

机密★启用前

2024 年广东省初中学业水平考试

数学

满分 120 分 考试用时 120 分钟

注意事项：

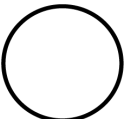
1. 答题前，考生务必用黑色字迹的签字笔或钢笔将自己的准考证号、姓名、考场号和座位号填写在答题卡上。用 2B 铅笔在“考场号”和“座位号”栏相应位置填涂自己的考场号和座位号，将条形码粘贴在答题卡“条形码粘贴处”。
2. 作答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目选项的答案信息点涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案，答案不能答在试卷上。
3. 非选择题必须用黑色字迹的签字笔或钢笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应位置上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不准使用铅笔和涂改液。不按以上要求作答的答案无效。
4. 考生必须保持答题卡的整洁。考试结束后，将试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 计算 $-5+3$ 的结果是 ()

- A. 2 B. -2 C. 8 D. -8

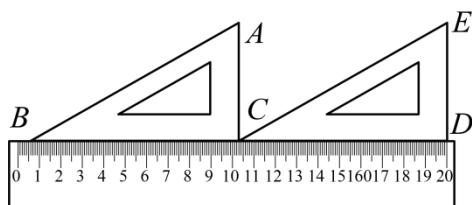
2. 下列几何图形中，既是中心对称图形也是轴对称图形的是 ()

- A.  B.  C.  D. 

3. 2024 年 6 月 6 日，嫦娥六号在距离地球约 384000 千米外上演“太空牵手”，完成月球轨道的交会对接。数据 384000 用科学记数法表示为 ()

- A. 3.84×10^4 B. 3.84×10^5 C. 3.84×10^6 D. 38.4×10^5

4. 如图，一把直尺、两个含 30° 的三角尺拼接在一起，则 $\angle ACE$ 的度数为 ()



- A. 120° B. 90° C. 60° D. 30°

5. 下列计算正确的是 ()

- A. $a^2 \cdot a^5 = a^{10}$ B. $a^8 \div a^2 = a^4$ C. $-2a + 5a = 7a$ D. $(a^2)^5 = a^{10}$

6. 长江是中华民族的母亲河，长江流域孕育出藏羌文化、巴蜀文化、荆楚文化、吴越文化等区域文化。若从上述四种区域文化中随机选一种文化开展专题学习，则选中“巴蜀文化”的概率是 ()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{4}$

7. 完全相同的 4 个正方形面积之和是 100，则正方形的边长是 ()

- A. 2 B. 5 C. 10 D. 20

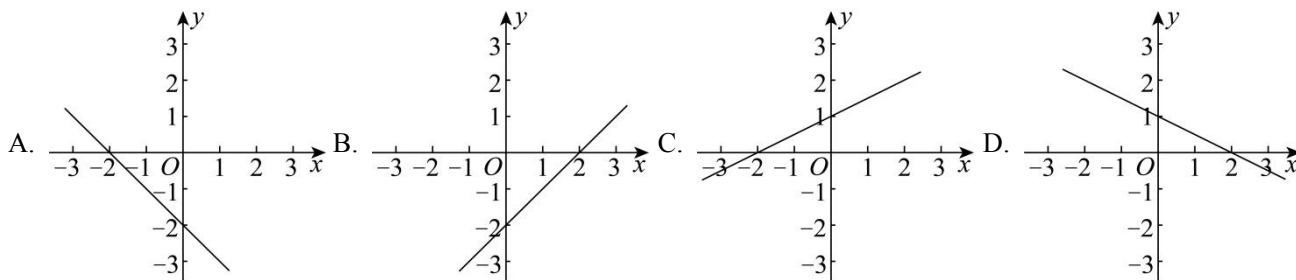
8. 若点 $(0, y_1), (1, y_2), (2, y_3)$ 都在二次函数 $y = x^2$ 的图象上，则 ()

- A. $y_3 > y_2 > y_1$ B. $y_2 > y_1 > y_3$ C. $y_1 > y_3 > y_2$ D. $y_3 > y_1 > y_2$

9. 方程 $\frac{2}{x-3} = \frac{3}{x}$ 的解为 ()

- A. $x = 3$ B. $x = -9$ C. $x = 9$ D. $x = -3$

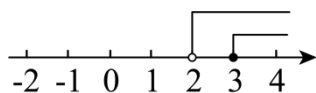
10. 已知不等式 $kx + b < 0$ 的解集是 $x < 2$ ，则一次函数 $y = kx + b$ 的图象大致是 ()



二、填空题：本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分.

11. 数据 2, 3, 5, 5, 4 的众数是_____.

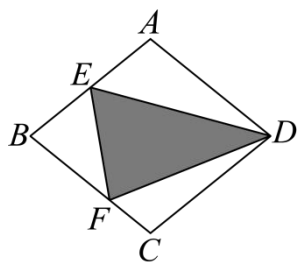
12. 关于 x 的不等式组中，两个不等式的解集如图所示，则这个不等式组的解集是_____.



13. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2x + c = 0$ 有两个相等的实数根，则 $c =$ _____.

14. 计算： $\frac{a}{a-3} - \frac{3}{a-3} =$ _____.

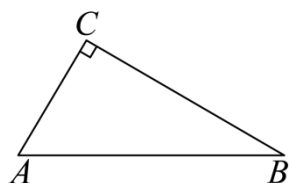
15. 如图，菱形 $ABCD$ 的面积为 24，点 E 是 AB 的中点，点 F 是 BC 上的动点。若 $\triangle BEF$ 的面积为 4，则图中阴影部分的面积为_____.



三、解答题 (一)：本大题共 3 小题，每小题 7 分，共 21 分.

16. 计算： $2^0 \times \left| -\frac{1}{3} \right| + \sqrt{4} - 3^{-1}$.

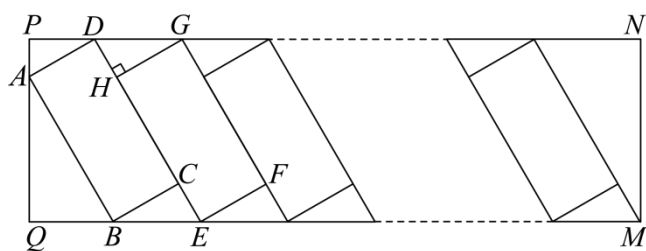
17. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$.



(1) 实践与操作：用尺规作图法作 $\angle A$ 的平分线 AD 交 BC 于点 D ；(保留作图痕迹，不要求写作法)

(2) 应用与证明：在 (1) 的条件下，以点 D 为圆心， DC 长为半径作 $\odot D$. 求证： AB 与 $\odot D$ 相切.

18. 中国新能源汽车为全球应对气候变化和绿色低碳转型作出了巨大贡献. 为满足新能源汽车的充电需求，某小区增设了充电站，如图是矩形 $PQMN$ 充电站的平面示意图，矩形 $ABCD$ 是其中一个停车位. 经测量， $\angle ABQ = 60^\circ$ ， $AB = 5.4\text{m}$ ， $CE = 1.6\text{m}$ ， $GH \perp CD$ ， GH 是另一个车位的宽，所有车位的长宽相同，按图示并列划定.



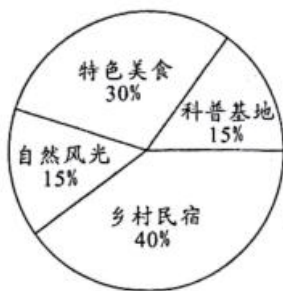
根据以上信息回答下列问题：(结果精确到 0.1m，参考数据 $\sqrt{3} \approx 1.73$)

- (1) 求 PQ 的长；
- (2) 该充电站有 20 个停车位，求 PN 的长.

四、解答题 (二)：本大题共 3 小题，每小题 9 分，共 27 分.

19. 端午假期，王先生计划与家人一同前往景区游玩，为了选择一个最合适的景区，王先生对 A 、 B 、 C 三个景区进行了调查与评估. 他依据特色美食、自然风光、乡村民宿及科普基地四个方面，为每个景区评分 (10 分制). 三个景区的得分如下表所示：

景区	特色美食	自然风光	乡村民宿	科普基地
A	6	8	7	9
B	7	7	8	7
C	8	8	6	6



- (1) 若四项所占百分比如图所示，通过计算回答：王先生会选择哪个景区去游玩？
- (2) 如果王先生认为四项同等重要，通过计算回答：王先生将会选择哪个景区去游玩？
- (3) 如果你是王先生，请按你认为的各项“重要程度”设计四项得分的百分比，选择最合适的景区，并说明理由。

20. 广东省全力实施“百县千镇万村高质量发展工程”，2023年农产品进出口总额居全国首位，其中荔枝鲜果远销欧美。某果商以每吨2万元的价格收购早熟荔枝，销往国外。若按每吨5万元出售，平均每天可售出100吨。市场调查反映：如果每吨降价1万元，每天销售量相应增加50吨。该果商如何定价才能使每天的“利润”或“销售收入”最大？并求出其最大值。（题中“元”为人民币）

21. 综合与实践

【主题】滤纸与漏斗

【素材】如图1所示：

- ①一张直径为10cm的圆形滤纸；
- ②一只漏斗口直径与母线均为7cm的圆锥形过滤漏斗。

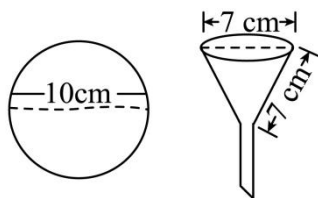


图1

【实践操作】

步骤1：取一张滤纸；

步骤 2: 按如图 2 所示步骤折叠好滤纸;

步骤 3: 将其中一层撑开, 围成圆锥形;

步骤 4: 将围成圆锥形的滤纸放入如图 1 所示漏斗中.

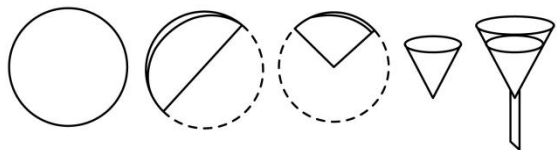


图2

【实践探索】

(1) 滤纸是否能紧贴此漏斗内壁 (忽略漏斗管口处)? 用你所学的数学知识说明.

(2) 当滤纸紧贴漏斗内壁时, 求滤纸围成圆锥形的体积. (结果保留 π)

五、解答题 (三): 本大题共 2 小题, 第 22 题 13 分, 第 23 题 14 分, 共 27 分.

22. 【知识技能】

(1) 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线. 连接 CD , 将 $\triangle ADC$ 绕点 D 按逆时针方向旋转, 得到 $\triangle A'DC'$. 当点 E 的对应点 E' 与点 A 重合时, 求证: $AB = BC$.

【数学理解】

(2) 如图 2, 在 $\triangle ABC$ 中 ($AB < BC$), DE 是 $\triangle ABC$ 的中位线. 连接 CD , 将 $\triangle ADC$ 绕点 D 按逆时针方向旋转, 得到 $\triangle A'DC'$, 连接 $A'B$, $C'C$, 作 $\triangle A'BD$ 的中线 DF . 求证: $2DF \cdot CD = BD \cdot CC'$.

【拓展探索】

(3) 如图 3, 在 $\triangle ABC$ 中, $\tan B = \frac{4}{3}$, 点 D 在 AB 上, $AD = \frac{32}{5}$. 过点 D 作 $DE \perp BC$, 垂足为 E , $BE = 3$, $CE = \frac{32}{3}$. 在四边形 $ADEC$ 内是否存在点 G , 使得 $\angle AGD + \angle CGE = 180^\circ$? 若存在, 请给出证明; 若不存在, 请说明理由.

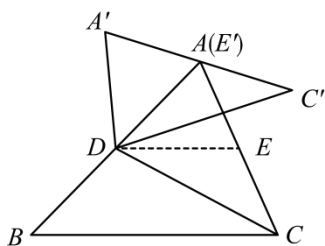


图1

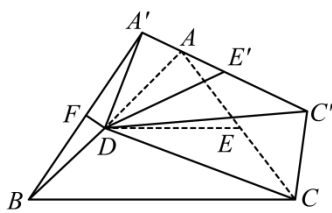


图2

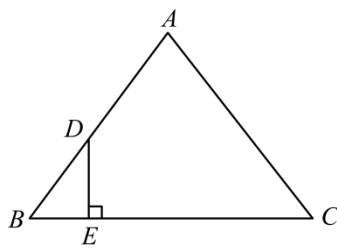


图3

23. 【问题背景】

如图 1, 在平面直角坐标系中, 点 B , D 是直线 $y = ax$ ($a > 0$) 上第一象限内的两个动点 ($OD > OB$), 以线段 BD 为对角线作矩形 $ABCD$, $AD \parallel x$ 轴. 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 A .

如图 1, 在平面直角坐标系中, 点 B , D 是直线 $y = ax$ ($a > 0$) 上第一象限内的两个动点 ($OD > OB$), 以线段 BD 为对角线作矩形 $ABCD$, $AD \parallel x$ 轴. 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过点 A .

【构建联系】

(1) 求证：函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象必经过点 C .

(2) 如图 2, 把矩形 $ABCD$ 沿 BD 折叠, 点 C 的对应点为 E . 当点 E 落在 y 轴上, 且点 B 的坐标为 $(1, 2)$ 时, 求 k 的值.

【深入探究】

(3) 如图 3, 把矩形 $ABCD$ 沿 BD 折叠, 点 C 的对应点为 E . 当点 E, A 重合时, 连接 AC 交 BD 于点 P . 以点 O 为圆心, AC 长为半径作 $\odot O$. 若 $OP = 3\sqrt{2}$, 当 $\odot O$ 与 $\triangle ABC$ 的边有交点时, 求 k 的取值范围.

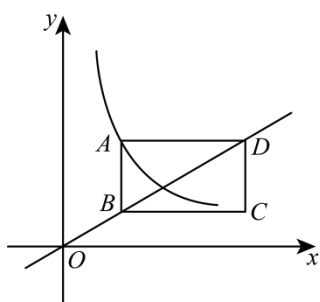


图1

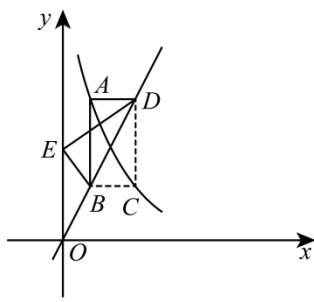


图2

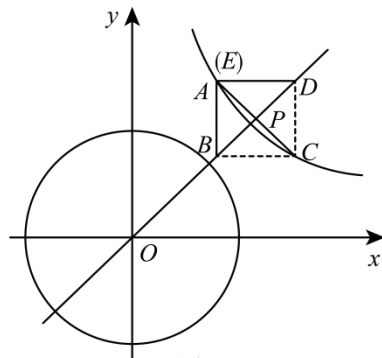


图3