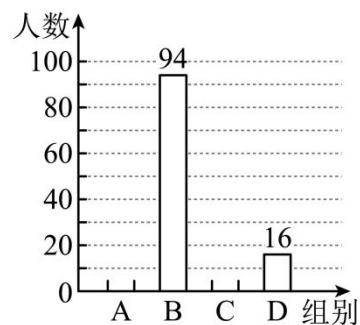
【收集数据】随机抽取部分学生的竞赛成绩组成一个样本。

【整理数据】将学生竞赛成绩的样本数据分成 A ， B ， C ， D 四组进行整理。

(满分 100 分，所有竞赛成绩均不低于 60 分)如下表：

组别	A	B	C	D
成绩(x /分)	$60 \leq x < 70$	$70 \leq x < 80$	$80 \leq x < 90$	$90 \leq x \leq 100$
人数(人)	m	94	n	16

【描述数据】根据竞赛成绩绘制了如下两幅不完整的统计图。



【分析数据】根据以上信息，解答下列问题：

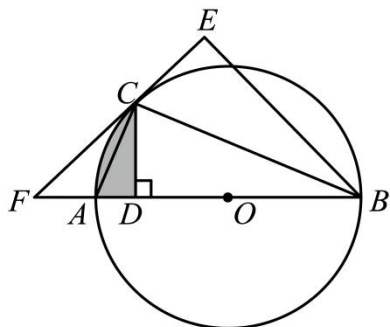
(1) 填空: $m = \underline{\hspace{2cm}}$, $n = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 请补全条形统计图;

(3) 扇形统计图中, C 组对应的圆心角的度数是 $\underline{\hspace{2cm}}^\circ$;

(4) 若竞赛成绩 80 分以上(含 80 分)为优秀, 请你估计该校参加竞赛的 2000 名学生中成绩为优秀的人数.

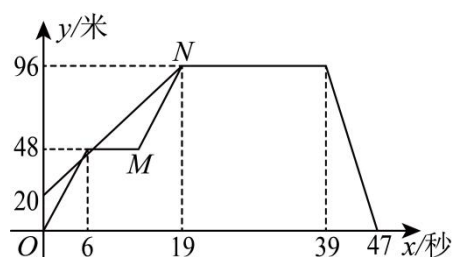
21. 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, AB 为 $\odot O$ 的直径, $CD \perp AB$ 于点 D , 将 $\triangle CDB$ 沿 BC 所在的直线翻折, 得到 $\triangle CEB$, 点 D 的对应点为 E , 延长 EC 交 BA 的延长线于点 F .



(1) 求证: CF 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $\sin \angle CFB = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $AB = 8$, 求图中阴影部分的面积.

22. 领航无人机表演团队进行无人机表演训练, 甲无人机以 a 米/秒的速度从地面起飞, 乙无人机从距离地面 20 米高的楼顶起飞, 甲、乙两架无人机同时匀速上升, 6 秒时甲无人机到达训练计划指定的高度停止上升开始表演, 完成表演动作后, 按原速继续飞行上升, 当甲、乙无人机按照训练计划准时到达距离地面的高度为 96 米时, 进行了时长为 t 秒的联合表演, 表演完成后以相同的速度大小同时返回地面. 甲、乙两架无人机所在的位置距离地面的高度 y (米)与无人机飞行的时间 x (秒)之间的函数关系如图所示. 请结合图象解答下列问题:



(1) $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 米/秒, $t = \underline{\hspace{2cm}}$ 秒;

(2) 求线段 MN 所在直线的函数解析式;

(3) 两架无人机表演训练到多少秒时, 它们距离地面的高度差为 12 米? (直接写出答案即可)

23. 综合与实践: 如图 1, 这个图案是 3 世纪我国汉代的赵爽在注解《周髀算经》时给出的, 人们称它为“赵爽弦图”, 受这幅图的启发, 数学兴趣小组建立了“一线三直角模型”. 如图 2, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$, 将线段 BC 绕点 B 顺时针旋转 90° 得到线段 BD , 作 $DE \perp AB$ 交 AB 的延长线于点 E .

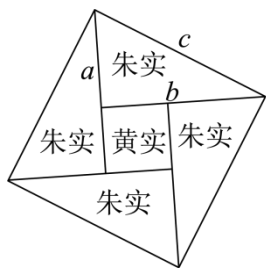


图1

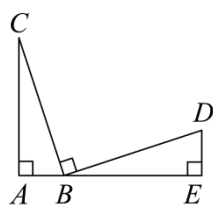


图2

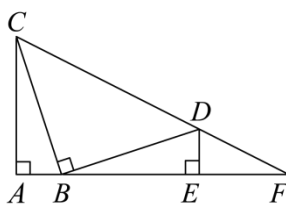
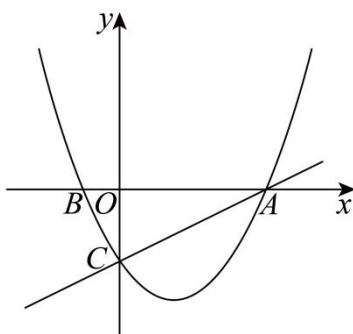
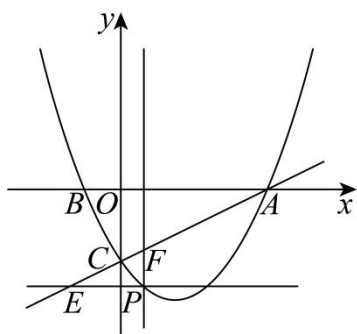


图3

- (1) 【观察感知】如图2，通过观察，线段 AB 与 DE 的数量关系是_____；
- (2) 【问题解决】如图3，连接 CD 并延长交 AB 的延长线于点 F ，若 $AB = 2$ ， $AC = 6$ ，求 $\triangle BDF$ 的面积；
- (3) 【类比迁移】在(2)的条件下，连接 CE 交 BD 于点 N ，则 $\frac{BN}{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$ ；
- (4) 【拓展延伸】在(2)的条件下，在直线 AB 上找点 P ，使 $\tan \angle BCP = \frac{2}{3}$ ，请直接写出线段 AP 的长度.
24. 综合与探究：如图，在平面直角坐标系中，已知直线 $y = \frac{1}{2}x - 2$ 与 x 轴交于点 A ，与 y 轴交于点 C ，过 A ， C 两点的抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 与 x 轴的另一个交点为点 $B(-1, 0)$ ，点 P 是抛物线位于第四象限图象上的动点，过点 P 分别作 x 轴和 y 轴的平行线，分别交直线 AC 于点 E ，点 F 。



备用图

- (1) 求抛物线的解析式；
- (2) 点 D 是 x 轴上的任意一点，若 $\triangle ACD$ 是以 AC 为腰的等腰三角形，请直接写出点 D 的坐标；
- (3) 当 $EF = AC$ 时，求点 P 的坐标；
- (4) 在(3)的条件下，若点 N 是 y 轴上的一个动点，过点 N 作抛物线对称轴的垂线，垂足为 M ，连接 NA ， MP ，则 $NA + MP$ 的最小值为_____。