

2024 年长沙市初中学业水平考试试卷

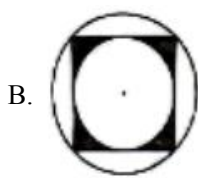
数学

注意事项：

1. 答题前，请考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚，并认真核对条形码上的姓名、准考证号、考场和座位号；
2. 必须在答题卡上答题，在草稿纸、试题卷上答题无效；
3. 答题时，请考生注意各大题题号后面的答题提示；
4. 请勿折叠答题卡，保持字体工整、笔迹清晰、卡面清洁；
5. 答题卡上不得使用涂改液、涂改胶和贴纸；
6. 本学科试卷共 25 个小题，考试时量 120 分钟，满分 120 分。

一、选择题（在下列各题的四个选项中，只有一项是符合题意的。请在答题卡中填涂符合题意的选项。本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. 下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（ ）



2. 我国近年来大力推进国家教育数字化战略行动，截至 2024 年 6 月上旬，上线慕课数量超过 7.8 万门，学习人次达 1290000000 建设和应用规模居世界第一。用科学记数法将数据 1290000000 表示为（ ）

- A. 1.29×10^8 B. 12.9×10^8 C. 1.29×10^9 D. 129×10^7

3. “玉兔号”是我国首辆月球车，它和着陆器共同组成“嫦娥三号”探测器。“玉兔号”月球车能够耐受月球表面的最低温度是 -180°C 、最高温度是 150°C ，则它能够耐受的温差是（ ）

- A. -180°C B. 150°C C. 30°C D. 330°C

4. 下列计算正确的是（ ）

- A. $x^6 \div x^4 = x^2$ B. $\sqrt{5} + \sqrt{6} = \sqrt{11}$ C. $(x^3)^2 = x^5$ D. $(x+y)^2 = x^2 + y^2$

5. 为庆祝五四青年节，某学校举办班级合唱比赛，甲班演唱后七位评委给出的分数为：9.5，9.2，9.6，9.4，9.5，8.8，9.4，则这组数据的中位数是（ ）

- A. 9.2 B. 9.4 C. 9.5 D. 9.6

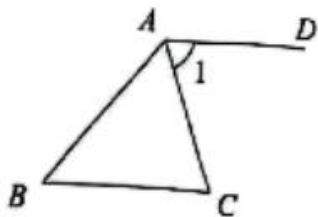
6. 在平面直角坐标系中，将点 $P(3,5)$ 向上平移 2 个单位长度后得到点 P' 的坐标为（ ）

- A. $(1,5)$ B. $(5,5)$ C. $(3,3)$ D. $(3,7)$

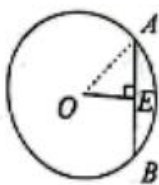
7. 对于一次函数 $y = 2x - 1$ ，下列结论正确的是（ ）

- A. 它的图象与 y 轴交于点 $(0, -1)$ B. y 随 x 的增大而减小
- C. 当 $x > \frac{1}{2}$ 时, $y < 0$ D. 它的图象经过第一、二、三象限

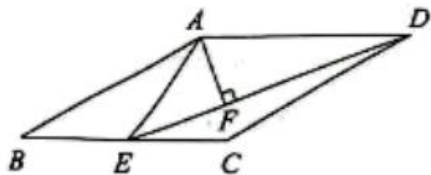
8. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 60^\circ$, $\angle B = 50^\circ$, $AD \parallel BC$. 则 $\angle 1$ 的度数为 ()



- A. 50° B. 60° C. 70° D. 80°
9. 如图, 在 $\odot O$ 中, 弦 AB 的长为 8, 圆心 O 到 AB 的距离 $OE = 4$, 则 $\odot O$ 的半径长为 ()



- A. 4 B. $4\sqrt{2}$ C. 5 D. $5\sqrt{2}$
10. 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $AB = 6$, $\angle B = 30^\circ$, 点 E 是 BC 边上的动点, 连接 AE , DE , 过点 A 作 $AF \perp DE$ 于点 F . 设 $DE = x$, $AF = y$, 则 y 与 x 之间的函数解析式为 (不考虑自变量 x 的取值范围) ()



- A. $y = \frac{9}{x}$ B. $y = \frac{12}{x}$ C. $y = \frac{18}{x}$ D. $y = \frac{36}{x}$

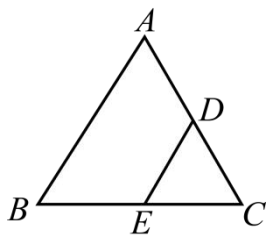
二、填空题 (本大题共 6 个小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

11. 为了比较甲、乙、丙三种水稻秧苗的长势, 每种秧苗各随机抽取 40 株, 分别量出每株高度, 计算发现三组秧苗的平均高度一样, 并且得到甲、乙、丙三组秧苗高度的方差分别是 3.6, 10.8, 15.8, 由此可知 _____ 种秧苗长势更整齐 (填“甲”、“乙”或“丙”).
12. 某乡镇组织“新农村, 新气象”春节联欢晚会, 进入抽奖环节. 抽奖方案如下: 不透明的箱子里装有红、黄、蓝三种颜色的球 (除颜色外其余都相同), 其中红球有 2 个, 黄球有 3 个, 蓝球有 5 个, 每次摇匀后从中随机摸一个球, 摸到红球获一等奖, 摸到黄球获二等奖, 摸到蓝球获三等奖, 每个家庭有且只有一次抽奖机会, 小明家参与抽奖, 获得一等奖的概率为 _____.

13. 要使分式 $\frac{6}{x-19}$ 有意义，则 x 需满足的条件是_____.

14. 半径为 4，圆心角为 90° 的扇形的面积为_____ (结果保留 π).

15. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D, E 分别是 AC, BC 的中点，连接 DE . 若 $DE = 12$ ，则 AB 的长为_____.



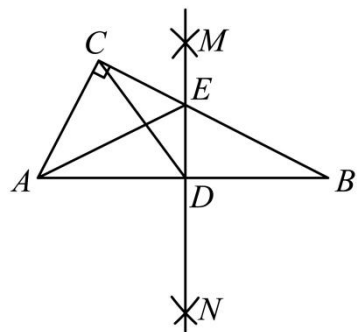
16. 为庆祝中国改革开放 46 周年，某中学举办了一场精彩纷呈的庆祝活动，现场参与者均为在校中学生，其中有一个活动项目是“选数字猜出生年份”，该活动项目主持人要求参与者从 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 这九个数字中任取一个数字，先乘以 10，再加上 4.6，将此时的运算结果再乘以 10，然后加上 1978，最后减去参与者的出生年份（注：出生年份是一个四位数，比如 2010 年对应的四位数是 2010），得到最终的运算结果。只要参与者报出最终的运算结果，主持人立马就知道参与者的出生年份。若某位参与者报出的最终的运算结果是 915，则这位参与者的出生年份是_____.

三、解答题 (本大题共 9 个小题，第 17、18、19 题每小题 6 分，第 20、21 题每小题 8 分，第 22、23 题每小题 9 分，第 24、25 题每小题 10 分，共 72 分解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17. 计算： $(\frac{1}{4})^{-1} + |-\sqrt{3}| - 2\cos 30^\circ - (\pi - 6.8)^0$.

18. 先化简，再求值： $2m - m(m-2) + (m+3)(m-3)$ ，其中 $m = \frac{5}{2}$.

19. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AB = 2\sqrt{5}$ ， $AC = 2$ ，分别以点 A, B 为圆心，大于 $\frac{1}{2} AB$ 的长为半径画弧，两弧分别交于点 M 和 N ，作直线 MN 分别交 AB, BC 于点 D, E ，连接 CD, AE .



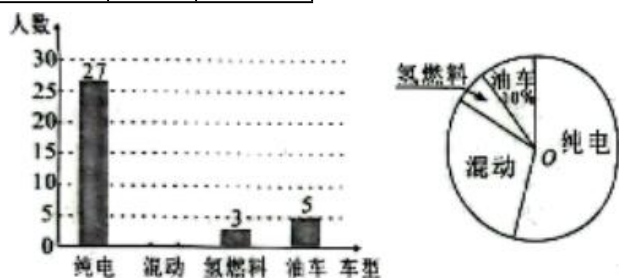
(1) 求 CD 的长；

(2) 求 $\triangle ACE$ 的周长.

20. 中国新能源产业异军突起. 中国车企在政策引导和支持下，瞄准纯电、混动和氢燃料等多元技术路线，加大研发投入形成了领先的技术优势，2023 年，中国新能源汽车产销量均突破 900 万辆，连续 9 年位居全球第一. 在某次汽车展览会上，工作人员随机抽取了部分参展人员进行了“我最喜欢的汽车类型”的调查

活动（每人限选其中一种类型），并将数据整理后，绘制成下面有待完成的统计表、条形统计图和扇形统计图

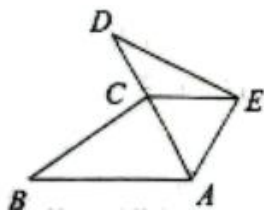
类型	人数	百分比
纯电	m	54%
混动	n	$a\%$
氢燃料	3	$b\%$
油车	5	$c\%$



请根据以上信息，解答下列问题：

- (1) 本次调查活动随机抽取了_____人；表中 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ；
- (2) 请补全条形统计图；
- (3) 请计算扇形统计图中“混动”类所在扇形的圆心角的度数；
- (4) 若此次汽车展览会的参展人员共有 4000 人，请你估计喜欢新能源（纯电、混动、氢燃料）汽车的有多少人？

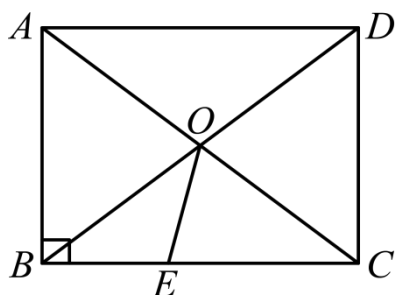
21. 如图，点 C 在线段 AD 上， $AB = AD$ ， $\angle B = \angle D$ ， $BC = DE$ 。



- (1) 求证： $\triangle ABC \cong \triangle ADE$ ；
 - (2) 若 $\angle BAC = 60^\circ$ ，求 $\angle ACE$ 的度数。
22. 刺绣是我国民间传统手工艺。湘绣作为中国四大刺绣之一，闻名中外，在巴黎奥运会倒计时 50 天之际，某国际旅游公司计划购买 A、B 两种奥运主题的湘绣作品作为纪念品。已知购买 1 件 A 种湘绣作品与 2 件 B 种湘绣作品共需要 700 元，购买 2 件 A 种湘绣作品与 3 件 B 种湘绣作品共需要 1200 元。
- (1) 求 A 种湘绣作品和 B 种湘绣作品的单价分别为多少元？
 - (2) 该国际旅游公司计划购买 A 种湘绣作品和 B 种湘绣作品共 200 件，总费用不超过 50000 元，那么最多

能购买 A 种湘绣作品多少件？

23. 如图，在 $ABCD$ 中，对角线 AC ， BD 相交于点 O ， $\angle ABC = 90^\circ$ 。



(1) 求证： $AC = BD$ ；

(2) 点 E 在 BC 边上，满足 $\angle CEO = \angle COE$ 。若 $AB = 6$ ， $BC = 8$ ，求 CE 的长及 $\tan \angle CEO$ 的值。

24. 对于凸四边形，根据它有无外接圆（四个顶点都在同一个圆上）与内切圆（四条边都与同一个圆相切），可分为四种类型，我们不妨约定：

既无外接圆，又无内切圆的四边形称为“平凡型无圆”四边形；

只有外接圆，而无内切圆的四边形称为“外接型单圆”四边形；

只有内切圆，而无外接圆的四边形称为“内切型单圆”四边形；

既有外接圆，又有内切圆的四边形称为“完美型双圆”四边形。

请你根据该约定，解答下列问题：

(1) 请你判断下列说法是否正确（在题后相应的括号中，正确的打“√”，错误的打“×”，

① 平行四边形一定不是“平凡型无圆”四边形； ()

② 内角不等于 90° 的菱形一定是“内切型单圆”四边形； ()

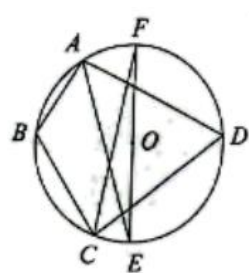
③ 若“完美型双圆”四边形的外接圆圆心与内切圆圆心重合，外接圆半径为 R ，内切圆半径为 r ，则有

$$R = \sqrt{2}r. \quad ()$$

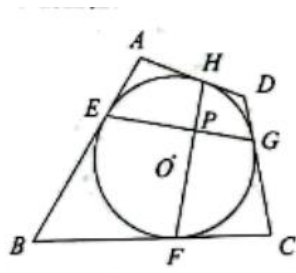
(2) 如图 1，已知四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ，四条边长满足： $AB + CD \neq BC + AD$ 。

① 该四边形 $ABCD$ 是“_____”四边形（从约定的四种类型中选一种填入）；

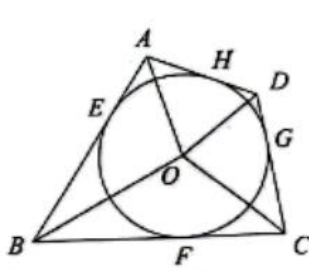
② 若 $\angle BAD$ 的平分线 AE 交 $\odot O$ 于点 E ， $\angle BCD$ 的平分线 CF 交 $\odot O$ 于点 F ，连接 EF 。求证： EF 是 $\odot O$ 的直径。



第 24 题图 1



第 24 题图 2



第 24 题图 3

(3) 已知四边形 $ABCD$ 是“完美型双圆”四边形，它的内切圆 $\odot O$ 与 AB , BC , CD , AD 分别相切于点 E , F , G , H .

①如图 2. 连接 EG , FH 交于点 P . 求证: $EG \perp FH$.

②如图 3, 连接 OA , OB , OC , OD , 若 $OA=2$, $OB=6$, $OC=3$, 求内切圆 $\odot O$ 的半径 r 及 OD 的长.

25. 已知四个不同的点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$, $D(x_4, y_4)$ 都在关于 x 的函数 $y = ax^2 + bx + c$ (a , b , c 是常数, $a \neq 0$) 的图象上.

(1) 当 A , B 两点的坐标分别为 $(-1, -4)$, $(3, 4)$ 时, 求代数式 $2024a + 1012b + \frac{3}{7}$ 的值;

(2) 当 A , B 两点的坐标满足 $a^2 + 2(y_1 + y_2)a + 4y_1y_2 = 0$ 时, 请你判断此函数图象与 x 轴的公共点的个数, 并说明理由;

(3) 当 $a > 0$ 时, 该函数图象与 x 轴交于 E , F 两点, 且 A , B , C , D 四点的坐标满足:

$2a^2 + 2(y_1 + y_2)a + y_1^2 + y_2^2 = 0$, $2a^2 - 2(y_3 + y_4)a + y_3^2 + y_4^2 = 0$. 请问是否存在实数 $m(m > 1)$, 使得 AB , CD , $m \cdot EF$ 这三条线段组成一个三角形, 且该三角形的三个内角的大小之比为 $1:2:3$? 若存在, 求出 m 的值和此时函数的最小值; 若不存在, 请说明理由 (注: $m \cdot EF$ 表示一条长度等于 EF 的 m 倍的线段).