

## 2024 年湖南省初中学业水平考试

## 数 学

本试题卷共 6 页，时量 120 分钟，满分 120 分。

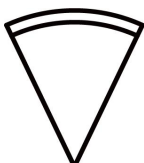
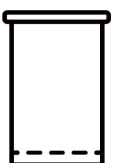
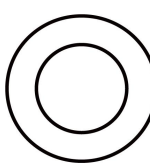
注意事项：

1. 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号写在答题卡和本试题卷上，并认真核对条形码上的姓名、准考证号 and 相关信息；
2. 选择题部分请按题号用 2B 铅笔填涂方框，修改时用橡皮擦干净，不留痕迹；
3. 非选择题部分请按题号用 0.5 毫米黑色墨水签字笔书写，否则作答无效；
4. 在草稿纸、试题卷上作答无效；
5. 请勿折叠答题卡，保持字体工整、笔迹清晰、卡面清洁；
6. 答题卡上不得使用涂改液、涂改胶和贴纸。

一、选择题：本题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 在日常生活中，若收入 300 元记作  $+300$  元，则支出 180 元应记作（ ）  
A. +180 元                      B. +300 元                      C. -180 元                      D. -480 元
2. 据《光明日报》2024 年 3 月 14 日报道：截至 2023 年末，我国境内有效发明专利量达到 401.5 万件，高价值发明专利占比超过四成，成为世界上首个境内有效发明专利数量突破 400 万件的国家，将 4015000 用科学记数法表示应为（ ）  
A.  $0.4015 \times 10^7$               B.  $4.015 \times 10^6$               C.  $40.15 \times 10^5$               D.  $4.015 \times 10^3$
3. 如图，该纸杯的主视图是（ ）



- A. 
- B. 
- C. 
- D. 

4. 下列计算正确的是（ ）

- A.  $3a^2 - 2a^2 = 1$       B.  $a^3 \div a^2 = a(a \neq 0)$       C.  $a^2 \cdot a^3 = a^6$       D.  $(2a)^3 = 6a^3$

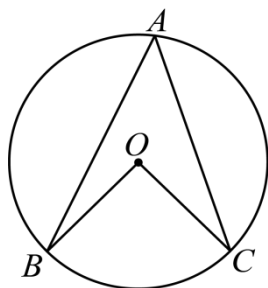
5. 计算  $\sqrt{2} \times \sqrt{7}$  的结果是 ( )

- A.  $2\sqrt{7}$       B.  $7\sqrt{2}$       C. 14      D.  $\sqrt{14}$

6. 下列命题中，正确的是 ( )

- A. 两点之间，线段最短      B. 菱形的对角线相等  
C. 正五边形的外角和为  $720^\circ$       D. 直角三角形是轴对称图形

7. 如图， $AB$ ， $AC$  为  $\odot O$  的两条弦，连接  $OB$ ， $OC$ ，若  $\angle A = 45^\circ$ ，则  $\angle BOC$  的度数为 ( )

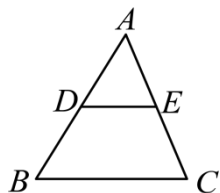


- A.  $60^\circ$       B.  $75^\circ$       C.  $90^\circ$       D.  $135^\circ$

8. 某班的 5 名同学 1 分钟跳绳的成绩 (单位: 次) 分别为: 179, 130, 192, 158, 141. 这组数据的中位数是 ( )

- A. 130      B. 158      C. 160      D. 192

9. 如图，在  $\triangle ABC$  中，点  $D$ ， $E$  分别为边  $AB$ ， $AC$  的中点. 下列结论中，错误的是 ( )



- A.  $DE \parallel BC$       B.  $\triangle ADE \sim \triangle ABC$       C.  $BC = 2DE$       D.  $S_{\triangle ADE} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC}$

10. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，对于点  $P(x, y)$ ，若  $x, y$  均为整数，则称点  $P$  为“整点”. 特别地，当  $\frac{y}{x}$

(其中  $xy \neq 0$ ) 的值为整数时，称“整点” $P$  为“超整点”，已知点  $P(2a-4, a+3)$  在第二象限，下列说法正确的是 ( )

- A.  $a < -3$       B. 若点  $P$  为“整点”，则点  $P$  的个数为 3 个  
C. 若点  $P$  为“超整点”，则点  $P$  的个数为 1 个      D. 若点  $P$  为“超整点”，则点  $P$  到两坐标轴的距离之和大于 10

二、填空题：本题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分.

11. 计算： $-(-2024) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

12. 有四枚材质、大小、背面图案完全相同的中国象棋棋子“車”“馬”“炮”“帥”，将它们背面朝上任意放置，从中随机翻开一枚，恰好翻到棋子“帥”的概率是          .

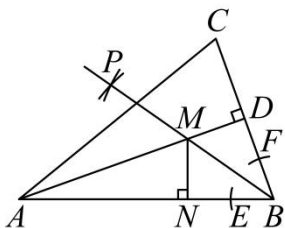
13. 分式方程  $\frac{2}{x+1} = 1$  的解是          .

14. 一个等腰三角形的一个底角为  $40^\circ$ ，则它的顶角的度数是          度.

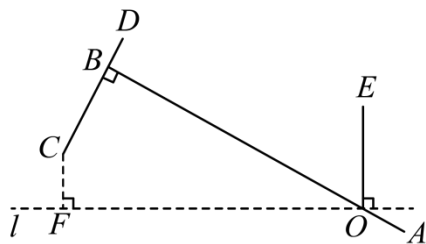
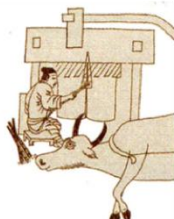
15. 若关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 4x + 2k = 0$  有两个相等的实数根，则  $k$  的值为          .

16. 在一定条件下，乐器中弦振动的频率  $f$  与弦长  $l$  成反比例关系，即  $f = \frac{k}{l}$  ( $k$  为常数， $k \neq 0$ )，若某乐器的弦长  $l$  为 0.9 米，振动频率  $f$  为 200 赫兹，则  $k$  的值为          .

17. 如图，在锐角三角形  $ABC$  中， $AD$  是边  $BC$  上的高，在  $BA$ ， $BC$  上分别截取线段  $BE$ ， $BF$ ，使  $BE = BF$ ；分别以点  $E$ ， $F$  为圆心，大于  $\frac{1}{2}EF$  的长为半径画弧，在  $\angle ABC$  内，两弧交于点  $P$ ，作射线  $BP$ ，交  $AD$  于点  $M$ ，过点  $M$  作  $MN \perp AB$  于点  $N$ . 若  $MN = 2$ ， $AD = 4MD$ ，则  $AM = \underline{\hspace{2cm}}$ .



18. 如图，左图为《天工开物》记载的用于舂 (chōng) 捣谷物的工具——“碓 (duì)”的结构简图，右图为其平面示意图，已知  $AB \perp CD$  于点  $B$ ， $AB$  与水平线  $l$  相交于点  $O$ ， $OE \perp l$ . 若  $BC = 4$  分米， $OB = 12$  分米， $\angle BOE = 60^\circ$ ，则点  $C$  到水平线  $l$  的距离  $CF$  为          分米 (结果用含根号的式子表示).



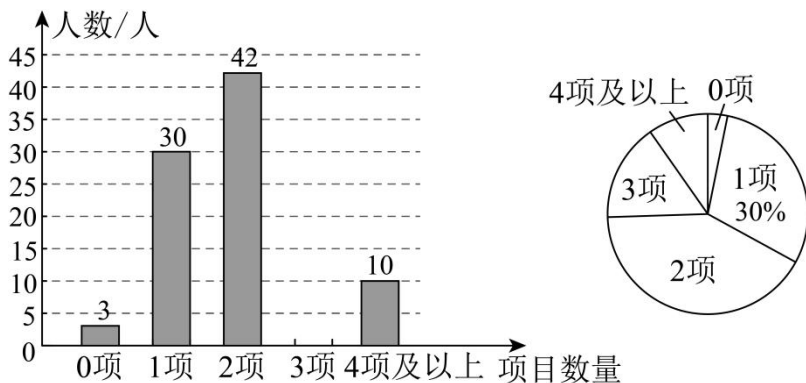
三、解答题：本题共 8 小题，共 66 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

19. 计算： $|-3| + \left(-\frac{1}{2}\right)^0 + \cos 60^\circ - \sqrt{4}$ .

20. 先化简，再求值： $\frac{x^2 - 4}{x^2} \cdot \frac{x}{x+2} + \frac{3}{x}$ ，其中  $x = 3$ .

21. 某校为了解学生五月份参与家务劳动的情况，随机抽取了部分学生进行调查. 家务劳动的项目主要包括：

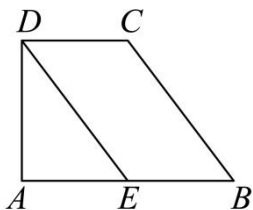
扫地、拖地、洗碗、洗衣、做饭和简单维修等。学校德育处根据调查结果制作了如下两幅不完整的统计图：



请根据以上信息，解答下列问题：

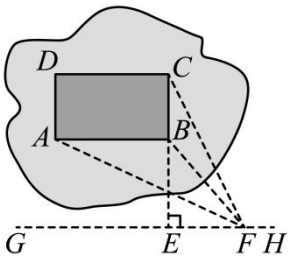
- (1) 本次被抽取的学生人数为\_\_\_\_\_人；
- (2) 补全条形统计图：
- (3) 在扇形统计图中，“4项及以上”部分所对应扇形的圆心角度数是\_\_\_\_\_°；
- (4) 若该校有学生 1200 人，请估计该校五月份参与家务劳动的项目数量达到 3 项及以上的学生人数。

22. 如图，在四边形  $ABCD$  中， $AB \parallel CD$ ，点  $E$  在边  $AB$  上，\_\_\_\_\_. 请从“①  $\angle B = \angle AED$ ；②  $AE = BE$ ， $AE = CD$ ”这两组条件中任选一组作为已知条件，填在横线上（填序号），再解决下列问题：



- (1) 求证：四边形  $BCDE$  为平行四边形；
  - (2) 若  $AD \perp AB$ ， $AD = 8$ ， $BC = 10$ ，求线段  $AE$  的长。
23. 某村决定种植脐橙和黄金贡柚，助推村民增收致富，已知购买 1 棵脐橙树苗和 2 棵黄金贡柚树苗共需 110 元；购买 2 棵脐橙树苗和 3 棵黄金贡柚树苗共需 190 元。
- (1) 求脐橙树苗和黄金贡柚树苗的单价；
  - (2) 该村计划购买脐橙树苗和黄金贡柚树苗共 1000 棵，总费用不超过 38000 元，问最多可以购买脐橙树苗多少棵？
24. 某数学研究性学习小组在老师的指导下，利用课余时间进行测量活动。

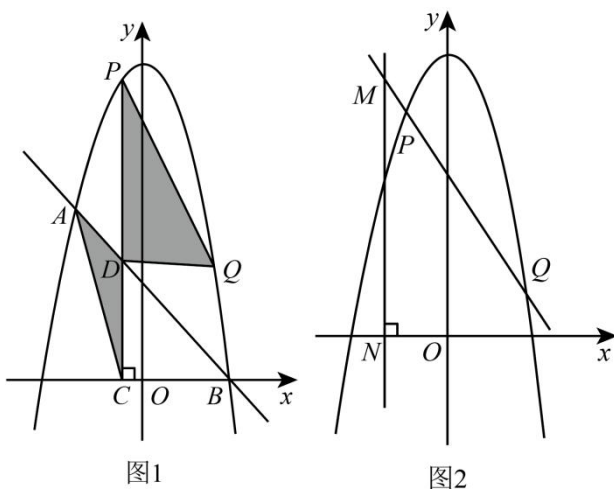
|      |      |                                    |
|------|------|------------------------------------|
| 活动主题 |      | 测算某水池中雕塑底座的底面积                     |
| 测量工具 |      | 皮尺、测角仪、计算器等                        |
| 活动   | 模型抽象 | 某休闲广场的水池中有一雕塑，其底座的底面为矩形 $ABCD$ ，其示 |

|               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|---------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 过程            | 意图如下：<br>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
| 测绘过程<br>与数据信息 | <p>①在水池外取一点 <math>E</math>，使得点 <math>C, B, E</math> 在同一条直线上；</p> <p>②过点 <math>E</math> 作 <math>GH \perp CE</math>，并沿 <math>EH</math> 方向前进到点 <math>F</math>，用皮尺测得 <math>EF</math> 的长为 4 米；</p> <p>③在点 <math>F</math> 处用测角仪测得 <math>\angle CFG = 60.3^\circ</math>，<math>\angle BFG = 45^\circ</math>，<math>\angle AFG = 21.8^\circ</math>；</p> <p>④用计算器计算得：<math>\sin 60.3^\circ \approx 0.87</math>，<math>\cos 60.3^\circ \approx 0.50</math>，<math>\tan 60.3^\circ \approx 1.75</math>，<math>\sin 21.8^\circ \approx 0.37</math>，<math>\cos 21.8^\circ \approx 0.93</math>，<math>\tan 21.8^\circ \approx 0.40</math>。</p> |

请根据表格中提供的信息，解决下列问题（结果保留整数）：

- (1) 求线段  $CE$  和  $BC$  的长度；
- (2) 求底座的底面  $ABCD$  的面积。

25. 已知二次函数  $y = -x^2 + c$  的图像经过点  $A(-2, 5)$ ，点  $P(x_1, y_1)$ ， $Q(x_2, y_2)$  是此二次函数的图像上的两个动点。



- (1) 求此二次函数的表达式；
- (2) 如图 1，此二次函数的图像与  $x$  轴的正半轴交于点  $B$ ，点  $P$  在直线  $AB$  的上方，过点  $P$  作  $PC \perp x$  轴

于点  $C$ ，交  $AB$  于点  $D$ ，连接  $AC, DQ, PQ$ ．若  $x_2 = x_1 + 3$ ，求证  $\frac{S_{\triangle PDQ}}{S_{\triangle ADC}}$  的值为定值；

(3) 如图 2，点  $P$  在第二象限， $x_2 = -2x_1$ ，若点  $M$  在直线  $PQ$  上，且横坐标为  $x_1 - 1$ ，过点  $M$  作  $MN \perp x$  轴于点  $N$ ，求线段  $MN$  长度的最大值．

## 26. 【问题背景】

已知点  $A$  是半径为  $r$  的  $\odot O$  上的定点，连接  $OA$ ，将线段  $OA$  绕点  $O$  按逆时针方向旋转  $\alpha$  ( $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ ) 得到  $OE$ ，连接  $AE$ ，过点  $A$  作  $\odot O$  的切线  $l$ ，在直线  $l$  上取点  $C$ ，使得  $\angle CAE$  为锐角．

### 【初步感知】

(1) 如图 1，当  $\alpha = 60^\circ$  时， $\angle CAE = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ ；

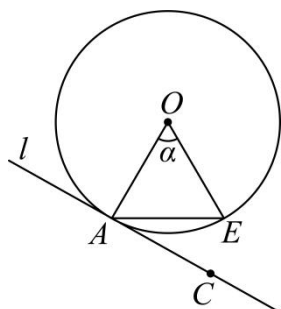


图1

### 【问题探究】

(2) 以线段  $AC$  为对角线作矩形  $ABCD$ ，使得边  $AD$  过点  $E$ ，连接  $CE$ ，对角线  $AC, BD$  相交于点  $F$ ．

①如图 2，当  $AC = 2r$  时，求证：无论  $\alpha$  在给定的范围内如何变化， $BC = CD + ED$  总成立：

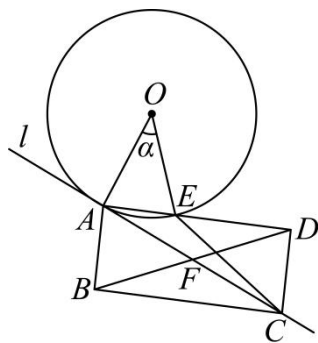


图2

②如图 3，当  $AC = \frac{4}{3}r$ ， $\frac{CE}{OE} = \frac{2}{3}$  时，请补全图形，并求  $\tan \alpha$  及  $\frac{AB}{BC}$  的值．

