

2024 年陕西省初中学业水平考试

数学试卷

注意事项：

1. 本试卷分为第一部分（选择题）和第二部分（非选择题），全卷共 8 页，总分 120 分，考试时间 120 分钟
2. 领到试卷和答题卡后，请用 0.5 毫米黑色墨水签字笔，分别在试卷和答题卡上填写姓名和准考证号，同时用 2B 铅笔在答题卡上填涂对应的试卷类型信息点（A 或 B）
3. 请在答题卡上各题的指定区域内作答，否则作答无效
4. 作图时，先用铅笔作图，再用规定签字笔描黑
5. 考试结束，本试卷和答题卡一并交回

第一部分（选择题 共 24 分）

一、选择题（共 8 小题，每小题 3 分，计 24 分，每小题只有一个选项是符合题意的）

1. -3 的倒数是（ ）

- A. 3 B. $\frac{1}{3}$ C. $-\frac{1}{3}$ D. -3

【答案】C

【解析】

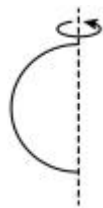
【分析】由互为倒数的两数之积为 1，即可求解.

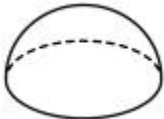
【详解】解：∵ $-3 \times \left(-\frac{1}{3}\right) = 1$,

∴ -3 的倒数是 $-\frac{1}{3}$.

故选 C

2. 如图，将半圆绕直径所在的虚线旋转一周，得到的立体图形是（ ）



- A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

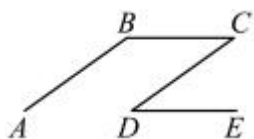
【分析】本题主要考查了点、线、面、体问题. 根据旋转体的特征判断即可.

【详解】解：将一个半圆绕它的直径所在的直线旋转一周得到的几何体是球，

故选：C.

【淘宝搜索店铺：中小学教辅资源店 微信：mlxt2022】

3. 如图， $AB \parallel DC$ ， $BC \parallel DE$ ， $\angle B = 145^\circ$ ，则 $\angle D$ 的度数为（ ）



A. 25°

B. 35°

C. 45°

D. 55°

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了平行线的性质，熟练掌握平行线的性质是解题的关键。先根据“两直线平行，同旁内角互补”，得到 $\angle C = 35^\circ$ ，再根据“两直线平行，内错角相等”，即可得到答案。

【详解】 $\because AB \parallel DC$ ，

$$\therefore \angle B + \angle C = 180^\circ,$$

$$\because \angle B = 145^\circ,$$

$$\therefore \angle C = 180^\circ - \angle B = 35^\circ,$$

$$\because BC \parallel DE,$$

$$\therefore \angle D = \angle C = 35^\circ.$$

故选 B.

4. 不等式 $2(x-1) \geq 6$ 的解集是（ ）

A. $x \leq 2$

B. $x \geq 2$

C. $x \leq 4$

D. $x \geq 4$

【答案】D

【解析】

【分析】本题主要考查解一元一次不等式。通过去括号，移项，合并同类项，未知数系数化为1，即可求解。

【详解】解： $2(x-1) \geq 6$ ，

$$\text{去括号得： } 2x - 2 \geq 6,$$

$$\text{移项合并得： } 2x \geq 8,$$

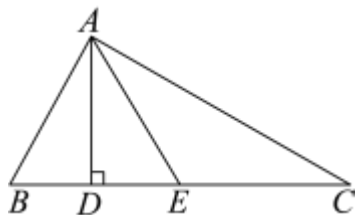
$$\text{解得： } x \geq 4,$$

故选：D.

5. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， AD 是 BC 边上的高， E 是 DC 的中点，连接 AE ，则图中的直角

三角形有（ ）

【淘宝搜索店铺：中小学教辅资源店 微信：mlxt2022】



A. 2 个

B. 3 个

C. 4 个

D. 5 个

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查直角三角形的概念，根据直角三角形的概念可以直接判断。

【详解】解：由图得 $\triangle ABD$ ， $\triangle ABC$ ， $\triangle ADC$ ， $\triangle ADE$ 为直角三角形，
共有 4 个直角三角形。

故选：C.

6. 一个正比例函数的图象经过点 $A(2, m)$ 和点 $B(n, -6)$ ，若点 A 与点 B 关于原点对称，则这个正比例函数的表达式为 ()

A. $y = 3x$

B. $y = -3x$

C. $y = \frac{1}{3}x$

D. $y = -\frac{1}{3}x$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查正比例函数的图象，坐标与中心对称，根据关于原点对称的两个点的横纵坐标均互为相反数，求出 A, B 的坐标，进而利用待定系数法求出函数表达式即可。

【详解】解：∵ 点 A 与点 B 关于原点对称，

$$\therefore m = 6, n = -2,$$

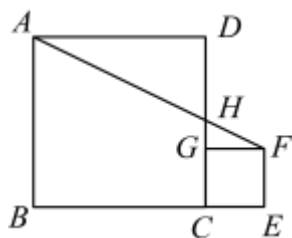
$$\therefore A(2, 6), B(-2, -6),$$

设正比例函数的解析式为： $y = kx (k \neq 0)$ ，把 $A(2, 6)$ 代入，得： $k = 3$ ，

$$\therefore y = 3x;$$

故选 A.

7. 如图，正方形 $CEFG$ 的顶点 G 在正方形 $ABCD$ 的边 CD 上， AF 与 DC 交于点 H，若 $AB = 6$ ， $CE = 2$ ，则 DH 的长为 ()



- A. 2 B. 3 C. $\frac{5}{2}$ D. $\frac{8}{3}$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了相似三角形的判定和性质，正方形的性质．证明 $\triangle ADH \sim \triangle FGH$ ，利用相似三角形的性质列式计算即可求解．

【详解】解：∵正方形 $ABCD$ ， $AB = 6$ ，

$$\therefore AB = AD = CD = 6,$$

∵正方形 $CEFG$ ， $CE = 2$ ，

$$\therefore CE = GF = CG = 2,$$

$$\therefore DG = CD - CG = 4,$$

由题意得 $AD \parallel GF$ ，

$$\therefore \triangle ADH \sim \triangle FGH,$$

$$\therefore \frac{AD}{GF} = \frac{DH}{GH}, \text{ 即 } \frac{6}{2} = \frac{DH}{4 - DH},$$

解得 $DH = 3$ ，

故选：B.

8. 已知一个二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的自变量 x 与函数 y 的几组对应值如下表，

x	...	-4	-2	0	3	5	...
y	...	-24	-8	0	-3	-15	...

则下列关于这个二次函数的结论正确的是 ()

- A. 图象的开口向上 B. 当 $x > 0$ 时， y 的值随 x 的值增大而增大
C. 图象经过第二、三、四象限 D. 图象的对称轴是直线 $x = 1$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了待定系数法求二次函数解析式，二次函数的性质．先利用待定系数法求得二次函数解析式，再根据二次函数的性质逐一判断即可．

$$\begin{cases} 4a - 2b + c = -8 \\ c = 0 \\ 9a + 3b + c = -3 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} a = -1 \\ c = 0 \\ b = 2 \end{cases},$$

【详解】解：由题意得

$$\therefore \text{二次函数的解析式为 } y = -x^2 + 2x = -(x-1)^2 + 1,$$

【淘宝搜索店铺：中小学教辅资源店 微信：mlxt2022】

$$\therefore a = -1 < 0,$$

$\therefore$ 图象的开口向下，故选项 A 不符合题意；

图象的对称轴是直线 $x = 1$ ，故选项 D 符合题意；

当 $0 < x < 1$ 时， y 的值随 x 的值增大而增大，当 $x > 1$ 时， y 的值随 x 的值增大而减小，故选项 B 不符合题意；

$\therefore$ 顶点坐标为 $(1, 1)$ 且经过原点，图象的开口向下，

$\therefore$ 图象经过第一、三、四象限，故选项 C 不符合题意；

故选：D.

第二部分（非选择题 共 96 分）

二、填空题（共 5 小题，每小题 3 分，计 15 分）

9. 分解因式： $a^2 - ab =$ _____.

【答案】 $a(a - b)$.

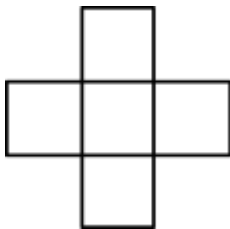
【解析】

【详解】解： $a^2 - ab = a(a - b)$.

故答案为 $a(a - b)$.

【点睛】本题考查因式分解-提公因式法.

10. 小华探究“幻方”时，提出了一个问题：如图，将 0， -2 ， -1 ，1，2 这五个数分别填在五个小正方形内，使横向三个数之和与纵向三个数之和相等，则填入中间位置的小正方形内的数可以是_____。（写出一个符合题意的数即可）

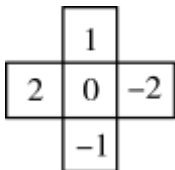


【答案】0

【解析】

【分析】本题考查有理数的运算，根据横向三个数之和与纵向三个数之和相等，进行填写即可得出结果.

【详解】解：由题意，填写如下：

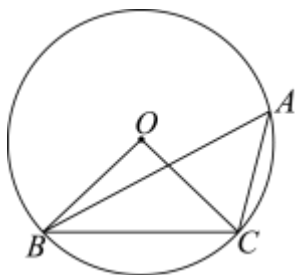


$$1 + 0 + (-1) = 0, 2 + 0 + (-2) = 0, \text{ 满足题意;}$$

故答案为：0.

【淘宝搜索店铺：中小学教辅资源店 微信：mlxt2022】

11. 如图, BC 是 $\odot O$ 的弦, 连接 OB , OC , $\angle A$ 是 $\widehat{BC}$ 所对的圆周角, 则 $\angle A$ 与 $\angle OBC$ 的和的度数是_____.



【答案】 90° ##90 度

【解析】

【分析】 本题考查了圆周角定理, 等腰三角形的性质, 三角形内角和定理, 熟练掌握圆周角定理是解题的关键. 根据圆周角定理可得 $\angle BOC = 2\angle A$, 结合三角形内角和定理, 可证明 $2\angle A + \angle OBC + \angle OCB = 180^\circ$, 再根据等腰三角形的性质可知 $\angle OBC = \angle OCB$, 由此即得答案.

【详解】 $\because \angle A$ 是 $\widehat{BC}$ 所对的圆周角, $\angle BOC$ 是 $\widehat{BC}$ 所对的圆心角,

$$\therefore \angle BOC = 2\angle A,$$

$$\because \angle BOC + \angle OBC + \angle OCB = 180^\circ,$$

$$\therefore 2\angle A + \angle OBC + \angle OCB = 180^\circ,$$

$$\because OB = OC,$$

$$\therefore \angle OBC = \angle OCB,$$

$$\therefore 2\angle A + \angle OBC + \angle OBC = 180^\circ,$$

$$\therefore 2\angle A + 2\angle OBC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle A + \angle OBC = 90^\circ.$$

故答案为: 90° .

12. 已知点 $A(-2, y_1)$ 和点 $B(m, y_2)$ 均在反比例函数 $y = -\frac{5}{x}$ 的图象上, 若 $0 < m < 1$, 则 $y_1 + y_2$ _____ 0.

【答案】 $<$ ##小于

【解析】

【分析】 本题主要考查了反比例函数的性质, 先求出 $y_1 = \frac{5}{2}$, $y_2 = -\frac{5}{m}$, 再根据 $0 < m < 1$, 得出 $y_2 < -5$, 最后求出 $y_1 + y_2 < 0$ 即可.

【详解】 解: $\because$ 点 $A(-2, y_1)$ 和点 $B(m, y_2)$ 均在反比例函数 $y = -\frac{5}{x}$ 的图象上,

【淘宝搜索店铺：中小学教辅资源店 微信：mlxt2022】

$$\therefore y_1 = \frac{5}{2}, \quad y_2 = -\frac{5}{m},$$

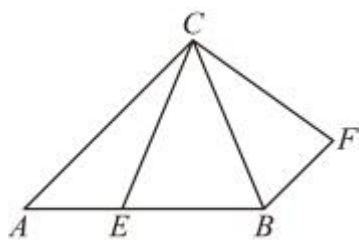
$$\therefore 0 < m < 1,$$

$$\therefore y_2 < -5,$$

$$\therefore y_1 + y_2 < 0.$$

故答案为：<.

13. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， E 是边 AB 上一点，连接 CE ，在 BC 右侧作 $BF \parallel AC$ ，且 $BF = AE$ ，连接 CF 。若 $AC = 13$ ， $BC = 10$ ，则四边形 $EBFC$ 的面积为_____.



【答案】60

【解析】

【分析】本题考查等边对等角，平行线的性质，角平分线的性质，勾股定理：过点 C 作 $CM \perp AB$ ， $CN \perp BF$ ，根据等边对等角结合平行线的性质，推出 $\angle ABC = \angle CBF$ ，进而得到 $CM = CN$ ，得到 $S_{\triangle CBF} = S_{\triangle ACE}$ ，进而得到四边形 $EBFC$ 的面积等于 $S_{\triangle ABC}$ ，设 $AM = x$ ，勾股定理求出 CM 的长，再利用面积公式求出 $\triangle ABC$ 的面积即可.

【详解】解： $\because AB = AC$ ，

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB,$$

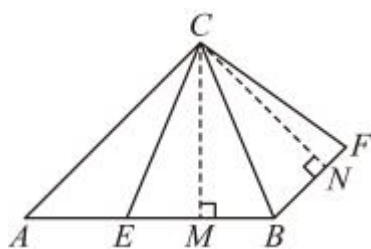
$$\therefore BF \parallel AC,$$

$$\therefore \angle ACB = \angle CBF,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle CBF,$$

$$\therefore BC \text{ 平分 } \angle ABF,$$

过点 C 作 $CM \perp AB$ ， $CN \perp BF$ ，



则： $CM = CN$ ，

【淘宝搜索店铺：中小学教辅资源店 微信：mlxt2022】

$$\therefore S_{\triangle ACF} = \frac{1}{2} AE \cdot CM, S_{\triangle CBF} = \frac{1}{2} BF \cdot CN, \text{ 且 } BF = AE,$$

$$\therefore S_{\triangle CBF} = S_{\triangle ACF},$$

$$\therefore \text{四边形 } EBFC \text{ 的面积} = S_{\triangle CBF} + S_{\triangle CEF} = S_{\triangle ACF} + S_{\triangle CEF} = S_{\triangle CEA},$$

$$\therefore AC = 13,$$

$$\therefore AB = 13,$$

$$\text{设 } AM = x, \text{ 则: } BM = 13 - x,$$

$$\text{由勾股定理, 得: } CM^2 = AC^2 - AM^2 = BC^2 - BM^2,$$

$$\therefore 13^2 - x^2 = 10^2 - (13 - x)^2,$$

$$\text{解: } x = \frac{119}{13},$$

$$\therefore CM = \sqrt{13^2 - \left(\frac{119}{13}\right)^2} = \frac{120}{13},$$

$$\therefore S_{\triangle CEA} = \frac{1}{2} AC \cdot CM = 60,$$

$$\therefore \text{四边形 } EBFC \text{ 的面积为 } 60.$$

故答案为: 60.

三、解答题 (共 13 小题, 计 81 分. 解答题应写出过程)

$$14. \text{ 计算: } \sqrt{25} - (-7)^0 + (-2) \times 3$$

$$\text{【答案】 } -2$$

【解析】

【分析】本题考查了实数的运算. 根据算术平方根、零次幂、有理数的乘法运算法则计算即可求解.

$$\begin{aligned} \text{【详解】解: } & \sqrt{25} - (-7)^0 + (-2) \times 3 \\ &= 5 - 1 - 6 \\ &= -2. \end{aligned}$$

$$15. \text{ 先化简, 再求值: } (x+y)^2 + x(x-2y), \text{ 其中 } x=1, y=-2.$$

$$\text{【答案】 } 2x^2 + y^2, 6$$

【解析】

【分析】本题考查了整式的混合运算以及求值. 根据完全平方公式和单项式乘以多项式法则进行运算, 再合并同类项, 最后代入即可求解.

【淘宝搜索店铺：中小学教辅资源店 微信：mlxt2022】

【详解】解： $(x+y)^2 + x(x-2y)$

$$= x^2 + 2xy + y^2 + x^2 - 2xy$$

$$= 2x^2 + y^2;$$

当 $x=1$, $y=-2$ 时,

$$\text{原式} = 2 \times 1^2 + (-2)^2 = 2 + 4 = 6.$$

16. 解方程: $\frac{2}{x^2-1} + \frac{x}{x-1} = 1$.

【答案】 $x = -3$

【解析】

【分析】 本题主要考查了解分式方程，先去分母变分式方程为整式方程，然后再解整式方程，最后对方程的解进行检验即可.

【详解】解: $\frac{2}{x^2-1} + \frac{x}{x-1} = 1$,

去分母得: $2 + x(x+1) = x^2 - 1$,

去括号得: $2 + x^2 + x = x^2 - 1$,

移项, 合并同类项得: $x = -3$,

检验: 把 $x = -3$ 代入 $(x+1)(x-1)$ 得: $(-3+1)(-3-1) = 8 \neq 0$,

$\therefore x = -3$ 是原方程的解.

17. 如图, 已知直线 l 和 l 外一点 A , 请用尺规作图法, 求作一个等腰直角 $\triangle ABC$, 使得顶点 B 和顶点 C 都在直线 l 上. (作出符合题意的一个等腰直角三角形即可, 保留作图痕迹, 不写作法)

A

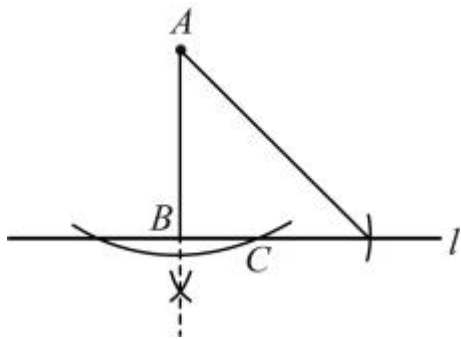
_____ l

【答案】 见解析

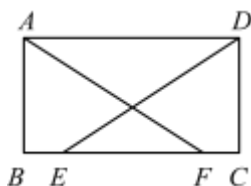
【解析】

【分析】 本题考查了等腰直角三角形的定义, 尺规作图. 过点 A 作 $AB \perp l$, 垂足为 B , 再在直线 l 上截取点 C , 使 $BC = AB$, 连接 AC , 则 $\triangle ABC$ 是所求作的等腰直角三角形.

【详解】解: 等腰直角 $\triangle ABC$ 如图所示:



18. 如图，四边形 $ABCD$ 是矩形，点 E 和点 F 在边 BC 上，且 $BE = CF$ 。求证： $AF = DE$ 。



【答案】见解析

【解析】

【分析】 本题考查了矩形的性质，全等三角形的判定和性质。根据矩形的性质得到 $AB = CD$ ， $\angle B = \angle C = 90^\circ$ ，再推出 $BF = CE$ ，利用 SAS 证明 $\triangle ABF \cong \triangle DCE$ ，即可得到 $AF = DE$ 。

【详解】 证明： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，
 $\therefore AB = DC$ ， $\angle B = \angle C = 90^\circ$ ，
 $\because BE = CF$ ，
 $\therefore BE + EF = CF + EF$ ，即 $BF = CE$ ，
 $\therefore \triangle ABF \cong \triangle DCE (SAS)$ ，
 $\therefore AF = DE$ 。

19. 一个不透明的袋子中共装有五个小球，其中 3 个红球，1 个白球，1 个黄球，这些小球除颜色外都相同。将袋中小球摇匀，从中随机摸出一个小球记下颜色后放回，记作随机摸球一次。

(1) 随机摸球 10 次，其中摸出黄球 3 次，则这 10 次摸球中，摸出黄球的频率是_____。

(2) 随机摸球 2 次，用画树状图或列表^的方法，求这两次摸出的小球都是红球的概率。

【答案】 (1) 0.3 (2) $\frac{9}{25}$

【解析】

【分析】 (1) 根据“频数除以总数等于频率”求解即可；

(2) 画出树状图可得，共有 25 种等可能的结果，其中两次摸出的小球都是红球有 9 种结果，再利用概率公式求解即可。

【小问 1 详解】

解：由题意得，摸出黄球的频率是 $3 \div 10 = 0.3$ ，

【淘宝搜索店铺：中小学教辅资源店 微信：mlxt2022】

故答案为：0.3；

【小问 2 详解】

解：画树状图得，



共有 25 种等可能的结果，其中两次摸出的小球都是红球有 9 种结果，

$\therefore$ 两次摸出的小球都是红球的概率为 $\frac{9}{25}$ 。

【点睛】本题考查求频率的公式、画树状图或列表法求概率、概率公式，熟练掌握画树状图或列表法求概率的方法是解题的关键。

20. 星期天，妈妈做饭，小峰和爸爸进行一次家庭卫生大扫除。根据这次大扫除的任务量，若小峰单独完成，需 $4h$ ；若爸爸单独完成，需 $2h$ 。当天，小峰先单独打扫了一段时间后，去参加篮球训练，接着由爸爸单独完成剩余的打扫任务。小峰和爸爸这次一共打扫了 $3h$ ，求这次小峰打扫了多长时间。

【答案】小峰打扫了 $2h$ 。

【解析】

【分析】本题是一道工程问题的应用题。设小峰打扫了 xh ，爸爸打扫了 $(3-x)h$ ，根据总工作量=各部分的工作量之和列出一元一次方程，然后求解即可。

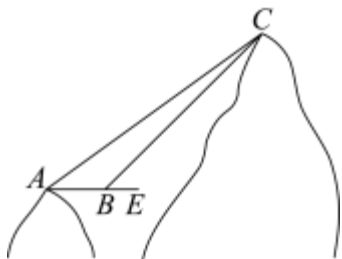
【详解】解：设总工作量为 1，小峰打扫了 xh ，爸爸打扫了 $(3-x)h$ ，则小峰打扫任务的工作效率为 $\frac{1}{4}$ ，爸爸打扫任务的工作效率为 $\frac{1}{2}$ ，

由题意，得：
$$\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}(3-x) = 1$$

解得： $x = 2$ ，

答：小峰打扫了 $2h$ 。

21. 如图所示，一座小山顶的水平观景台的海拔高度为 $1600m$ ，小明想利用这个观景台测量对面山顶 C 点处的海拔高度，他在该观景台上选定了一点 A ，在点 A 处测得 C 点的仰角 $\angle CAE = 42^\circ$ ，再在 AE 上选一点 B ，在点 B 处测得 C 点的仰角 $\alpha = 45^\circ$ ， $AB = 10m$ 。求山顶 C 点处的海拔高度。（小明身高忽略不计，参考数据： $\sin 42^\circ \approx 0.67$ ， $\cos 42^\circ \approx 0.74$ ， $\tan 42^\circ \approx 0.90$ ）

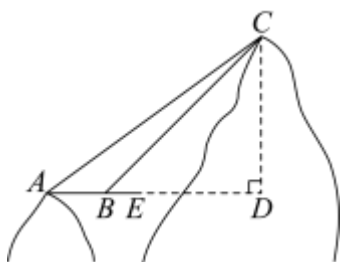


【答案】山顶 C 点处的海拔高度为 1690m .

【解析】

【分析】本题考查了解直角三角形的应用. 过点 C 作 $CD \perp AE$ 交 AE 的延长线于点 D , 在 $\text{Rt}\triangle CBD$ 和 $\text{Rt}\triangle CAD$ 中, 利用三角函数的定义列式计算即可求解.

【详解】解: 过点 C 作 $CD \perp AE$ 交 AE 的延长线于点 D , 设 $CD = xm$,



在 $\text{Rt}\triangle CBD$ 中, $\angle CBD = 45^\circ = \angle BCD$,

$$\therefore BD = CD = xm ,$$

在 $\text{Rt}\triangle CAD$ 中, $\angle CAD = 42^\circ$,

$$\therefore AD = \frac{x}{\tan 42^\circ} = \frac{x}{0.9} ,$$

$$\therefore AB = 10\text{m} ,$$

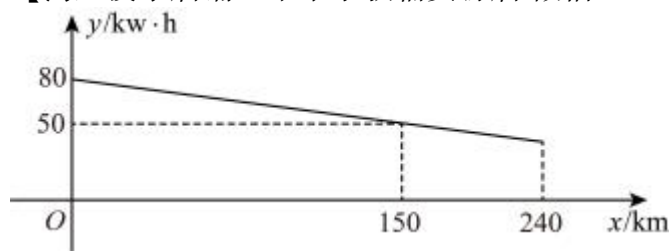
$$\therefore \frac{x}{0.9} - x = 10 ,$$

解得 $x = 90$,

$\therefore$ 山顶 C 点处的海拔高度为 $1600 + 90 = 1690(\text{m})$.

22. 我国新能源汽车快速健康发展, 续航里程不断提升, 王师傅驾驶一辆纯电动汽车从 A 市前往 B 市, 他驾车从 A 市一高速公路入口驶入时, 该车的剩余电量是 80kwh , 行驶了 240km 后, 从 B 市一高速公路出口驶出, 已知该车在高速公路上行驶的过程中, 剩余电量 $y(\text{kwh})$ 与行驶路程 $x(\text{km})$ 之间的关系如图所示.

【淘宝搜索店铺：中小学教辅资源店 微信：mlxt2022】



(1) 求 y 与 x 之间的关系式；

(2) 已知这辆车的“满电量”为 $100\text{kW}\cdot\text{h}$ ，求王师傅驾车从 B 市这一高速公路出口驶出时，该车的剩余电量占“满电量”的百分之多少.

【答案】 (1) y 与 x 之间的关系式为 $y = -0.2x + 80$ ；

(2) 该车的剩余电量占“满电量”的 32% .

【解析】

【分析】 本题考查了一次函数的应用，正确理解题意、求出函数关系式是解题的关键.

(1) 利用待定系数法求解即可；

(2) 先求得当 $x = 240$ 时， y 的值，再计算即可求解.

【小问 1 详解】

解： 设 y 与 x 之间的关系式为 $y = kx + b$ ，

将 $(0, 80)$ ， $(150, 50)$ 代入得
$$\begin{cases} 80 = b \\ 50 = 150k + b \end{cases}$$
，

解得
$$\begin{cases} b = 80 \\ k = -0.2 \end{cases}$$
，

$\therefore y$ 与 x 之间的关系式为 $y = -0.2x + 80$ ；

【小问 2 详解】

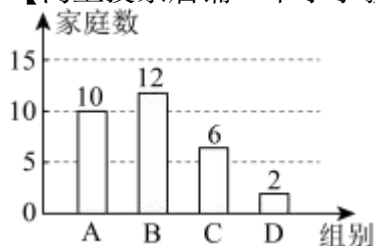
解： 当 $x = 240$ 时， $y = -0.2 \times 240 + 80 = 32$ ，

$$\frac{32}{100} \times 100\% = 32\%$$

答： 该车的剩余电量占“满电量”的 32% .

23. 水资源问题是全球关注的热点，节约用水已成为全民共识. 某校课外兴趣小组想了解居民家庭用水情况，

他们从一小区随机抽取了 30 户家庭，收集了这 30 户家庭去年 7 月份的用水量，并对这 30 个数据进行整理，绘制了如下统计图表：



组别	用水量 x/m^3	组内平均数 $/\text{m}^3$
A	$2 \leq x < 6$	5.3
B	$6 \leq x < 10$	8.0
C	$10 \leq x < 14$	12.5
D	$14 \leq x < 18$	15.5

根据以上信息，解答下列问：

- (1) 这 30 个数据的中位数落在_____组（填组别）；
- (2) 求这 30 户家庭去年 7 月份的总用水量；
- (3) 该小区有 1000 户家庭，若每户家庭今年 7 月份的用水量都比去年 7 月份各自家庭的用水量节约 10%，请估计这 1000 户家庭今年 7 月份的总用水量比去年 7 月份的总用水量节约多少 m^3 ？

【答案】 (1) B (2) 255m^3

(3) 850m^3

【解析】

【分析】 本题主要考查了求一组数据的中位数，求一组数据的平均数，条形统计图，根据统计图信息得出相应的量，是解题的关键.

- (1) 根据中位数的定义进行求解即可；
- (2) 根据组内平均用水量和组内户数求出这 30 户家庭去年 7 月份的总用水量即可；
- (3) 用样本估计总体即可.

【小问 1 详解】

解：根据条形统计图可知：A 组有 10 户，B 组有 12 户，C 组有 6 户，D 组有 2 户，
 $\therefore$ 将 30 个数据从小到大进行排序，排在第 15 和 16 的两个数据一定落在 B 组，
 $\therefore$ 这 30 个数据的中位数落在 B 组；

【小问 2 详解】

解：这 30 户家庭去年 7 月份的总用水量为：

$$5.3 \times 10 + 8.0 \times 12 + 12.5 \times 6 + 15.5 \times 2 = 255 (\text{m}^3);$$

【小问 3 详解】

【淘宝搜索店铺：中小学教辅资源店 微信：mlxt2022】

解：去年每户家庭 7 月份的用水量约为： $255 \div 30 = 8.5(\text{m}^3)$ ，

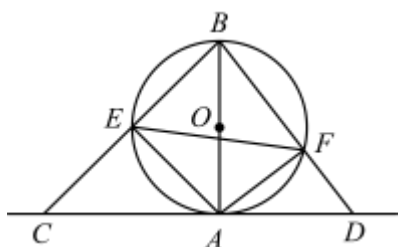
$\therefore$ 每户家庭今年 7 月份的用水量都比去年 7 月份各自家庭的用水量节约 10%，

$\therefore$ 今年每户家庭 7 月份的节约用水量约为： $8.5 \times 10\% = 0.85(\text{m}^3)$ ，

$\therefore$ 估计这 1000 户家庭今年 7 月份的总用水量比去年 7 月份的总用水量节约：

$$1000 \times 0.85 = 850(\text{m}^3)$$

24. 如图，直线 l 与 $\odot O$ 相切于点 A ， AB 是 $\odot O$ 的直径，点 C, D 在 l 上，且位于点 A 两侧，连接 BC, BD ，分别与 $\odot O$ 交于点 E, F ，连接 EF, AF 。



(1) 求证： $\angle BAF = \angle CDB$ ；

(2) 若 $\odot O$ 的半径 $r = 6$ ， $AD = 9$ ， $AC = 12$ ，求 EF 的长。

【答案】 (1) 见解析 (2) $EF = \frac{42\sqrt{2}}{5}$ 。

【解析】

【分析】 (1) 利用切线和直径的性质求得 $\angle BAD = \angle BFA = 90^\circ$ ，再利用等角的余角相等即可证明 $\angle BAF = \angle CDB$ ；

(2) 先求得 $AB = 12 = AC$ ， $BD = 15$ ，证明 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ABE$ 是等腰直角三角形，求得 AE 的长，再证明 $\triangle BEF \sim \triangle BDC$ ，据此求解即可。

【小问 1 详解】

证明： $\because$ 直线 l 与 $\odot O$ 相切于点 A ，

$$\therefore \angle BAD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BDA + \angle ABD = 90^\circ,$$

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径，

$$\therefore \angle BFA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAF + \angle ABD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAF = \angle CDB;$$

【小问 2 详解】

解： $\because r = 6$ ，

【淘宝搜索店铺：中小学教辅资源店 微信：mlxt2022】

$$\therefore AB = 2r = 12 = AC, \quad BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15,$$

$\therefore$ 直线 l 与 $\odot O$ 相切于点 A ,

$$\therefore \angle BAC = 90^\circ,$$

$\therefore \triangle ABC$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB = 45^\circ,$$

$\therefore AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle BEA = 90^\circ,$$

$\therefore \triangle ABE$ 也是等腰直角三角形,

$$\therefore AE = BE = AB \cdot \cos 45^\circ = 6\sqrt{2},$$

$$\therefore \widehat{BF} = \widehat{BF},$$

$$\therefore \angle BEF = \angle BAF,$$

$$\therefore \angle BAF = \angle CDB,$$

$$\therefore \angle BEF = \angle BDC,$$

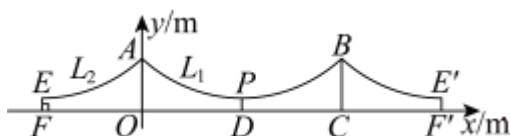
$$\therefore \triangle BEF \sim \triangle BDC,$$

$$\therefore \frac{BE}{BD} = \frac{EF}{CD}, \quad \text{即} \quad \frac{6\sqrt{2}}{15} = \frac{EF}{12+9},$$

$$\therefore EF = \frac{42\sqrt{2}}{5}.$$

【点睛】本题考查的是等腰三角形的性质和判定，相似三角形的性质和判定，切线的性质，勾股定理等知识点的应用，掌握切线的性质定理、相似三角形的判定定理和性质定理是解题的关键。

25. 一条河上横跨着一座宏伟壮观的悬索桥. 桥梁的缆索 L_1 与缆索 L_2 均呈抛物线型, 桥塔 AO 与桥塔 BC 均垂直于桥面, 如图所示, 以 O 为原点, 以直线 FF' 为 x 轴, 以桥塔 AO 所在直线为 y 轴, 建立平面直角坐标系.



已知: 缆索 L_1 所在抛物线与缆索 L_2 所在抛物线关于 y 轴对称, 桥塔 AO 与桥塔 BC 之间的距离 $OC = 100\text{m}$, $AO = BC = 17\text{m}$, 缆索 L_1 的最低点 P 到 FF' 的距离 $PD = 2\text{m}$ (桥塔的粗细忽略不计)

(1) 求缆索 L_1 所在抛物线的函数表达式;

(2) 点 E 在缆索 L_2 上, $EF \perp FF'$, 且 $EF = 2.6\text{m}$, $FO < OD$, 求 FO 的长.

【淘宝搜索店铺：中小学教辅资源店 微信：mlxt2022】

【答案】 (1) $y = \frac{3}{500}(x-50)^2 + 2$;

(2) FO 的长为 40m .

【解析】

【分析】 本题考查了二次函数的应用，待定系数法求二次函数解析式，根据题意求得函数解析式是解题的关键.

(1) 根据题意设缆索 L_1 所在抛物线的函数表达式为 $y = a(x-50)^2 + 2$, 把 $(0,17)$ 代入求解即可;

(2) 根据轴对称的性质得到缆索 L_2 所在抛物线的函数表达式为 $y = \frac{3}{500}(x+50)^2 + 2$, 由 $EF = 2.6\text{m}$, 把 $y = 2.6$ 代入求得 $x_1 = -40$, $x_2 = -60$, 据此求解即可.

【小问 1 详解】

解: 由题意得顶点 P 的坐标为 $(50,2)$, 点 A 的坐标为 $(0,17)$,

设缆索 L_1 所在抛物线的函数表达式为 $y = a(x-50)^2 + 2$,

把 $(0,17)$ 代入得 $17 = a(0-50)^2 + 2$,

解得 $a = \frac{3}{500}$,

$\therefore$ 缆索 L_1 所在抛物线的函数表达式为 $y = \frac{3}{500}(x-50)^2 + 2$;

【小问 2 详解】

解: $\because$ 缆索 L_1 所在抛物线与缆索 L_2 所在抛物线关于 y 轴对称,

$\therefore$ 缆索 L_2 所在抛物线的函数表达式为 $y = \frac{3}{500}(x+50)^2 + 2$,

$\therefore EF = 2.6$,

$\therefore$ 把 $y = 2.6$ 代入得, $2.6 = \frac{3}{500}(x+50)^2 + 2$,

解得 $x_1 = -40$, $x_2 = -60$,

$\therefore FO = 40\text{m}$ 或 $FO = 60\text{m}$,

$\therefore FO < OD$,

$\therefore FO$ 的长为 40m .

26. 问题提出

(1) 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 15$, $\angle C = 30^\circ$, 作 $\triangle ABC$ 的外接圆 $\odot O$. 则 $\widehat{ACB}$ 的长为

_____；（结果保留 π ）

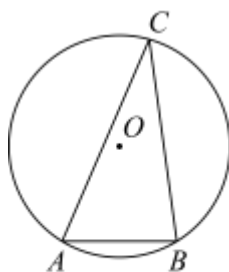
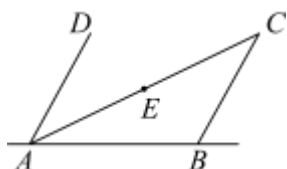


图1

问题解决

(2) 如图 2 所示，道路 AB 的一侧是湿地．某生态研究所在湿地上建有观测点 D, E, C ，线段 AD, AC 和 BC 为观测步道，其中点 A 和点 B 为观测步道出入口，已知点 E 在 AC 上，且 $AE = EC$ ， $\angle DAB = 60^\circ$ ， $\angle ABC = 120^\circ$ ， $AB = 1200\text{m}$ ， $AD = BC = 900\text{m}$ ，现要在湿地上修建一个新观测点 P ，使 $\angle DPC = 60^\circ$ ．再在线段 AB 上选一个新的步道出入口点 F ，并修通三条新步道 PF, PD, PC ，使新步道 PF 经过观测点 E ，并将五边形 $ABCPD$ 的面积平分．



请问：是否存在满足要求的点 P 和点 F ？若存在，求此时 PF 的长；若不存在，请说明理由．（点 A, B, C, P, D 在同一平面内，道路 AB 与观测步道的宽、观测点及出入口的大小均忽略不计，结果保留根号）

【答案】 (1) 25π ； (2) 存在满足要求的点 P 和点 F ，此时 PF 的长为 $(300\sqrt{5} + 1200)\text{m}$ ．

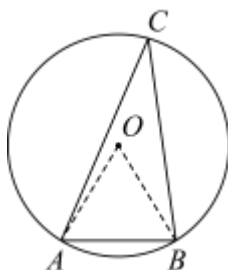
【解析】

【分析】 (1) 连接 OA, OB ，证明 $\triangle OAB$ 等边三角形，再利用弧长公式计算即可求解；

(2) 点 P 在以 O 为圆心，圆心角为 120° 的圆上，如图，由题意知直线 PF 必经过 CD 的中点 M ，得到四

边形 $AFMD$ 是平行四边形，求得 $FM = AD = 900\text{m}$ ，作 $CN \perp PF$ 于点 N ，解直角三角形求得 CN 和 MN 的长，再证明 $\triangle PMC \sim \triangle DPC$ ，利用相似三角形的性质求得 $PC^2 = 720000$ ，据此求解即可．

【详解】解： (1) 连接 OA, OB ，



【淘宝搜索店铺：中小学教辅资源店 微信：mlxt2022】

$$\therefore \angle C = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle AOB = 60^\circ,$$

$$\therefore OA = OB,$$

$\therefore \triangle OAB$ 等边三角形,

$$\therefore AB = 15,$$

$$\therefore OA = OB = 15,$$

$$\therefore \widehat{ACB} \text{ 的长为 } \frac{300\pi \cdot 15}{180} = 25\pi;$$

故答案为: 25π ;

(2) 存在满足要求的点 P 和点 F , 此时 PF 的长为 $(300\sqrt{5} + 1200)\text{m}$. 理由如下,

$$\text{解: } \therefore \angle DAB = 60^\circ, \angle ABC = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle DAB + \angle ABC = 180^\circ,$$

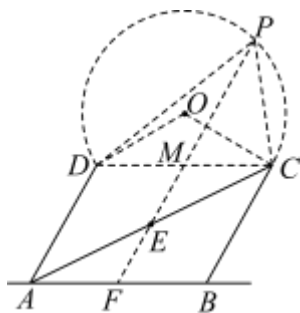
$$\therefore AD \parallel BC,$$

$$\therefore AD = BC = 900\text{m},$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形,

$\therefore$ 要在湿地上修建一个新观测点 P , 使 $\angle DPC = 60^\circ$,

$\therefore$ 点 P 在以 O 为圆心, CD 为弦, 圆心角为 120° 的圆上, 如图,



$$\therefore AE = EC,$$

$\therefore$ 经过点 E 的直线都平分四边形 $ABCD$ 的面积,

$\therefore$ 新步道 PF 经过观测点 E , 并将五边形 $ABCPD$ 的面积平分,

$\therefore$ 直线 PF 必经过 CD 的中点 M ,

$\therefore ME$ 是 $\triangle CAD$ 的中位线,

$$\therefore ME \parallel AD,$$

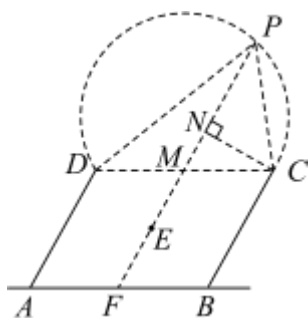
$$\therefore MF \parallel AD, DM \parallel AF,$$

$\therefore$ 四边形 $AFMD$ 是平行四边形,

【淘宝搜索店铺：中小学教辅资源店 微信：mlxt2022】

$$\therefore FM = AD = 900\text{m},$$

作 $CN \perp PF$ 于点 N ,



$\therefore$ 四边形 $AFMD$ 是平行四边形, $\angle DAB = 60^\circ$,

$$\therefore \angle PMC = \angle DMF = \angle DAB = 60^\circ,$$

$$\therefore CM = \frac{1}{2}CD = \frac{1}{2}AB = 600(\text{m})$$

$$\therefore MN = CM \cdot \cos 60^\circ = 300(\text{m}), \quad CN = CM \cdot \sin 60^\circ = 300\sqrt{3}(\text{m}),$$

$$\therefore \angle PMC = \angle DPC = 60^\circ,$$

$$\therefore \triangle PMC \sim \triangle DPC,$$

$$\therefore \frac{PC}{CD} = \frac{CM}{PC}, \quad \text{即} \quad \frac{PC}{1200} = \frac{600}{PC},$$

$$\therefore PC^2 = 720000,$$

在 $\text{Rt}\triangle PCN$ 中, $PN = \sqrt{PC^2 - CN^2} = \sqrt{720000 - 270000} = 300\sqrt{5}(\text{m})$,

$$\therefore PF = 300\sqrt{5} + 300 + 900 = (300\sqrt{5} + 1200)\text{m}.$$

答: 存在满足要求的点 P 和点 F , 此时 PF 的长为 $(300\sqrt{5} + 1200)\text{m}$.

【点睛】本题考查了圆周角定理, 解直角三角形, 平行四边形的判定和性质, 勾股定理, 相似三角形的判定和性质, 正确引出辅助线解决问题是解题的关键.