

2024 年武汉市初中毕业生学业考试

数学试卷

亲爱的同学：

在你答题前，请认真阅读下面的注意事项：

1. 本试卷全卷共 6 页，三大题，满分 120 分。考试用时 120 分钟。
2. 答题前，请将你的姓名、准考证号填写在“答题卡”相应位置，并在“答题卡”背面左上角填写姓名和座位号。
3. 答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔将“答题卡”上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案。答在“试卷”上无效。
4. 答非选择题时，答案用 0.5 毫米黑色笔迹签字笔书写在“答题卡”上。答在“试卷”上无效。
5. 认真阅读答题卡上的注意事项。

预祝你取得优异成绩！

一、选择题（共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

下列各题中有且只有一个正确答案，请在答题卡上将正确答案的标号涂黑。

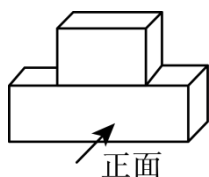
1. 现实世界中，对称现象无处不在，中国的方块字中有些也具有对称性。下列汉字是轴对称图形的是（ ）

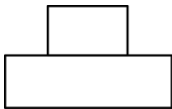
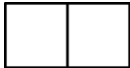
A. 遇 B. 见 C. 美 D. 好

2. 小美和小好同学做“石头、剪刀、布”的游戏，两人同时出相同的手势，这个事件是（ ）

A. 随机事件 B. 不可能事件 C. 必然事件 D. 确定性事件

3. 如图是由两个宽度相同的长方体组成的几何体，它的主视图是（ ）



A.  B.  C.  D. 

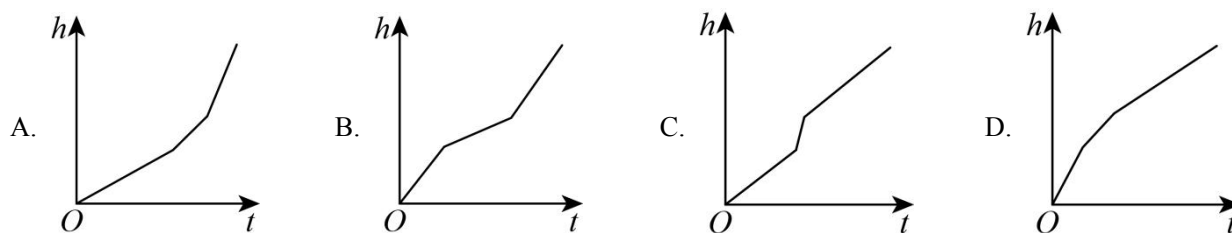
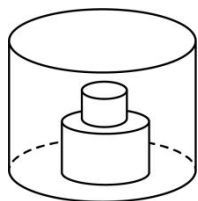
4. 国家统计局 2024 年 4 月 16 日发布数据，今年第一季度国内生产总值接近 300000 亿元，同比增长 5.3%，国家高质量发展取得新成效。将数据 300000 用科学记数法表示是（ ）

A. 0.3×10^5 B. 0.3×10^6 C. 3×10^5 D. 3×10^6

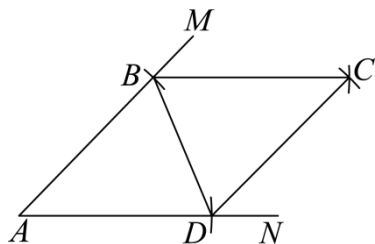
5. 下列计算正确的是（ ）

A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ B. $(a^3)^4 = a^{12}$ C. $(3a)^2 = 6a^2$ D. $(a+1)^2 = a^2 + 1$

6. 如图，一个圆柱体水槽底部叠放两个底面半径不等的实心圆柱体，向水槽匀速注水．下列图象能大致反映水槽中水的深度 h 与注水时间 t 的函数关系的是（ ）



7. 小美同学按如下步骤作四边形 $ABCD$ ：①画 $\angle MAN$ ；②以点 A 为圆心，1个单位长为半径画弧，分别交 AM ， AN 于点 B ， D ；③分别以点 B ， D 为圆心，1个单位长为半径画弧，两弧交于点 C ；④连接 BC ， CD ， BD ．若 $\angle A = 44^\circ$ ，则 $\angle CBD$ 的大小是（ ）

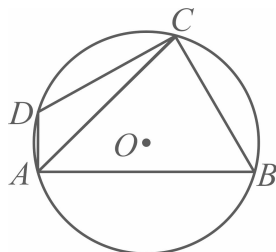


A. 64° B. 66° C. 68° D. 70°

8. 经过某十字路口的汽车，可能直行，也可能向左转或向右转，这三种可能性大小相同．若两辆汽车经过这个十字路口，则至少一辆车向右转的概率是（ ）

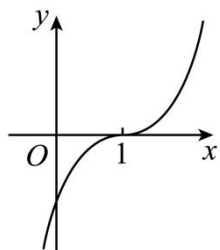
A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{4}{9}$ D. $\frac{5}{9}$

9. 如图，四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ ， $\angle BAC = \angle CAD = 45^\circ$ ， $AB + AD = 2$ ，则 $\odot O$ 的半径是（ ）



A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$ B. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

10. 如图，小好同学用计算机软件绘制函数 $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ 的图象，发现它关于点 $(1, 0)$ 中心对称. 若点 $A_1(0.1, y_1)$, $A_2(0.2, y_2)$, $A_3(0.3, y_3)$, ..., $A_9(1.9, y_9)$, $A_{20}(2, y_{20})$ 都在函数图象上，这 20 个点的横坐标从 0.1 开始依次增加 0.1，则 $y_1 + y_2 + y_3 + \cdots + y_{19} + y_{20}$ 的值是 ()



- A. -1 B. -0.729 C. 0 D. 1

二、填空题 (共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分)

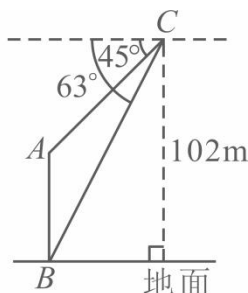
下列各题不需要写出解答过程，请将结果直接填写在答题卡指定的位置.

11. 中国是世界上最早使用负数的国家. 负数广泛应用于生产和生活中，例如，若零上 3°C 记作 $+3^\circ\text{C}$ ，则零下 2°C 记作 _____ $^\circ\text{C}$.

12. 某反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 具有下列性质：当 $x > 0$ 时， y 随 x 的增大而减小，写出一个满足条件的 k 的值是 _____.

13. 分式方程 $\frac{x}{x-3} = \frac{x+1}{x-1}$ 的解是 _____.

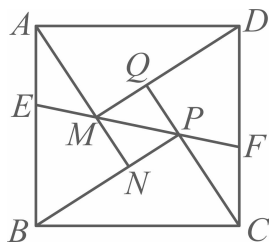
14. 黄鹤楼是武汉市著名的旅游景点，享有“天下江山第一楼”的美誉. 在一次综合实践活动中，某数学小组用无人机测量黄鹤楼 AB 的高度，具体过程如下：如图，将无人机垂直上升至距水平地面 102m 的 C 处，测得黄鹤楼顶端 A 的俯角为 45° ，底端 B 的俯角为 63° ，则测得黄鹤楼的高度是 _____ m . (参考数据： $\tan 63^\circ \approx 2$)



15. 如图是我国汉代数学家赵爽在注解《周髀算经》时给出的“赵爽弦图”，它是由四个全等的直角三角形和中间的小正方形 $MNPQ$ 拼成的大正方形 $ABCD$. 直线 MP 交正方形 $ABCD$ 的两边于点 E , F ,

记正方形 $ABCD$ 的面积为 S_1 ，正方形 $MNPQ$ 的面积为 S_2 . 若 $BE = kAE$ ($k > 1$)，则用含 k 的式子表示 $\frac{S_1}{S_2}$

的值是_____.



16. 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数, $a < 0$) 经过 $(-1, 1)$, $(m, 1)$ 两点, 且 $0 < m < 1$. 下列四个结论:

① $b > 0$;

② 若 $0 < x < 1$, 则 $a(x-1)^2 + b(x-1) + c > 1$;

③ 若 $a = -1$, 则关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 2$ 无实数解;

④ 点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 在抛物线上, 若 $x_1 + x_2 > -\frac{1}{2}$, $x_1 > x_2$, 总有 $y_1 < y_2$, 则 $0 < m \leq \frac{1}{2}$.

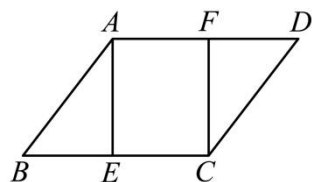
其中正确的是_____ (填写序号).

三、解答题 (共 8 小题, 共 72 分)

下列各题需要在答题卡指定的位置写出文字说明、证明过程、演算步骤或画出图形.

17. 求不等式组 $\begin{cases} x+3 > 1 & \text{①} \\ 2x-1 \leq x & \text{②} \end{cases}$ 的整数解.

18. 如图, 在 $ABCD$ 中, 点 E, F 分别在边 BC, AD 上, $AF = CE$.

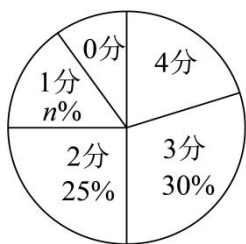


(1) 求证: $\triangle ABE \cong \triangle CDF$;

(2) 连接 EF . 请添加一个与线段相关的条件, 使四边形 $ABEF$ 是平行四边形. (不需要说明理由)

19. 为加强体育锻炼, 增强学生体质, 某校在“阳光体育一小时”活动中组织九年级学生定点投篮技能测试, 每人投篮 4 次, 投中一次计 1 分. 随机抽取 m 名学生的成绩作为样本, 将收集的数据整理并绘制成如下的统计图表.

测试成绩扇形统计图



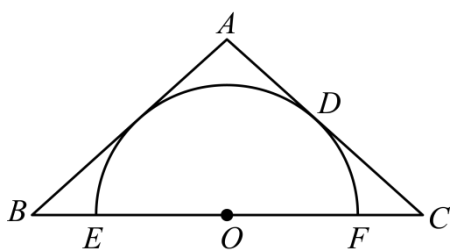
测试成绩频数分布表

成绩/ 分	频 数
4	12
3	a
2	15
1	b
0	6

根据以上信息，解答下列问题：

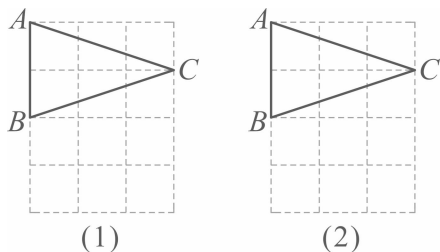
- (1) 直接写出 m ， n 的值和样本的众数；
- (2) 若该校九年级有 900 名学生参加测试，估计得分超过 2 分的学生人数.

20. 如图， $\triangle ABC$ 为等腰三角形， O 是底边 BC 的中点，腰 AC 与半圆 O 相切于点 D ，底边 BC 与半圆 O 交于 E ， F 两点.



- (1) 求证： AB 与半圆 O 相切；
- (2) 连接 OA . 若 $CD = 4$ ， $CF = 2$ ，求 $\sin \angle OAC$ 的值.

21. 如图是由小正方形组成的 3×4 网格，每个小正方形的顶点叫做格点. $\triangle ABC$ 三个顶点都是格点. 仅用无刻度的直尺在给定网格中完成四个画图任务，每个任务的画线不得超过三条.



- (1) 在图 (1) 中，画射线 AD 交 BC 于点 D ，使 AD 平分 $\triangle ABC$ 的面积；
- (2) 在 (1) 的基础上，在射线 AD 上画点 E ，使 $\angle ECB = \angle ACB$ ；
- (3) 在图 (2) 中，先画点 F ，使点 A 绕点 F 顺时针旋转 90° 到点 C ，再画射线 AF 交 BC 于点 G ；
- (4) 在 (3) 的基础上，将线段 AB 绕点 G 旋转 180° ，画对应线段 MN （点 A 与点 M 对应，点 B 与点 N 对应）。

22. 16 世纪中叶，我国发明了一种新式火箭“火龙出水”，它是二级火箭的始祖。火箭第一级运行路径形如抛物线，当火箭运行一定水平距离时，自动引发火箭第二级，火箭第二级沿直线运行。某科技小组运用信息技术模拟火箭运行过程。如图，以发射点为原点，地平线为 x 轴，垂直于地面的直线为 y 轴，建立平面直角坐标系，分别得到抛物线 $y = ax^2 + x$ 和直线 $y = -\frac{1}{2}x + b$ 。其中，当火箭运行的水平距离为 9km 时，自动引发火箭的第二级。



图 1

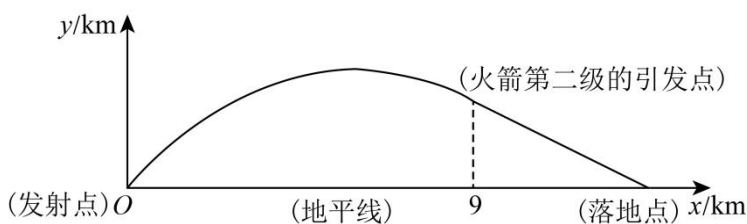
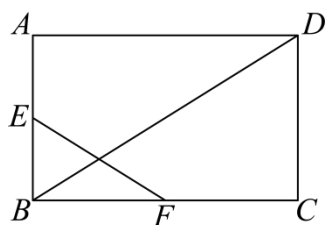
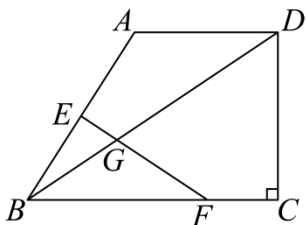


图 2

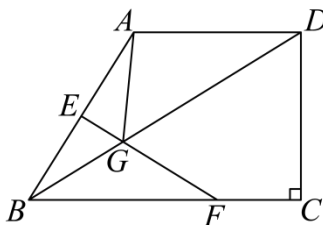
- (1) 若火箭第二级的引发点的高度为 3.6km。
 - ①直接写出 a, b 的值；
 - ②火箭在运行过程中，有两个位置的高度比火箭运行的最高点低 1.35km，求这两个位置之间的距离。
 - (2) 直接写出 a 满足什么条件时，火箭落地点与发射点的水平距离超过 15km。
23. 问题背景：如图 (1)，在矩形 $ABCD$ 中，点 E, F 分别是 AB, BC 的中点，连接 BD, EF ，求证： $\triangle BCD \sim \triangle FBE$ 。
- 问题探究：如图 (2)，在四边形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC, \angle BCD = 90^\circ$ ，点 E 是 AB 的中点，点 F 在边 BC 上， $AD = 2CF$ ， EF 与 BD 交于点 G ，求证： $BG = FG$ 。
- 问题拓展：如图 (3)，在“问题探究”的条件下，连接 $AG, AD = CD, AG = FG$ ，直接写出 $\frac{EG}{GF}$ 的值。



图(1)

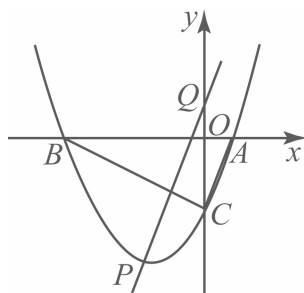


图(2)

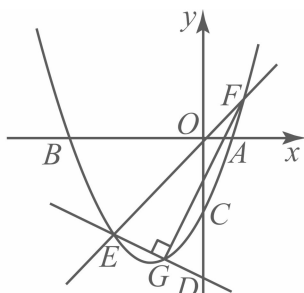


图(3)

24. 抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x - \frac{5}{2}$ 交 x 轴于 A, B 两点 (A 在 B 的右边), 交 y 轴于点 C .



(1)



(2)

(1) 直接写出点 A, B, C 的坐标;

(2) 如图 (1), 连接 AC, BC , 过第三象限的抛物线上的点 P 作直线 $PQ \parallel AC$, 交 y 轴于点 Q . 若 BC 平分线段 PQ , 求点 P 的坐标;

(3) 如图 (2), 点 D 与原点 O 关于点 C 对称, 过原点的直线 EF 交抛物线于 E, F 两点 (点 E 在 x 轴下方), 线段 DE 交抛物线于另一点 G , 连接 FG . 若 $\angle EGF = 90^\circ$, 求直线 DE 的解析式.