

## 二〇二四年绥化市初中毕业学业考试

## 数学试题

考生注意：

1. 考试时间 120 分钟

2. 本试题共三道大题，28 个小题，总分 120 分

3. 所有答案都必须写在答题卡上所对应的题号后的指定区域内

一、单项选择题（本题共 12 个小题，每小题 3 分，共 36 分）

请在答题卡上用 2B 铅笔将你的选项所对应的方框涂黑

1. 实数  $-\frac{1}{2025}$  的相反数是（ ）

- A. 2025                      B. -2025                      C.  $-\frac{1}{2025}$                       D.  $\frac{1}{2025}$

2. 下列所述图形中，是轴对称图形但不是中心对称图形的是（ ）

- A. 圆                      B. 菱形                      C. 平行四边形                      D. 等腰三角形

3. 某几何体是由完全相同的小正方体组合而成，下图是这个几何体的三视图，那么构成这个几何体的小正方体的个数是（ ）



- A. 5 个                      B. 6 个                      C. 7 个                      D. 8 个

4. 若式子  $\sqrt{2m-3}$  有意义，则  $m$  的取值范围是（ ）

- A.  $m \leq \frac{2}{3}$                       B.  $m \geq -\frac{3}{2}$                       C.  $m \geq \frac{3}{2}$                       D.  $m \leq -\frac{2}{3}$

5. 下列计算中，结果正确的是（ ）

- A.  $(-3)^{-2} = \frac{1}{9}$                       B.  $(a+b)^2 = a^2 + b^2$   
C.  $\sqrt{9} = \pm 3$                       D.  $(-x^2y)^3 = x^6y^3$

6. 小影与小冬一起写作业，在解一道一元二次方程时，小影在化简过程中写错了常数项，因而得到方程的两个根是 6 和 1；小冬在化简过程中写错了一次项的系数，因而得到方程的两个根是 -2 和 -5. 则原来的方程是（ ）

- A.  $x^2 + 6x + 5 = 0$                       B.  $x^2 - 7x + 10 = 0$   
C.  $x^2 - 5x + 2 = 0$                       D.  $x^2 - 6x - 10 = 0$

7. 某品牌女运动鞋专卖店，老板统计了一周内不同鞋码运动鞋的销售量如表：

| 鞋码        | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
|-----------|----|----|----|----|----|
| 平均每天销售量/双 | 10 | 12 | 20 | 12 | 12 |

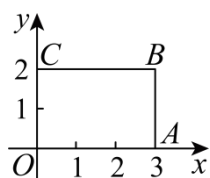
如果每双鞋的利润相同，你认为老板最关注的销售数据是下列统计量中的（ ）

- A. 平均数                      B. 中位数                      C. 众数                      D. 方差

8. 一艘货轮在静水中的航速为  $40\text{km/h}$ ，它以该航速沿江顺流航行  $120\text{km}$  所用时间，与以该航速沿江逆流航行  $80\text{km}$  所用时间相等，则江水的流速为（ ）

- A.  $5\text{km/h}$                       B.  $6\text{km/h}$                       C.  $7\text{km/h}$                       D.  $8\text{km/h}$

9. 如图，矩形  $OABC$  各顶点的坐标分别为  $O(0,0)$ ， $A(3,0)$ ， $B(3,2)$ ， $C(0,2)$ ，以原点  $O$  为位似中心，将这个矩形按相似比  $\frac{1}{3}$  缩小，则顶点  $B$  在第一象限对应点的坐标是（ ）

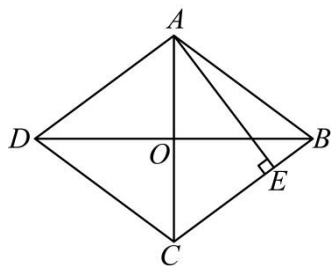


- A.  $(9,4)$                       B.  $(4,9)$                       C.  $\left(1, \frac{3}{2}\right)$                       D.  $\left(1, \frac{2}{3}\right)$

10. 下列叙述正确的是（ ）

- A. 顺次连接平行四边形各边中点一定能得到一个矩形  
B. 平分弦的直径垂直于弦  
C. 物体在灯泡发出的光照射下形成的影子是中心投影  
D. 相等的圆心角所对的弧相等，所对的弦相等，所对的弦心距也相等

11. 如图，四边形  $ABCD$  是菱形， $CD=5$ ， $BD=8$ ， $AE \perp BC$  于点  $E$ ，则  $AE$  的长是（ ）

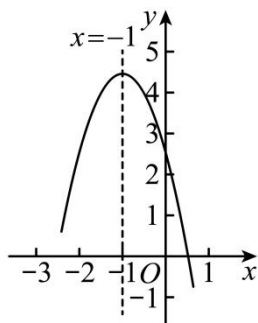


- A.  $\frac{24}{5}$                       B. 6                      C.  $\frac{48}{5}$                       D. 12

12. 二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ ) 的部分图象如图所示，对称轴为直线  $x = -1$ ，则下列结论中：

①  $\frac{b}{c} > 0$     ②  $am^2 + bm \leq a - b$  ( $m$  为任意实数)    ③  $3a + c < 1$

④若  $M(x_1, y)$ 、 $N(x_2, y)$  是抛物线上不同的两个点，则  $x_1 + x_2 \leq -3$ ．其中正确的结论有 ( )



- A. 1 个                      B. 2 个                      C. 3 个                      D. 4 个

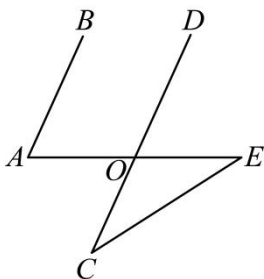
## 二、填空题 (本题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分)

请在答题卡上把你的答案写在所对应的题号后的指定区域内

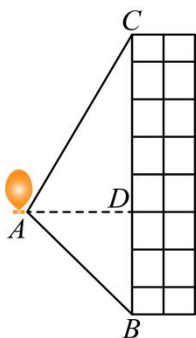
13. 中国的领水面积约为  $370\,000\text{ km}^2$ ，将数  $370\,000$  用科学记数法表示为：\_\_\_\_\_.

14. 分解因式：  $2mx^2 - 8my^2 =$  \_\_\_\_\_.

15. 如图，  $AB \parallel CD$ ，  $\angle C = 33^\circ$ ，  $OC = OE$ ．则  $\angle A =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ ．



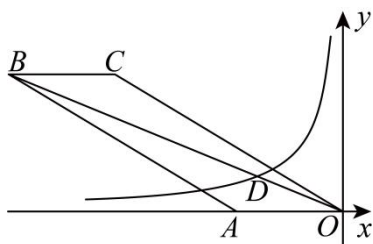
16. 如图，用热气球的探测器测一栋楼的高度，从热气球上的点  $A$  测得该楼顶部点  $C$  的仰角为  $60^\circ$ ，测得底部点  $B$  的俯角为  $45^\circ$ ，点  $A$  与楼  $BC$  的水平距离  $AD = 50\text{m}$ ，则这栋楼的高度为 \_\_\_\_\_  $\text{m}$  (结果保留根号)．



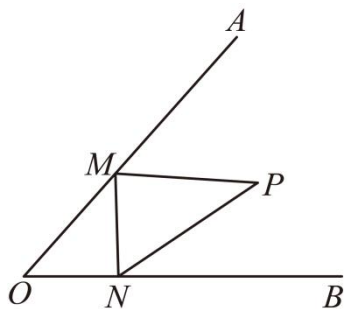
17. 计算：  $\frac{x-y}{x} \div \left( x - \frac{2xy-y^2}{x} \right) =$  \_\_\_\_\_.

18. 用一个圆心角为  $126^\circ$ ，半径为  $10\text{cm}$  的扇形作一个圆锥的侧面，这个圆锥的底面圆的半径为 \_\_\_\_\_  $\text{cm}$ ．

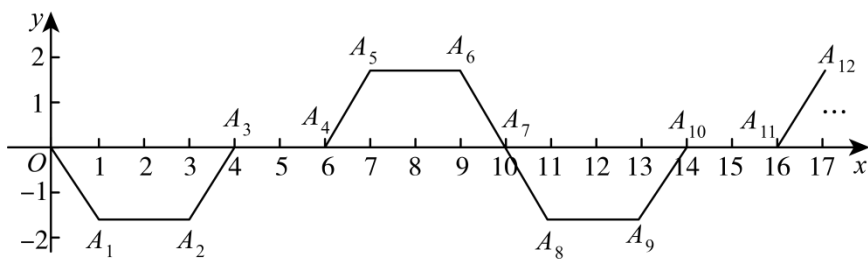
19. 如图，已知点  $A(-7,0)$ ， $B(x,10)$ ， $C(-17,y)$ ，在平行四边形  $ABCO$  中，它的对角线  $OB$  与反比例函数  $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$  的图象相交于点  $D$ ，且  $OD:OB = 1:4$ ，则  $k =$  \_\_\_\_\_.



20. 如图，已知  $\angle AOB = 50^\circ$ ，点  $P$  为  $\angle AOB$  内部一点，点  $M$  为射线  $OA$ 、点  $N$  为射线  $OB$  上的两个动点，当  $\triangle PMN$  的周长最小时，则  $\angle MPN =$  \_\_\_\_\_.



21. 如图，已知  $A_1(1, -\sqrt{3})$ ， $A_2(3, -\sqrt{3})$ ， $A_3(4, 0)$ ， $A_4(6, 0)$ ， $A_5(7, \sqrt{3})$ ， $A_6(9, \sqrt{3})$ ， $A_7(10, 0)$ ， $A_8(11, -\sqrt{3}) \dots$ ，依此规律，则点  $A_{2024}$  的坐标为 \_\_\_\_\_.

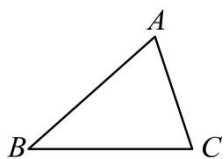


22. 在矩形  $ABCD$  中， $AB = 4\text{cm}$ ， $BC = 8\text{cm}$ ，点  $E$  在直线  $AD$  上，且  $DE = 2\text{cm}$ ，则点  $E$  到矩形对角线所在直线的距离是 \_\_\_\_\_  $\text{cm}$ .

### 三、解答题 (本题共 6 个小题，共 54 分)

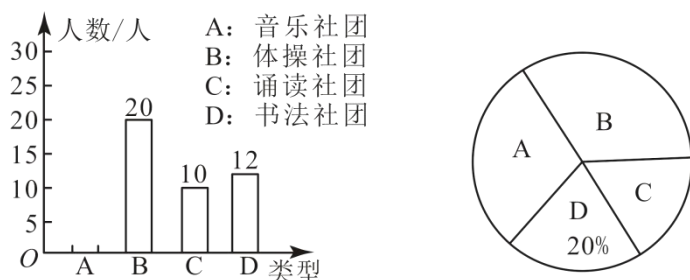
请在答题卡上把你的答案写在所对应的题号后的指定区域内

23. 已知:  $\triangle ABC$ .



- (1) 尺规作图: 画出  $\triangle ABC$  的重心  $G$ . (保留作图痕迹, 不要求写作法和证明)
- (2) 在 (1) 的条件下, 连接  $AG$ ， $BG$ . 已知  $\triangle ABG$  的面积等于  $5\text{cm}^2$ ，则  $\triangle ABC$  的面积是 \_\_\_\_\_  $\text{cm}^2$ .

24. 为了落实国家“双减”政策,某中学在课后服务时间里,开展了音乐、体操、诵读、书法四项社团活动.为了了解七年级学生对社团活动的喜爱情况,该校从七年级全体学生中随机抽取了部分学生进行“你最喜欢哪一项社团活动”的问卷调查,每人必须选择一项社团活动(且只能选择一项).根据调查结果,绘制成如下两幅统计图.

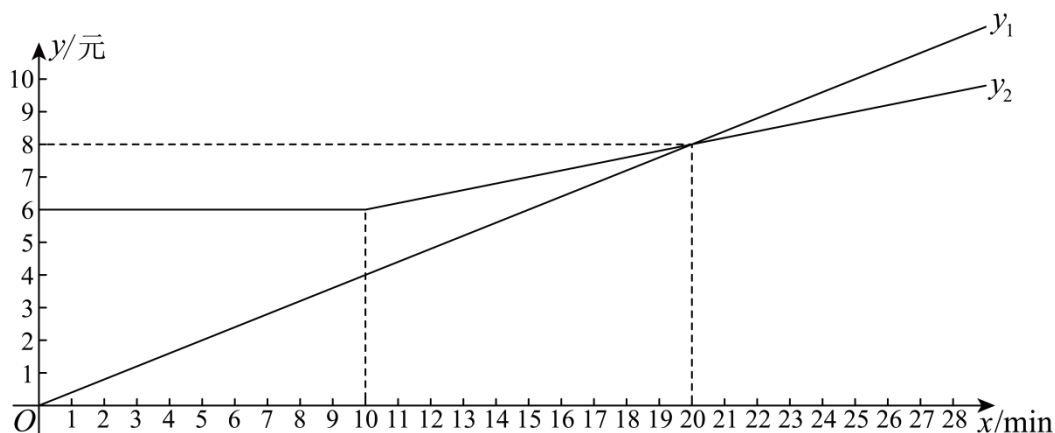


请根据统计图中的信息,解答下列问题:

- (1) 参加本次问卷调查的学生共有\_\_\_\_\_人.
- (2) 在扇形统计图中,  $A$  组所占的百分比是\_\_\_\_\_, 并补全条形统计图.
- (3) 端午节前夕, 学校计划进行课后服务成果展示, 准备从这 4 个社团中随机抽取 2 个社团汇报展示. 请用树状图法或列表法, 求选中的 2 个社团恰好是  $B$  和  $C$  的概率.

25. 为了响应国家提倡的“节能环保”号召, 某共享电动车公司准备投入资金购买  $A$ 、 $B$  两种电动车. 若购买  $A$  种电动车 25 辆、 $B$  种电动车 80 辆, 需投入资金 30.5 万元; 若购买  $A$  种电动车 60 辆、 $B$  种电动车 120 辆, 需投入资金 48 万元. 已知这两种电动车的单价不变.

- (1) 求  $A$ 、 $B$  两种电动车的单价分别是多少元?
- (2) 为适应共享电动车出行市场需求, 该公司计划购买  $A$ 、 $B$  两种电动车 200 辆, 其中  $A$  种电动车的数量不多于  $B$  种电动车数量的一半. 当购买  $A$  种电动车多少辆时, 所需的总费用最少, 最少费用是多少元?
- (3) 该公司将购买的  $A$ 、 $B$  两种电动车投放到出行市场后, 发现消费者支付费用  $y$  元与骑行时间  $x$  min 之间的对应关系如图. 其中  $A$  种电动车支付费用对应的函数为  $y_1$ ;  $B$  种电动车支付费用是 10min 之内, 起步价 6 元, 对应的函数为  $y_2$ . 请根据函数图象信息解决下列问题.



①小刘每天早上需要骑行 A 种电动车或 B 种电动车去公司上班. 已知两种电动车的平均行驶速度均为  $300\text{m}/\text{min}$  (每次骑行均按平均速度行驶, 其它因素忽略不计), 小刘家到公司的距离为  $8\text{km}$ , 那么小刘选择\_\_\_\_\_种电动车更省钱 (填写 A 或 B).

②直接写出两种电动车支付费用相差 4 元时,  $x$  的值\_\_\_\_\_.

26. 如图 1,  $O$  是正方形  $ABCD$  对角线上一点, 以  $O$  为圆心,  $OC$  长为半径的  $\odot O$  与  $AD$  相切于点  $E$ , 与  $AC$  相交于点  $F$ .

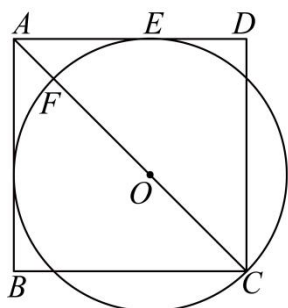


图1

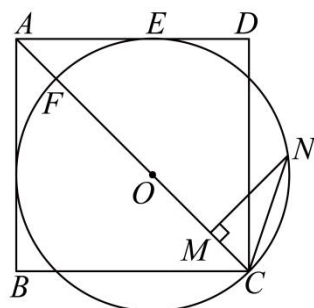


图2

(1) 求证:  $AB$  与  $\odot O$  相切.

(2) 若正方形  $ABCD$  的边长为  $\sqrt{2}+1$ , 求  $\odot O$  的半径.

(3) 如图 2, 在 (2) 的条件下, 若点  $M$  是半径  $OC$  上的一个动点, 过点  $M$  作  $MN \perp OC$  交  $\widehat{CE}$  于点  $N$ . 当  $CM:FM=1:4$  时, 求  $CN$  的长.

## 27. 综合与实践

### 问题情境

在一次综合与实践课上, 老师让同学们以两个全等的等腰直角三角形纸片为操作对象.

纸片  $\triangle ABC$  和  $\triangle DEF$  满足  $\angle ACB = \angle EDF = 90^\circ$ ,  $AC = BC = DF = DE = 2\text{cm}$ .

下面是创新小组的探究过程.

### 操作发现

(1) 如图 1, 取  $AB$  的中点  $O$ , 将两张纸片放置在同一平面内, 使点  $O$  与点  $F$  重合. 当旋转  $\triangle DEF$  纸片

交  $AC$  边于点  $H$ 、交  $BC$  边于点  $G$  时，设  $AH = x (1 < x < 2)$ ， $BG = y$ ，请你探究出  $y$  与  $x$  的函数关系式，并写出解答过程。

问题解决

(2) 如图 2，在 (1) 的条件下连接  $GH$ ，发现  $\triangle CGH$  的周长是一个定值。请你写出这个定值，并说明理由。

拓展延伸

(3) 如图 3，当点  $F$  在  $AB$  边上运动 (不包括端点  $A$ 、 $B$ )，且始终保持  $\angle AFE = 60^\circ$ 。请你直接写出  $\triangle DEF$  纸片的斜边  $EF$  与  $\triangle ABC$  纸片的直角边所夹锐角的正切值\_\_\_\_\_ (结果保留根号)。

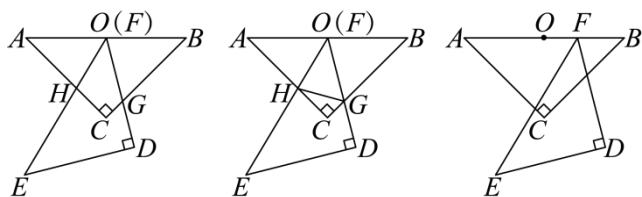


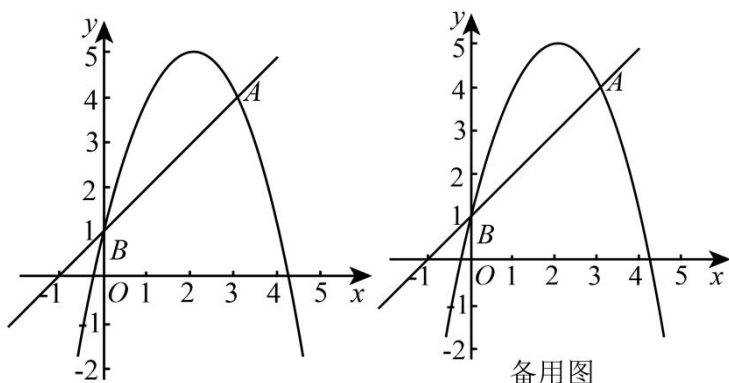
图1

图2

图3

## 28. 综合与探究

如图，在平面直角坐标系中，已知抛物线  $y = -x^2 + bx + c$  与直线相交于  $A$ 、 $B$  两点，其中点  $A(3, 4)$ ， $B(0, 1)$ 。



备用图

(1) 求该抛物线的函数解析式。

(2) 过点  $B$  作  $BC \parallel x$  轴交抛物线于点  $C$ ，连接  $AC$ ，在抛物线上是否存在点  $P$  使

$\tan \angle BCP = \frac{1}{6} \tan \angle ACB$ 。若存在，请求出满足条件的所有点  $P$  的坐标；若不存在，请说明理由。(提示：

依题意补全图形，并解答)

(3) 将该抛物线向左平移 2 个单位长度得到  $y_1 = a_1x^2 + b_1x + c_1 (a_1 \neq 0)$ ，平移后的抛物线与原抛物线相交于点  $D$ ，点  $E$  为原抛物线对称轴上的一点， $F$  是平面直角坐标系内的一点，当以点  $B$ 、 $D$ 、 $E$ 、 $F$  为顶点的四边形是菱形时，请直接写出点  $F$  的坐标。