

盐城市二〇二四年初中毕业与升学考试

数学试题

注意事项：

1. 本次考试时间为 120 分钟，卷面总分为 150 分。考试形式为闭卷。
2. 本试卷共 6 页，在检查是否有漏印、重印或错印后再开始答题。
3. 所有试题必须作答在答题卡上规定的区域内，注意题号必须对应，否则不给分。
4. 答题前，务必将姓名、准考证号用 0.5 毫米黑色墨水签字笔填写在试卷及答题卡上。

一、选择题（本大题共有 8 小题，每小题 3 分，共 24 分。在每小题所给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将正确选项的字母代号填涂在答题卡相应位置上）

1. 有理数 2024 的相反数是（ ）

- A. 2024 B. -2024 C. $\frac{1}{2024}$ D. $-\frac{1}{2024}$

【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查了求一个数的相反数，只有符号不同的两个数互为相反数，0 的相反数是 0，据此求解即可。

【详解】解：有理数 2024 的相反数是 -2024，
故选：B.

2. 下列四幅图片中的主体事物，在现实运动中属于翻折的是（ ）

A. 工作中的雨刮器



B. 移动中的黑板



C. 折叠中的纸片



D. 骑行中的自行车



【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了折叠，根据折叠的定义逐项判断即可求解，掌握折叠的定义是解题的关键。

【详解】解：A、工作中的雨刮器，属于旋转，不合题意；

B、移动中的黑板，属于平移，不合题意；

C、折叠中的纸片，属于翻折，符合题意；

D、骑行中的自行车，属于平移，不合题意；

故选：C.

3. 下列运算正确的是 ()

A. $a^6 \div a^2 = a^4$

B. $2a - a = 2$

C. $a^3 \cdot a^2 = a^6$

D. $(a^3)^2 = a^5$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了同底数幂乘法，合并同类项，同底数幂除法，幂的乘方等知识点，熟知相关运算法则是解本题的关键.

根据同底数幂乘法，合并同类项，同底数幂除法，幂的乘方等运算法则分别计算即可得出答案.

【详解】解：A、 $a^6 \div a^2 = a^4$ ，正确，符合题意；

B、 $2a - a = a$ ，错误，不符合题意；

C、 $a^3 \cdot a^2 = a^5$ ，错误，不符合题意；

D、 $(a^3)^2 = a^6$ ，错误，不符合题意；

故选：A.

4. 盐城是江苏省第一产粮大市. 2023 年全市小麦总产量约 2400000 吨，数据 2400000 用科学记数法表示为 ()

A. 0.24×10^7

B. 24×10^5

C. 2.4×10^7

D. 2.4×10^6

【答案】D

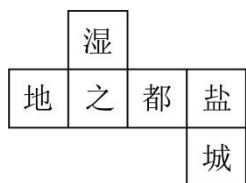
【解析】

【分析】本题考查用科学记数法表示绝对值大于 1 的数，将 2400000 写成 $a \times 10^n$ 的形式即可，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 的值与小数点移动的位数相同.

【详解】解： $2400000 = 2.4 \times 10^6$ ，

故选 D.

5. 正方体的每个面上都有一个汉字，如图是它的一种平面展开图，那么在原正方体中，与“盐”字所在面相对的面上的汉字是 ()



- A. 湿 B. 地 C. 之 D. 都

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查了正方体相对两个面上的文字，对于正方体的平面展开图中相对的面一定相隔一个小正方形，由此可解.

【详解】解：由正方体表面展开图的特征可得：

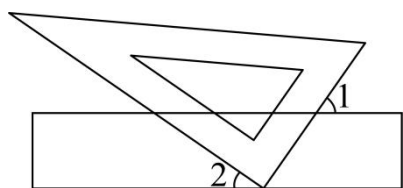
“盐”的对面是“之”，

“地”的对面是“都”，

“湿”的对面是“城”，

故选 C.

6. 小明将一块直角三角板摆放在直尺上，如图，若 $\angle 1 = 55^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为（ ）



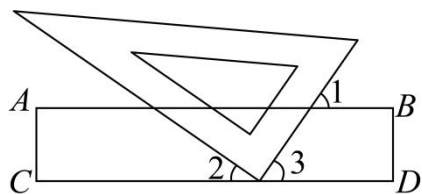
- A. 25° B. 35° C. 45° D. 55°

【答案】B

【解析】

【分析】此题考查了平行线的性质，根据平行线的性质得到 $\angle 3 = \angle 1 = 55^\circ$ ，再利用平角的定义即可求出 $\angle 2$ 的度数.

【详解】解：如图，



$$\therefore \angle 1 = 55^\circ, \quad AB \parallel CD$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 1 = 55^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 180^\circ - \angle 2 - \angle 3 = 35^\circ,$$

故选：B

7. 矩形相邻两边长分别为 $\sqrt{2}\text{cm}$ 、 $\sqrt{5}\text{cm}$ ，设其面积为 $S\text{cm}^2$ ，则 S 在哪两个连续整数之间（ ）

- A. 1 和 2 B. 2 和 3 C. 3 和 4 D. 4 和 5

【答案】C

【解析】

【分析】本题主要考查无理数的估算，二次根式的乘法，先计算出矩形的面积 S ，再利用放缩法估算无理数大小即可.

【详解】解： $S = \sqrt{2} \times \sqrt{5} = \sqrt{10}$ ，

$\because 9 < 10 < 16$ ，

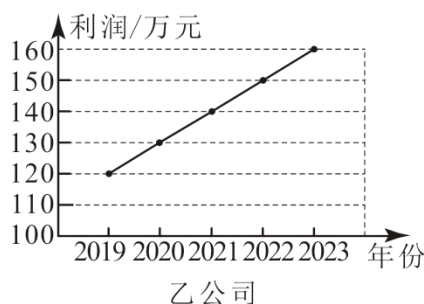
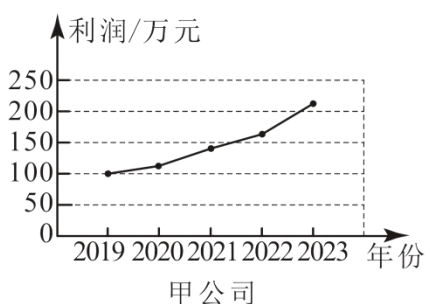
$\therefore \sqrt{9} < \sqrt{10} < \sqrt{16}$ ，

$\therefore 3 < \sqrt{10} < 4$ ，

即 S 在 3 和 4 之间，

故选：C.

8. 甲、乙两家公司 2019~2023 年的利润统计图如下，比较这两家公司的利润增长情况（ ）



- A. 甲始终比乙快 B. 甲先比乙慢，后比乙快
C. 甲始终比乙慢 D. 甲先比乙快，后比乙慢

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了折线统计图，根据折线统计图即可判断求解，看懂折线统计图是解题的关键.

【详解】解：由折线统计图可知，甲公司 2019~2021 年利润增长 50 万元，2021~2023 年利润增长 70 万元，乙公司 2019~2021 年利润增长 20 万元，2021~2023 年利润增长 20 万元，

$\therefore$ 甲始终比乙快，

故选：A.

二、填空题（本大题共有 8 小题，每小题 3 分，共 24 分. 不需写出解答过程，请将答案直接

写在答题卡的相应位置上)

9. 若分式 $\frac{1}{x-1}$ 有意义, 则 x 的取值范围是_____.

【答案】 $x \neq 1$

【解析】

【分析】 本题主要考查了分式有意义的条件, 根据分式有意义分母不等于零, 得出 $x-1 \neq 0$, 求出 $x \neq 1$ 即可.

【详解】 解: 若分式 $\frac{1}{x-1}$ 有意义,

则 $x-1 \neq 0$,

$\therefore x \neq 1$,

故答案为: $x \neq 1$.

10. 分解因式: $x^2+2x+1=$ _____

【答案】 $(x+1)^2$ 或 $(1+x)^2$

【解析】

【分析】 本题中没有公因式, 总共三项, 其中有两项能化为两个数的平方和, 第三项正好为这两个数的积的 2 倍, 直接运用完全平方和公式进行因式分解.

【详解】 解: $x^2+2x+1= (x+1)^2$,

故答案为: $(x+1)^2$.

【点睛】 本题考查了公式法分解因式, 熟记完全平方公式的结构是解题的关键. (1) 三项式; (2) 其中两项能化为两个数 (整式) 平方和的形式; (3) 另一项为这两个数 (整式) 的积的 2 倍 (或积的 2 倍的相反数).

11. 两个相似多边形的相似比为 $1:2$, 则它们的周长的比为_____.

【答案】 $1:2$ 或 $\frac{1}{2}$

【解析】

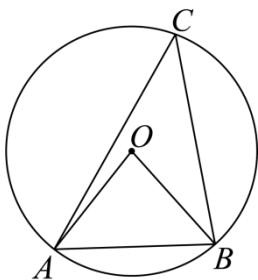
【分析】 本题考查了相似多边形的性质, 根据相似多边形周长之比等于相似比即可求解, 掌握相似多边形的性质是解题的关键.

【详解】 解: $\because$ 两个相似多边形的相似比为 $1:2$,

$\therefore$ 它们的周长的比为 $1:2$,

故答案为: $1:2$.

12. 如图, $\triangle ABC$ 是 $\odot O$ 的内接三角形, $\angle C = 40^\circ$, 连接 OA 、 OB , 则 $\angle OAB =$ _____ $^\circ$.



【答案】 50

【解析】

【分析】 本题考查主要考查圆周角定理、等腰三角形的性质、三角形内角和定理, 先根据圆周角定理计算出 $\angle AOB = 2\angle C = 80^\circ$, 再根据等边对等角得出 $\angle OAB = \angle OBA$, 最后利用三角形内角和定理即可求出 $\angle OAB$.

【详解】 解: $\because \angle C = 40^\circ$,

$$\therefore \angle AOB = 2\angle C = 80^\circ,$$

$$\because OA = OB,$$

$$\therefore \angle OAB = \angle OBA,$$

$$\because \angle OAB + \angle OBA + \angle AOB = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle OAB = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle AOB) = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 80^\circ) = 50^\circ,$$

故答案为: 50.

13. 已知圆锥的底面圆半径为 4, 母线长为 5, 则圆锥的侧面积是_____.

【答案】 20π

【解析】

【分析】 结合题意, 根据圆锥侧面积和底面圆半径、母线的关系式计算, 即可得到答案.

【详解】 解: $\because$ 圆锥的底面圆半径为 4, 母线长为 5

$$\therefore \text{圆锥的侧面积 } S = \pi \times 4 \times 5 = 20\pi$$

故答案为: 20π .

【点睛】 本题考查了圆锥的知识, 解题的关键是熟练掌握圆锥的性质, 从而完成求解.

14. 中国古代数学著作《增删算法统宗》中记载的“绳索量竿”问题, 大意是: 现有一根竿子和一条绳索, 用绳索去量竿子, 绳索比竿子长 5 尺; 若将绳索对折去量竿子, 绳索就比竿子短 5 尺, 问绳索、竿子各有多长? 该问题中的竿子长为_____尺.

【答案】 15

【解析】

【分析】本题考查了由实际问题抽象出二元一次方程组，找准等量关系，正确列出二元一次方程组是解题关键.

设绳索长 x 尺，竿长 y 尺，根据“用绳索去量竿，绳索比竿长 5 尺；如果将绳索对半折后再去量竿，就比竿短 5 尺”，即可得出关于 x, y 的二元一次方程组，此题得解.

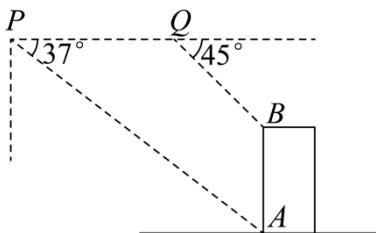
【详解】解：设绳索长 x 尺，竿长 y 尺，

$$\text{根据题意得: } \begin{cases} x = y + 5 \\ \frac{x}{2} = y - 5 \end{cases}.$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x = 20 \\ y = 15 \end{cases}$$

故答案为 15.

15. 如图，小明用无人机测量教学楼的高度，将无人机垂直上升距地面 30m 的点 P 处，测得教学楼底端点 A 的俯角为 37° ，再将无人机沿教学楼方向水平飞行 26.6m 至点 Q 处，测得教学楼顶端点 B 的俯角为 45° ，则教学楼 AB 的高度约为 _____ m. (精确到 1m, 参考数据: $\sin 37^\circ \approx 0.60$, $\cos 37^\circ \approx 0.80$, $\tan 37^\circ \approx 0.75$)

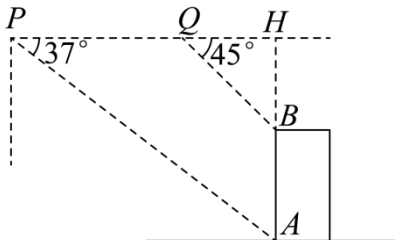


【答案】17

【解析】

【分析】本题主要考查解直角三角形的实际应用，延长 AB 交直线 PQ 于点 H ，先用三角函数解 $\text{Rt}\triangle PHA$ 求出 PH ，进而求出 QH ，再证 $QH = BH$ ，最后根据 $AB = AH - BH$ 即可求解.

【详解】解：如图，延长 AB 交直线 PQ 于点 H ，则 $\angle PHA = 90^\circ$ ，



由题意知 $AH = 30\text{m}$ ，

在 $\text{Rt}\triangle PHA$ 中， $\tan \angle PHA = \frac{AH}{PH}$ ，即 $\tan 37^\circ = \frac{30}{PH} \approx 0.75$ ，

解得 $PH = 40\text{m}$,

$$\therefore QH = PH - PQ = 40 - 26.6 = 13.4(\text{m}),$$

$$\because \angle PHA = 90^\circ, \angle QHB = 45^\circ,$$

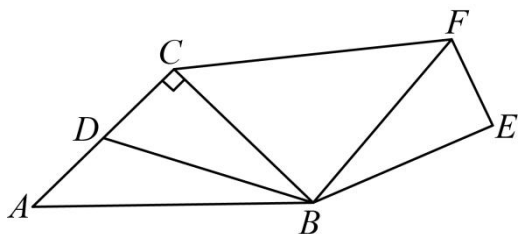
$$\therefore \angle QBH = \angle QHB = 45^\circ,$$

$$\therefore QH = BH = 13.4\text{m},$$

$$\therefore AB = AH - BH = 30 - 13.4 = 16.6 \approx 17(\text{m}),$$

故答案为：17.

16. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = BC = 2\sqrt{2}$ ，点 D 是 AC 的中点，连接 BD ，将 $\triangle BCD$ 绕点 B 旋转，得到 $\triangle BEF$ 。连接 CF ，当 $CF \parallel AB$ 时， $CF =$ _____.



【答案】 $2 + \sqrt{6}$ 或 $\sqrt{6} + 2$

【解析】

【分析】 本题主要考查等腰直角三角形的性质，勾股定理，平行线的性质，全等三角形的性质的综合，掌握等腰直角三角形的性质，勾股定理，旋转的性质是解题的关键.

根据等腰直角三角形的性质可得 AB ， CD ， BD ， BF 的值，作 $BG \perp CF$ ，根据平行线的性质可得 $\triangle BCG$ 是等腰直角三角形，可求出 CG ， BG 的长，在直角 $\triangle BFG$ 中，根据勾股定理可求出 FG 的长度，由此即可求解.

【详解】 解： $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = BC = 2\sqrt{2}$ ，

$$\therefore \angle CAB = \angle CBA = 45^\circ, AB = \sqrt{2}AC = 4,$$

$\because$ 点 D 是 AC 的中点，

$$\therefore AD = CD = \frac{1}{2}AC = \sqrt{2},$$

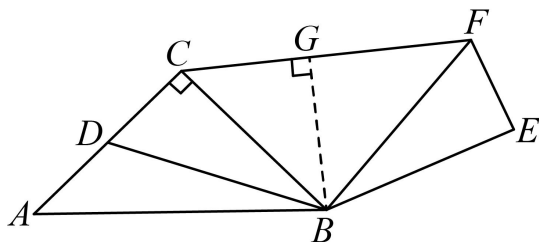
$$\therefore \text{在 } Rt\triangle BCD \text{ 中}, BD = \sqrt{CD^2 + BC^2} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{10},$$

$\therefore$ 将 $\triangle BCD$ 绕点 B 旋转得到 $\triangle BEF$ ，

$$\therefore \triangle BCD \cong \triangle BEF,$$

$$\therefore BD = BF = \sqrt{10}, \quad EF = CD = \sqrt{2}, \quad BC = BE = 2\sqrt{2},$$

如图所示，过 $BG \perp CF$ 于点 G ，



$$\therefore CF \parallel AB,$$

$$\therefore \angle FCB = \angle CBA = 45^\circ,$$

$$\therefore \triangle BCG \text{ 是等腰直角三角形, 且 } BC = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore CG = BG = \frac{\sqrt{2}}{2} BC = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 2\sqrt{2} = 2,$$

$$\text{在 } Rt\triangle BFG \text{ 中, } FG = \sqrt{BF^2 - BG^2} = \sqrt{(\sqrt{10})^2 - 2^2} = \sqrt{6},$$

$$\therefore CF = CG + FG = 2 + \sqrt{6},$$

故答案为: $2 + \sqrt{6}$.

三、解答题 (本大题共有 11 小题, 共 102 分. 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出文字说明、推理过程或演算步骤)

17. 计算: $|-2| - (1 + \pi)^0 + 4\sin 30^\circ$

【答案】 3

【解析】

【分析】 此题考查了实数的混合运算, 计算绝对值、零指数幂、代入特殊角三角函数值, 再进行混合运算即可.

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解: } & |-2| - (1 + \pi)^0 + 4\sin 30^\circ \\ &= 2 - 1 + 4 \times \frac{1}{2} \\ &= 2 - 1 + 2 \\ &= 3 \end{aligned}$$

18. 求不等式 $\frac{1+x}{3} \geq x-1$ 的正整数解.

【答案】 1, 2.

【解析】

【分析】本题考查了求一元一次不等式的解集以及正整数解，先求出不等式的解集，进而可得到不等式的正整数解，正确求出一元一次不等式的解集是解题的关键.

【详解】解：去分母得， $1+x \geq 3(x-1)$,

去括号得， $1+x \geq 3x-3$,

移项得， $x-3x \geq -3-1$,

合并同类项得， $-2x \geq -4$,

系数化为1得， $x \leq 2$,

$\therefore$ 不等式的正整数解为1, 2.

19. 先化简，再求值： $1 - \frac{a-3}{a} \div \frac{a^2-9}{a^2+a}$ ，其中 $a=4$.

【答案】 $\frac{2}{a+3}$; $\frac{2}{7}$

【解析】

【分析】题目主要考查分式的化简求值，先计算分式的除法运算，然后计算加减法，最后代入求值即可，熟练掌握运算是解题关键.

【详解】解： $1 - \frac{a-3}{a} \div \frac{a^2-9}{a^2+a}$

$$= 1 - \frac{a-3}{a} \times \frac{a(a+1)}{(a+3)(a-3)}$$

$$= 1 - \frac{a+1}{a+3}$$

$$= \frac{a+3-a-1}{a+3}$$

$$= \frac{2}{a+3},$$

$$\text{当 } a=4 \text{ 时, 原式} = \frac{2}{4+3} = \frac{2}{7}.$$

20. 在“重走建军路，致敬新四军”红色研学活动中，学校建议同学们利用周末时间自主到以下三个基地开展研学活动.

A. 新四军纪念馆（主馆区）；

B. 新四军重建军部旧址（泰山庙）；

C. 新四军重建军部纪念馆（大铜马），

小明和小丽各自随机选择一个基地作为本次研学活动的第一站.

(1) 小明选择基地 A 的概率为_____：

(2) 用画树状图或列表的方法，求小明和小丽选择相同基地的概率.

【答案】 (1) $\frac{1}{3}$

(2) $\frac{1}{3}$

【解析】

【分析】 本题考查列表法与树状图法、概率公式，熟练掌握列表法与树状图法以及概率公式是解答本题的关键.

(1) 直接利用概率公式可得答案.

(2) 列表可得出所有等可能的结果数以及小明和小丽选择相同基地的结果数，再利用概率公式可得出答案.

【小问 1 详解】

解：由题意得，小明选择基地 A 的概率为 $\frac{1}{3}$ ；

故答案为： $\frac{1}{3}$

【小问 2 详解】

解：列表如下：

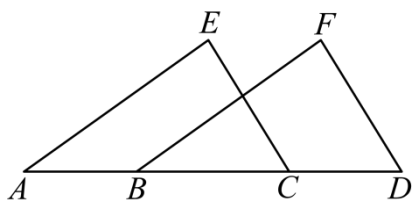
	A	B	C
A	(A, A)	(A, B)	(A, C)
B	(B, A)	(B, B)	(B, C)
C	(C, A)	(C, B)	(C, C)

共有 9 种等可能的结果，其中小明和小丽选择到相同基地的结果有 3 种，

$\therefore$ 小明和小丽选择相同基地的概率为 $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.

21. 已知：如图，点 A 、 B 、 C 、 D 在同一条直线上， $AE \parallel BF$ ， $AE = BF$.

若_____，则 $AB = CD$.



请从① $CE \parallel DF$ ；② $CE = DF$ ；③ $\angle E = \angle F$ 这 3 个选项中选择一个作为条件（写序号），使结论成立，

并说明理由.

【答案】①或③ (答案不唯一), 证明见解析

【解析】

【分析】题目主要考查全等三角形的判定和性质, ①根据平行线的性质得出 $\angle A = \angle FBD, \angle D = \angle ECA$, 再由全等三角形的判定和性质得出 $AC = BD$, 结合图形即可证明; ②得不出相应的结论; ③根据全等三角形的判定得出 $\triangle AEC \cong \triangle BFD(SAS)$, 结合图形即可证明; 熟练掌握全等三角形的判定和性质是解题关键.

【详解】解: 选择① $CE \parallel DF$;

$$\because AE \parallel BF, CE \parallel DF,$$

$$\therefore \angle A = \angle FBD, \angle D = \angle ECA,$$

$$\because AE = BF,$$

$$\therefore \triangle AEC \cong \triangle BFD(AAS),$$

$$\therefore AC = BD,$$

$$\therefore AC - BC = BD - BC, \text{ 即 } AB = CD;$$

选择② $CE = DF$;

无法证明 $\triangle AEC \cong \triangle BFD$,

无法得出 $AB = CD$;

选择③ $\angle E = \angle F$;

$$\because AE \parallel BF,$$

$$\therefore \angle A = \angle FBD,$$

$$\because AE = BF, \angle E = \angle F,$$

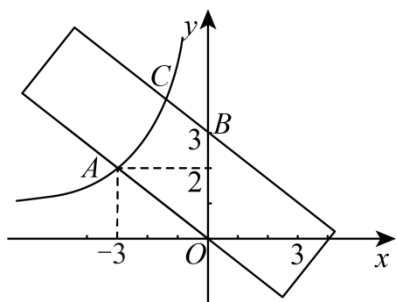
$$\therefore \triangle AEC \cong \triangle BFD(ASA),$$

$$\therefore AC = BD,$$

$$\therefore AC - BC = BD - BC, \text{ 即 } AB = CD;$$

故答案为: ①或③ (答案不唯一)

22. 小明在草稿纸上画了某反比例函数在第二象限内的图像, 并把矩形直尺放在上面, 如图.



请根据图中信息，求：

- (1) 反比例函数表达式；
- (2) 点 C 坐标.

【答案】(1) $y = -\frac{6}{x}$

(2) $\left(-\frac{3}{2}, 4\right)$

【解析】

【分析】 本题考查反比例函数、锐角三角函数：

(1) 设反比例函数表达式为 $y = \frac{k}{x}$ ，将点 A 的坐标代入表达式求出 k 值即可；

(2) 设点 C 的坐标为 $\left(m, -\frac{6}{m}\right)$ ，则 $CE = -m$ ， $OE = -\frac{6}{m}$ ，根据平行线的性质得 $\angle CBE = \angle AOD$ ，进

而根据 $\tan \angle CBE = \tan \angle AOD$ 求出 m 的值即可.

【小问 1 详解】

解：由图可知点 A 的坐标为 $(-3, 2)$ ，

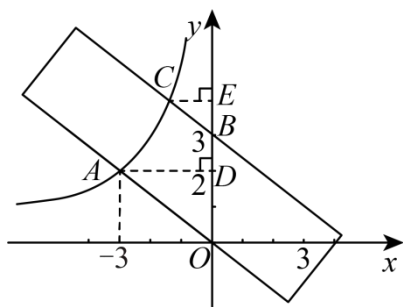
设反比例函数表达式为 $y = \frac{k}{x}$ ，

将 $(-3, 2)$ 代入，得： $2 = \frac{k}{-3}$ ，解得 $k = -6$ ，

因此反比例函数表达式为 $y = -\frac{6}{x}$ ；

【小问 2 详解】

解：如图，作 $CE \perp y$ 轴于点 E ， $AD \perp y$ 轴于点 D ，



由图可得 $AD = 3$, $OD = 2$,

设点 C 的坐标为 $\left(m, -\frac{6}{m}\right)$, 则 $CE = -m$, $OE = -\frac{6}{m}$,

$$\therefore BE = OE - OB = -\frac{6}{m} - 3,$$

$\because$ 矩形直尺对边平行,

$$\therefore \angle CBE = \angle AOD,$$

$$\therefore \tan \angle CBE = \tan \angle AOD,$$

$$\therefore \frac{CE}{BE} = \frac{AD}{OD}, \text{ 即 } \frac{-m}{-\frac{6}{m} - 3} = \frac{3}{2},$$

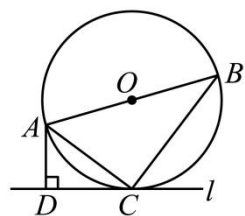
$$\text{解得 } m = -\frac{3}{2} \text{ 或 } m = 6,$$

$\because$ 点 C 在第二象限,

$$\therefore m = -\frac{3}{2}, \quad -\frac{6}{m} = -\frac{6}{-\frac{3}{2}} = 4,$$

$$\therefore \text{点 } C \text{ 坐标为 } \left(-\frac{3}{2}, 4\right).$$

23. 如图, 点 C 在以 AB 为直径的 $\odot O$ 上, 过点 C 作 $\odot O$ 的切线 l , 过点 A 作 $AD \perp l$, 垂足为 D , 连接 AC 、 BC .



(1) 求证: $\triangle ABC \sim \triangle ACD$;

(2) 若 $AC = 5$, $CD = 4$, 求 $\odot O$ 的半径.

【答案】(1) 见解析 (2) $\frac{25}{6}$

【解析】

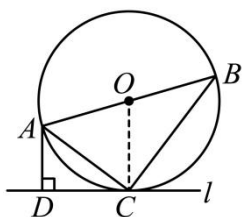
【分析】题目主要考查切线的性质，相似三角形的判定和性质及勾股定理解三角形，作出辅助线，综合运用这些知识点是解题关键.

(1) 连接 OC ，根据题意得 $\angle OCD = \angle OCA + \angle ACD = 90^\circ$ ， $\angle ACB = \angle ACO + \angle OCB = 90^\circ$ ，利用等量代换确定 $\angle ACD = \angle ABC$ ，再由相似三角形的判定即可证明；

(2) 先由勾股定理确定 $AD = 3$ ，然后利用相似三角形的性质求解即可.

【小问 1 详解】

证明：连接 OC ，如图所示：



$\because CD$ 是 $\odot O$ 的切线，点 C 在以 AB 为直径的 $\odot O$ 上，

$\therefore \angle OCD = \angle OCA + \angle ACD = 90^\circ$ ， $\angle ACB = \angle ACO + \angle OCB = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle ACD = \angle OCB$ ，

$\because OC = OB$ ，

$\therefore \angle OBC = \angle OCB$ ，

$\therefore \angle ACD = \angle ABC$ ，

$\because AD \perp l$ ，

$\therefore \angle ADC = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle ADC = \angle ACB$ ，

$\therefore \triangle ABC \sim \triangle ACD$ ；

【小问 2 详解】

$\because AC = 5$ ， $CD = 4$ ，

$\therefore AD = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ ，

由 (1) 得 $\triangle ABC \sim \triangle ACD$ ，

$\therefore \frac{AB}{AC} = \frac{AC}{AD}$ 即 $\frac{AB}{5} = \frac{5}{3}$ ，

$\therefore AB = \frac{25}{3}$ ，

$\therefore \odot O$ 的半径为 $\frac{25}{3} \div 2 = \frac{25}{6}$ 。

24. 阅读涵养心灵. 某地区 2023 年 9 月就“初中生每天阅读时间”对七年级 8000 名学生进行了抽样调查(设每天阅读时间为 t h, 调查问卷设置了四个时间选项: $A. t < 1$; $B. 1 \leq t < 1.5$; $C. 1.5 \leq t < 2$; $D. t \geq 2$), 并根据调查结果制作了如图 1 所示的条形统计图. 2023 年 9 月该地区出台系列激励措施, 力推学生阅读习惯养成. 为了检测这些措施的效果, 2023 年 12 月该地区又对七年级学生进行了一次抽样调查, 并根据调查结果制作了如图 2 所示的扇形统计图.

9 月份学生每天阅读时间条形统计图

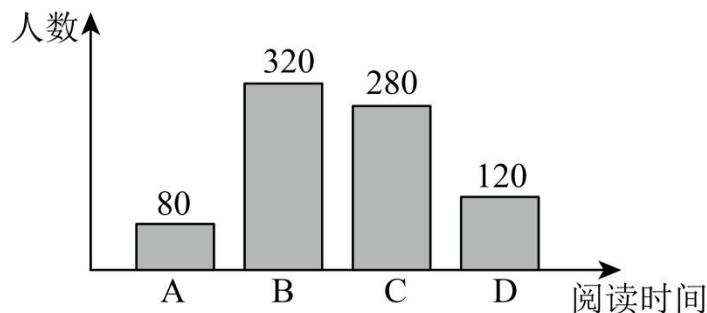


图 1

12 月份学生每天阅读时间扇形统计图

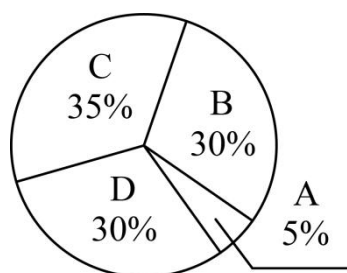


图 2

请根据提供的信息, 解答下列问题.

- (1) 2023 年 9 月份抽样调查的样本容量为_____, 该地区七年级学生“每天阅读时间不少于 1 小时”的人数约为_____人;
- (2) 估算该地区 2023 年 12 月份“每天阅读时间不少于 1 小时”的七年级学生人数相对于 9 月份的增长率;(精确到 0.01%)
- (3) 根据两次调查结果, 对该地区出台相关激励措施的做法进行评价.

【答案】 (1) 800; 7200

(2) 5.56%

(3) 见解析

【解析】

【分析】 题目主要考查条形统计图及扇形统计图综合问题, 用样本估计总体等, 结合统计图获取相关信息是解题关键.

(1) 根据条形统计图得出样本容量，然后用总人数乘以“每天阅读时间不少于 1 小时”的比例即可得出结果；

(2) 先求出 9 月份和 12 月份“每天阅读时间不少于 1 小时”的比例，然后求增长率即可；

(3) 根据增长率合理评价即可。

【小问 1 详解】

解：样本容量为： $80 + 320 + 280 + 120 = 800$ ，

该地区七年级学生“每天阅读时间不少于 1 小时”的人数约为： $8000 \times \frac{320 + 280 + 120}{800} = 7200$ 人，

故答案为：800；7200；

【小问 2 详解】

$$\frac{320 + 280 + 120}{800} \times 100\% = 90\%,$$

12 月份“每天阅读时间不少于 1 小时”的比例为： $1 - 5\% = 95\%$ ，

设 9 月份学生和 12 月份学生样本均为 x ，

$$\therefore 95\%x - 90\%x = 5\%x,$$

$$\therefore \text{增长率为: } \frac{5\%x}{90\%x} \times 100\% = 5.56\%;$$

【小问 3 详解】

该地区出台相关激励措施有明显的作用，督促大部分学生养成良好的阅读习惯。

25. 如图 1, E 、 F 、 G 、 H 分别是平行四边形 $ABCD$ 各边的中点，连接 AF 、 CE 交于点 M ，连接 AG 、 CH 交于点 N ，将四边形 $AMCN$ 称为平行四边形 $ABCD$ 的“中顶点四边形”。

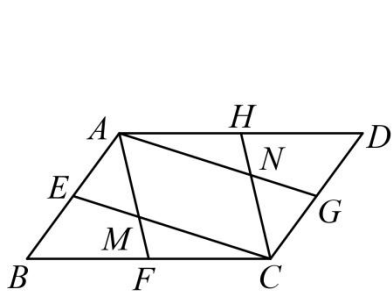


图 1

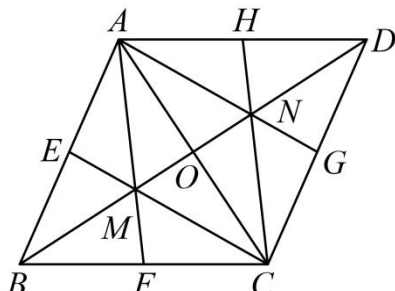


图 2

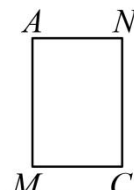


图 3

(1) 求证：中顶点四边形 $AMCN$ 为平行四边形；

(2) ①如图 2，连接 AC 、 BD 交于点 O ，可得 M 、 N 两点都在 BD 上，当平行四边形 $ABCD$ 满足_____时，中顶点四边形 $AMCN$ 是菱形；

②如图 3，已知矩形 $AMCN$ 为某平行四边形的中顶点四边形，请用无刻度的直尺和圆规作出该平行四边形。（保留作图痕迹，不写作法）

【答案】(1) 见解析 (2) ① $AC \perp BD$ ；②见解析。

【解析】

【分析】题目主要考查平行四边形及菱形的判定和性质，三角形重心的性质，理解题意，熟练掌握三角形重心的性质是解题关键。

(1) 根据平行四边形的性质，线段的中点平分线段，推出四边形 $AECG$ ，四边形 $AFCH$ 均为平行四边形，进而得到： $AM \parallel CN, AN \parallel CM$ ，即可得证；

(2) ①根据菱形的性质结合图形即可得出结果；

②连接 AC ，作直线 MN ，交于点 O ，然后作 $ND = 2ON, MB = 2OB$ ，然后连接 AB, BC, CD, DA 即可得出点 M 和 N 分别为 $\triangle ABC, \triangle ADC$ 的重心，据此作图即可。

【小问 1 详解】

证明： $\because ABCD$ ，

$\therefore AB \parallel CD, AD \parallel BC, AB = CD, AD = BC$ ，

$\because$ 点 E, F, G, H 分别是 $ABCD$ 各边的中点，

$\therefore AE = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}CD = CG, AE \parallel CG$ ，

$\therefore$ 四边形 $AECG$ 为平行四边形，

同理可得：四边形 $AFCH$ 为平行四边形，

$\therefore AM \parallel CN, AN \parallel CM$ ，

$\therefore$ 四边形 $AMCN$ 是平行四边形；

【小问 2 详解】

①当平行四边形 $ABCD$ 满足 $AC \perp BD$ 时，中顶点四边形 $AMCN$ 是菱形，

由 (1) 得四边形 $AMCN$ 是平行四边形，

$\because AC \perp BD$ ，

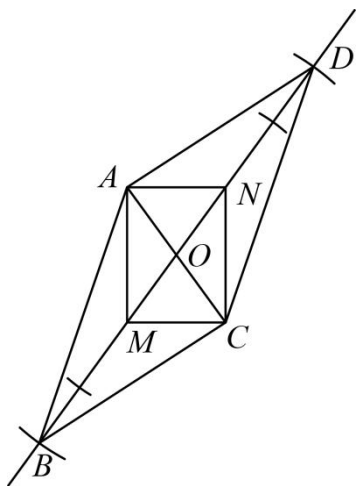
$\therefore MN \perp AC$ ，

$\therefore$ 中顶点四边形 $AMCN$ 是菱形，

故答案为： $AC \perp BD$ ；

②如图所示，即为所求，

连接 AC ，作直线 MN ，交于点 O ，然后作 $ND = 2ON, MB = 2OM$ ，然后连接 AB, BC, CD, DA 即可，



$\therefore$ 点 M 和 N 分别为 $\triangle ABC$ 、 $\triangle ADC$ 的重心，符合题意；

证明：矩形 $AMCN$ ，

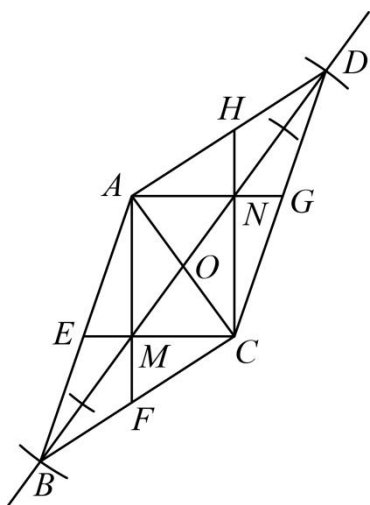
$$\therefore AC = MN, OM = ON,$$

$$\because ND = 2ON, MB = 2OM,$$

$$\therefore OB = OD,$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 为平行四边形；

分别延长 CM 、 AM 、 AN 、 CN 交四边于点 E 、 F 、 G 、 H 如图所示：



$\because$ 矩形 $AMCN$ ，

$$\therefore AM \parallel CN, MO = NO,$$

由作图得 $BM = MN$ ，

$$\therefore \triangle MBF \sim \triangle NBC,$$

$$\therefore \frac{BF}{BC} = \frac{BM}{BN} = \frac{1}{2},$$

$\therefore$ 点 F 为 BC 的中点，

同理得：点 E 为 AB 的中点，点 G 为 DC 的中点，点 H 为 AD 的中点。

26. 请根据以下素材，完成探究任务.

制定加工方案																			
生产背景	背景 1	◆某民族服装厂安排 70 名工人加工一批夏季服装，有“风”“雅”“正”三种样式. ◆因工艺需要，每位工人每天可加工且只能加工“风”服装 2 件，或“雅”服装 1 件，或“正”服装 1 件. ◆要求全厂每天加工“雅”服装至少 10 件，“正”服装总件数和“风”服装相等.																	
	背景 2	每天加工的服装都能销售出去，扣除各种成本，服装厂的获利情况为： ①“风”服装：24 元/件； ②“正”服装：48 元/件； ③“雅”服装：当每天加工 10 件时，每件获利 100 元；如果每天多加工 1 件，那么平均每件获利将减少 2 元.																	
信息整理		现安排 x 名工人加工“雅”服装，y 名工人加工“风”服装，列表如下： <table border="1"> <thead> <tr> <th>服装种类</th><th>加工人数（人）</th><th>每人每天加工量（件）</th><th>平均每件获利（元）</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>风</td><td>y</td><td>2</td><td>24</td></tr> <tr> <td>雅</td><td>x</td><td>1</td><td></td></tr> <tr> <td>正</td><td></td><td>1</td><td>48</td></tr> </tbody> </table>		服装种类	加工人数（人）	每人每天加工量（件）	平均每件获利（元）	风	y	2	24	雅	x	1		正		1	48
服装种类	加工人数（人）	每人每天加工量（件）	平均每件获利（元）																
风	y	2	24																
雅	x	1																	
正		1	48																
探究任务	任务 1	探寻变量关系	求 x 、 y 之间的数量关系.																
	任务 2	建立数学模型	设该工厂每天的总利润为 w 元，求 w 关于 x 的函数表达式.																
	任务 3	拟定加工方案	制定使每天总利润最大的加工方案.																

【答案】任务 1: $y = -\frac{1}{3}x + \frac{70}{3}$ ；任务 2: $w = -2x^2 + 72x + 3360 (x > 10)$ ；任务 3: 安排 17 名工人加工“雅”服装，17 名工人加工“风”服装，34 名工人加工“正”服装，即可获得最大利润

【解析】

【分析】题目主要考查一次函数及二次函数的应用，理解题意，根据二次函数的性质求解是解题关键.

任务 1: 根据题意安排 x 名工人加工“雅”服装, y 名工人加工“风”服装, 得出加工“正”服装的有 $(70-x-y)$ 人, 然后利用“正”服装总件数和“风”服装相等, 得出关系式即可得出结果;

任务 2: 根据题意得: “雅”服装每天获利为: $x[100-2(x-10)]$, 然后将 2 种服装的获利求和即可得出结果;

任务 3: 根据任务 2 结果化为顶点式, 然后结合题意, 求解即可.

【详解】解: 任务 1: 根据题意安排 70 名工人加工一批夏季服装,

$\therefore$ 安排 x 名工人加工“雅”服装, y 名工人加工“风”服装,

$\therefore$ 加工“正”服装的有 $(70-x-y)$ 人,

$\therefore$ “正”服装总件数和“风”服装相等,

$$\therefore (70-x-y) \times 1 = 2y,$$

$$\text{整理得: } y = -\frac{1}{3}x + \frac{70}{3};$$

任务 2: 根据题意得: “雅”服装每天获利为: $x[100-2(x-10)]$,

$$\therefore w = 2y \times 24 + (70-x-y) \times 48 + x[100-2(x-10)],$$

$$\text{整理得: } w = (-16x + 1120) + (-32x + 2240) + (-2x^2 + 120x)$$

$$\therefore w = -2x^2 + 72x + 3360 (x > 10)$$

任务 3: 由任务 2 得 $w = -2x^2 + 72x + 3360 = -2(x-18)^2 + 4008$,

$\therefore$ 当 $x=18$ 时, 获得最大利润,

$$y = -\frac{1}{3} \times 18 + \frac{70}{3} = \frac{52}{3},$$

$$\therefore x \neq 18,$$

$\therefore$ 开口向下,

$$\therefore \text{取 } x=17 \text{ 或 } x=19,$$

当 $x=17$ 时, $y = \frac{53}{3}$, 不符合题意;

当 $x=19$ 时, $y = \frac{51}{3} = 17$, 符合题意;

$$\therefore 70 - x - y = 34,$$

综上：安排 17 名工人加工“雅”服装，17 名工人加工“风”服装，34 名工人加工“正”服装，即可获得最大利润.

27 发现问题

小明买菠萝时发现，通常情况下，销售员都是先削去菠萝的皮，再斜着铲去菠萝的籽.

提出问题

销售员斜着铲去菠萝的籽，除了方便操作，是否还蕴含着什么数学道理呢？



图 1

分析问题

某菠萝可以近似看成圆柱体，若忽略籽的体积和铲去果肉的厚度与宽度，那么籽在侧面展开图上可以看成点，每个点表示不同的籽. 该菠萝的籽在侧面展开图上呈交错规律排列，每行有 n 个籽，每列有 k 个籽，行上相邻两籽、列上相邻两籽的间距都为 d (n, k 均为正整数， $n > k \geq 3, d > 0$)，如图 1 所示.

小明设计了如下三种铲籽方案.

方案 1：图 2 是横向铲籽示意图，每行铲的路径长为_____，共铲_____行，则铲除全部籽的路径总长为_____；

方案 2：图 3 是纵向铲籽示意图，则铲除全部籽的路径总长为_____；

方案 3：图 4 是销售员斜着铲籽示意图，写出该方案铲除全部籽的路径总长.

解决问题

在三个方案中，哪种方案铲籽路径总长最短？请写出比较过程，并对销售员的操作方法进行评价.

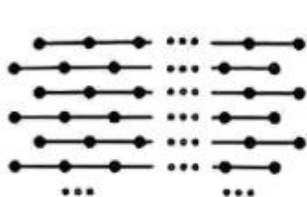


图 2

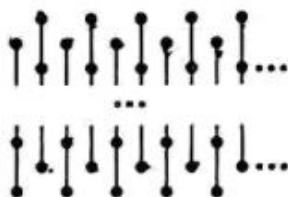


图 3

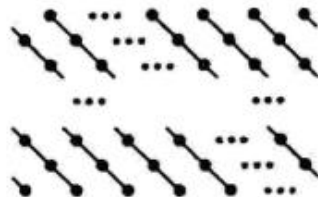


图 4

【答案】分析问题：方案 1： $(n-1)d$ ； $2k$ ； $2(n-1)dk$ ；方案 2： $2(k-1)dn$ ；方案 3： $\frac{\sqrt{2}}{2} \times (2k-1)nd$ ；

解决问题：方案 3 路径最短，理由见解析

【解析】

【分析】分析问题：方案 1：根据题意列出代数式即可求解；方案 2：根据题意列出代数式即可求解；方案

3：根据图得出斜着铲每两个点之间的距离为 $\frac{\sqrt{d^2+d^2}}{2} = \frac{\sqrt{2}d}{2}$ ，根据题意得一共有 $2n$ 列， $2k$ 行，斜着铲

相当于有 n 条线段长，同时有 $2k-1$ 个，即可得出总路径长；

解决问题：利用作差法比较三种方案即可。

题目主要考查列代数式，整式的加减运算，二次根式的应用，理解题意是解题关键。

【详解】解：方案 1：根据题意每行有 n 个籽，行上相邻两籽的间距为 d ，

$\therefore$ 每行铲的路径长为 $(n-1)d$ ，

$\therefore$ 每列有 k 个籽，呈交错规律排列，

$\therefore$ 相当于有 $2k$ 行，

$\therefore$ 铲除全部籽的路径总长为 $2(n-1)dk$ ，

故答案为： $(n-1)d$ ； $2k$ ； $2(n-1)dk$ ；

方案 2：根据题意每列有 k 个籽，列上相邻两籽的间距为 d ，

$\therefore$ 每列铲的路径长为 $(k-1)d$ ，

$\therefore$ 每行有 n 个籽，呈交错规律排列，

$\therefore$ 相当于有 $2n$ 列，

$\therefore$ 铲除全部籽的路径总长为 $2(k-1)dn$ ，

故答案为： $2(k-1)dn$ ；

方案 3：由图得斜着铲每两个点之间的距离为 $\frac{\sqrt{d^2+d^2}}{2} = \frac{\sqrt{2}d}{2}$ ，

根据题意得一共有 $2n$ 列， $2k$ 行，

斜着铲相当于有 n 条线段长，同时有 $2k-1$ 个，

$\therefore$ 铲除全部籽的路径总长为： $\frac{\sqrt{2}}{2} \times (2k-1)nd$ ；

解决问题

由上得： $2(n-1)dk - 2(k-1)dn = 2ndk - 2dk - 2ndk + 2dn = 2d(n-k) > 0$,

∴ 方案 1 的路径总长大于方案 2 的路径总长；

$$2(k-1)dn - \frac{\sqrt{2}}{2} \times (2k-1)dn = \left[(2-\sqrt{2})k - 2 + \frac{\sqrt{2}}{2} \right] dn,$$

∵ $n > k \geq 3$,

当 $k=3$ 时,

$$(2-\sqrt{2}) \times 3 - 2 + \frac{\sqrt{2}}{2} = 4 - \frac{5\sqrt{2}}{2} > 0,$$

$$2(k-1)dn - \frac{\sqrt{2}}{2} \times (2k-1)dn > 0,$$

∴ 方案 3 铲籽路径总长最短，销售员的操作方法是选择最短的路径，减少对菠萝的损耗.