

2024 年烟台市初中学业水平考试

数学试题

注意事项：

1. 本试卷共 8 页，共 120 分；考试时间 120 分钟。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。
2. 答题前，务必用 0.5 毫米黑色签字笔将自己的姓名、准考证号、座位号填写在试卷和答题卡规定的位置上。
3. 选择题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。
4. 非选择题必须用 0.5 毫米黑色签字笔作答，答案必须写在答题卡指定区域内相应的位置；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不能使用涂改液、胶带纸、修正带。
5. 写在试卷上或答题卡指定区域外的答案无效。
6. 考试过程中允许考生进行剪、拼、折叠等实验。

一、选择题（本大题共 10 个小题，每小题 3 分，满分 30 分）每小题都给出标号为 A, B, C, D 四个备选答案，其中有且只有一个是正确的。

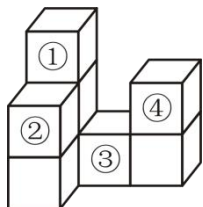
1. 下列实数中的无理数是（ ）

- A. $\frac{2}{3}$ B. 3.14 C. $\sqrt{15}$ D. $\sqrt[3]{64}$

2. 下列运算结果为 a^6 的是（ ）

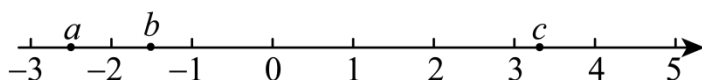
- A. $a^2 \cdot a^3$ B. $a^{12} \div a^2$ C. $a^3 + a^3$ D. $(a^2)^3$

3. 下图是由 8 个大小相同的小正方体组成的几何体，若从标号为①②③④的小正方体中取走一个，使新几何体的左视图既是轴对称图形又是中心对称图形，则应取走（ ）



- A. ① B. ② C. ③ D. ④

4. 实数 a , b , c 在数轴上的位置如图所示，下列结论正确的是（ ）

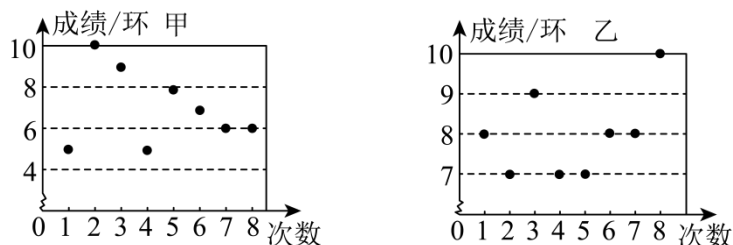


- A. $b+c>3$ B. $a-c<0$ C. $|a|>|c|$ D. $-2a<-2b$

5. 目前全球最薄的手撕钢产自中国，厚度只有 0.015 毫米，约是 A4 纸厚度的六分之一，已知 1 毫米 = 1 百万纳米，0.015 毫米等于多少纳米？将结果用科学记数法表示为 ()

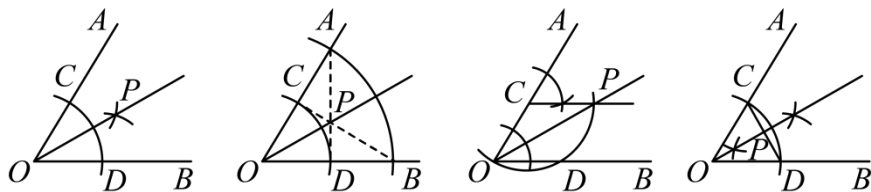
- A. 0.15×10^3 纳米 B. 1.5×10^4 纳米 C. 15×10^{-5} 纳米 D. 1.5×10^{-6} 纳米

6. 射击运动队进行射击测试，甲、乙两名选手的测试成绩如下图，其成绩的方差分别记为 $S_{\text{甲}}^2$ 和 $S_{\text{乙}}^2$ ，则 $S_{\text{甲}}^2$ 和 $S_{\text{乙}}^2$ 的大小关系是 ()



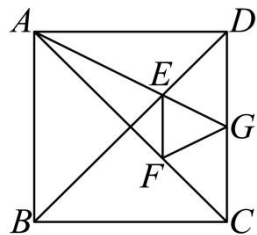
- A. $S_{\text{甲}}^2 > S_{\text{乙}}^2$ B. $S_{\text{甲}}^2 < S_{\text{乙}}^2$ C. $S_{\text{甲}}^2 = S_{\text{乙}}^2$ D. 无法确定

7. 某班开展“用直尺和圆规作角平分线”的探究活动，各组展示作图痕迹如下，其中射线 OP 为 $\angle AOB$ 的平分线的有 ()



- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

8. 如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 E, F 分别为对角线 BD, AC 的三等分点，连接 AE 并延长交 CD 于点 G ，连接 EF, FG ，若 $\angle AGF = \alpha$ ，则 $\angle FAG$ 用含 α 的代数式表示为 ()



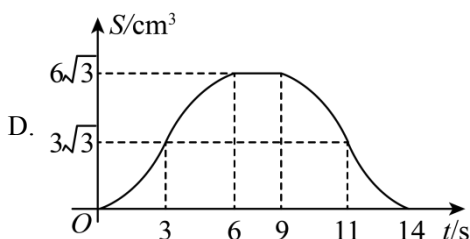
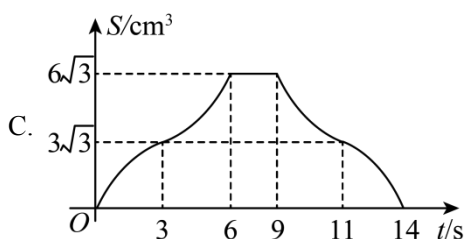
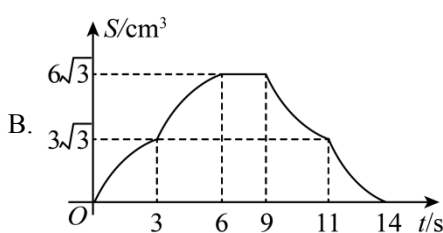
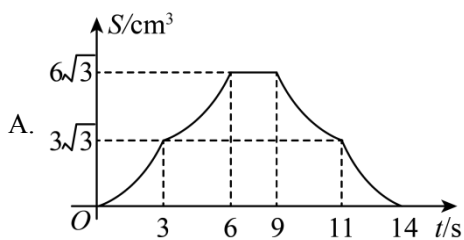
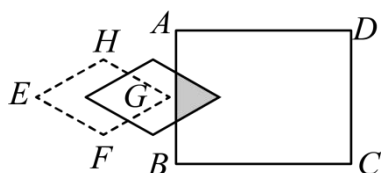
- A. $\frac{45^\circ - \alpha}{2}$ B. $\frac{90^\circ - \alpha}{2}$ C. $\frac{45^\circ + \alpha}{2}$ D. $\frac{\alpha}{2}$

9. 《周髀算经》是中国现存最早的数理天文著作。书中记载这样一道题：“今有女子不善织，日减功迟。初日织五尺，末日织一尺，今三十日织，问织几何？”意思是：现有一个不擅长织布的女子，织布的速度越来越慢，并且每天减少的数量相同。第一天织了五尺布，最后一天仅织了一尺布，30 天完工，问一共织了多少布？



- A. 45 尺 B. 88 尺 C. 90 尺 D. 98 尺

10. 如图，水平放置的矩形 $ABCD$ 中， $AB = 6\text{cm}$ ， $BC = 8\text{cm}$ ，菱形 $EFGH$ 的顶点 E ， G 在同一水平线上，点 G 与 AB 的中点重合， $EF = 2\sqrt{3}\text{cm}$ ， $\angle E = 60^\circ$ ，现将菱形 $EFGH$ 以 1cm/s 的速度沿 BC 方向匀速运动，当点 E 运动到 CD 上时停止，在这个运动过程中，菱形 $EFGH$ 与矩形 $ABCD$ 重叠部分的面积 $S(\text{cm}^2)$ 与运动时间 $t(\text{s})$ 之间的函数关系图象大致是 ()



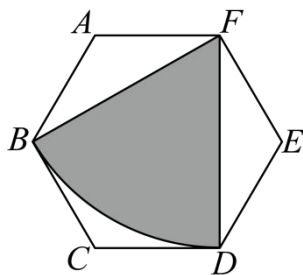
二、填空题 (本大题共 6 个小题，每小题 3 分，满分 18 分)

11. 若代数式 $\frac{3}{\sqrt{x-1}}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围为_____.

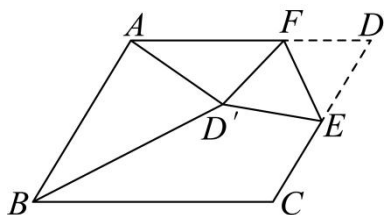
12. 关于 x 的不等式 $m - \frac{x}{2} \leq 1 - x$ 有正数解， m 的值可以是_____ (写出一个即可).

13. 若一元二次方程 $2x^2 - 4x - 1 = 0$ 的两根为 m ， n ，则 $3m^2 - 4m + n^2$ 的值为_____.

14. 如图，在边长为 6 的正六边形 $ABCDEF$ 中，以点 F 为圆心，以 FB 的长为半径作 $\widehat{BD}$ ，剪下图中阴影部分做一个圆锥的侧面，则这个圆锥的底面半径为_____.



15. 如图，在 $ABCD$ 中， $\angle C = 120^\circ$ ， $AB = 8$ ， $BC = 10$ ． E 为边 CD 的中点， F 为边 AD 上的一动点，将 $\triangle DEF$ 沿 EF 翻折得 $\triangle D'EF$ ，连接 AD' ， BD' ，则 $\triangle ABD'$ 面积的最小值为_____．



16. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的 y 与 x 的部分对应值如下表：

x	-4	-3	-1	1	5
y	0	5	9	5	-27

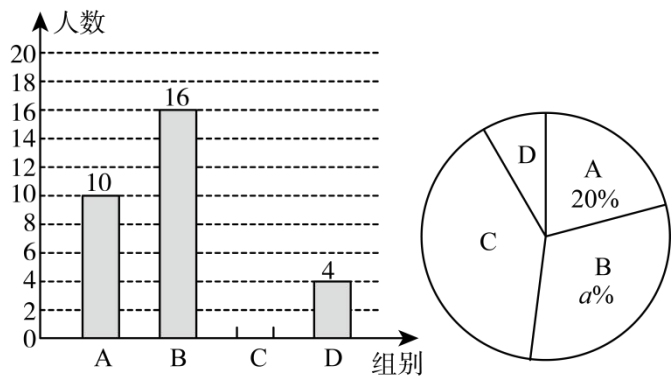
- 下列结论：① $abc > 0$ ；② 关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 9$ 有两个相等的实数根；③ 当 $-4 < x < 1$ 时， y 的取值范围为 $0 < y < 5$ ；④ 若点 (m, y_1) ， $(-m-2, y_2)$ 均在二次函数图象上，则 $y_1 = y_2$ ；⑤ 满足 $ax^2 + (b+1)x + c < 2$ 的 x 的取值范围是 $x < -2$ 或 $x > 3$ ．其中正确结论的序号为_____．

三、解答题（本大题共 8 个小题，满分 72 分）

17. 利用课本上的计算器进行计算，按键顺序如下： $\boxed{3} \boxed{x^2} \boxed{-} \boxed{5} \boxed{=}$ ，若 m 是其显示结果的

平方根，先化简： $\left(\frac{m}{m-3} + \frac{7m-4}{9-m^2}\right) \div \frac{4-2m}{m+3}$ ，再求值．

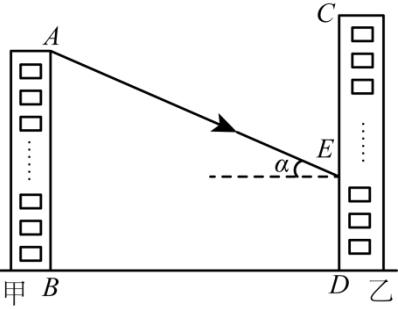
18. “山海同行，舰回烟台”．2024 年 4 月 23 日，烟台舰与家乡人民共庆人民海军成立 75 周年．值此，某学校开展了“奋进万亿新征程，共筑强国强军梦”的主题研学活动，为了解学生参与情况，随机抽取部分学生对研学活动时长（用 t 表示，单位：h）进行调查．经过整理，将数据分成四组（ A 组： $0 \leq t < 2$ ； B 组： $2 \leq t < 4$ ； C 组： $4 \leq t < 6$ ； D 组： $6 \leq t < 8$ ），并绘制了如下不完整的条形统计图和扇形统计图．



- (1) 请补全条形统计图；
- (2) 扇形统计图中， a 的值为_____， D 组对应的扇形圆心角的度数为_____；
- (3) D 组中有男、女生各两人，现从这四人中随机抽取两人进行研学宣讲，请用树状图或表格求所抽取的两人恰好是一名男生和一名女生的概率。

19. 根据收集的素材，探索完成任务.

探究太阳能热水器的安装		
素材一	太阳能热水器是利用绿色能源造福人类的一项发明. 某品牌热水器主要部件太阳能板需要安装在每天都可以有太阳光照射到的地方，才能保证使用效果，否则不予安装.	
素材二	某市位于北半球，太阳光线与水平线的夹角为 α ，冬至日时， $14^\circ \leq \alpha \leq 29^\circ$ ；夏至日时， $43^\circ \leq \alpha \leq 76^\circ$.	$\sin 14^\circ \approx 0.24$ ， $\cos 14^\circ \approx 0.97$ ， $\tan 14^\circ \approx 0.25$ $\sin 29^\circ \approx 0.48$ ， $\cos 29^\circ \approx 0.87$ ， $\tan 29^\circ \approx 0.55$ $\sin 43^\circ \approx 0.68$ ， $\cos 43^\circ \approx 0.73$ ， $\tan 43^\circ \approx 0.93$ $\sin 76^\circ \approx 0.97$ ， $\cos 76^\circ \approx 0.24$ ， $\tan 76^\circ \approx 4.01$

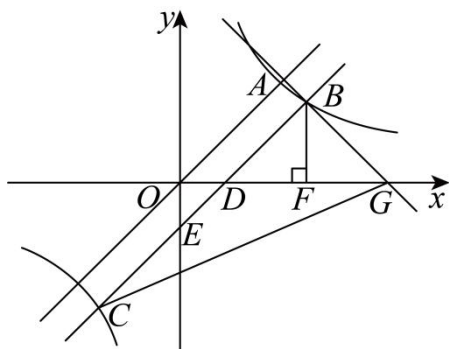
素材三	如图，该市甲楼位于乙楼正南方向，两楼东西两侧都无法获得太阳光照射。现准备在乙楼南面墙上安装该品牌太阳能板。已知两楼间距为 54 米，甲楼 AB 共 11 层，乙楼 CD 共 15 层，一层从地面起，每层楼高皆为 3.3 米，AE 为某时刻的太阳光线。	
问题解决		
任务一	确定使用数据	要判断乙楼哪些楼层不能安装该品牌太阳能板，应选择_____日（填冬至或夏至）时，α为_____（填14°，29°，43°，76°中的一个）进行计算。
任务二	探究安装范围	利用任务一中选择的数据进行计算，确定乙楼中哪些楼层不能安装该品牌太阳能热水器。

20. 每年 5 月的第三个星期日为全国助残日，今年的主题是“科技助残，共享美好生活”，康宁公司新研发了一批便携式轮椅计划在该月销售，根据市场调查，每辆轮椅盈利 200 元时，每天可售出 60 辆；单价每降低 10 元，每天可多售出 4 辆。公司决定在成本不变的情况下降价销售，但每辆轮椅的利润不低于 180 元，设每辆轮椅降价 x 元，每天的销售利润为 y 元。

- (1) 求 y 与 x 的函数关系式；每辆轮椅降价多少元时，每天的销售利润最大？最大利润为多少元？
- (2) 全国助残日当天，公司共获得销售利润 12160 元，请问这天售出了多少辆轮椅？

21. 如图，正比例函数 $y = x$ 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象交于点 $A(\sqrt{6}, a)$ ，将正比例函数图象向下平移

$n(n > 0)$ 个单位后，与反比例函数图象在第一、三象限交于点 B, C ，与 x 轴， y 轴交于点 D, E ，且满足 $BE : CE = 3 : 2$ 。过点 B 作 $BF \perp x$ 轴，垂足为点 F ， G 为 x 轴上一点，直线 BC 与 BG 关于直线 BF 成轴对称，连接 CG 。



(1) 求反比例函数的表达式；

(2) 求 n 的值及 $\triangle BCG$ 的面积.

22. 在等腰直角 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC$, D 为直线 BC 上任意一点, 连接 AD . 将线段 AD 绕点 D 按顺时针方向旋转 90° 得线段 ED , 连接 BE .

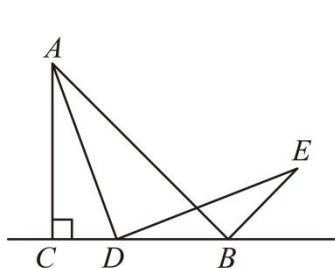


图1

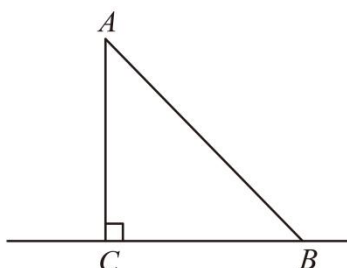


图2

【尝试发现】

(1) 如图 1, 当点 D 在线段 BC 上时, 线段 BE 与 CD 的数量关系为_____;

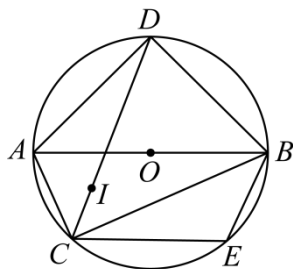
【类比探究】

(2) 当点 D 在线段 BC 的延长线上时, 先在图 2 中补全图形, 再探究线段 BE 与 CD 的数量关系并证明;

【联系拓广】

(3) 若 $AC = BC = 1$, $CD = 2$, 请直接写出 $\sin \angle ECD$ 的值.

23. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, 点 I 为 $\triangle ABC$ 的内心, 连接 CI 并延长交 $\odot O$ 于点 D , E 是 $\widehat{BC}$ 上任意一点, 连接 AD , BD , BE , CE .



(1) 若 $\angle ABC = 25^\circ$, 求 $\angle CEB$ 的度数;

(2) 找出图中所有与 DI 相等的线段, 并证明;

(3) 若 $CI = 2\sqrt{2}$, $DI = \frac{13}{2}\sqrt{2}$, 求 $\triangle ABC$ 的周长.

24. 如图, 抛物线 $y_1 = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴交于 A , B 两点, 与 y 轴交于点 C , $OC = OA$, $AB = 4$, 对称轴为直线 $l_1: x = -1$, 将抛物线 y_1 绕点 O 旋转 180° 后得到新抛物线 y_2 , 抛物线 y_2 与 y 轴交于点 D , 顶点为 E , 对称轴为直线 l_2 .

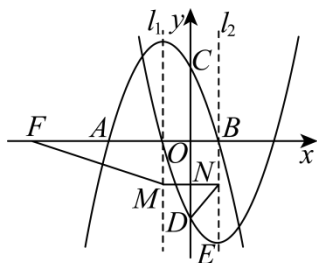


图1

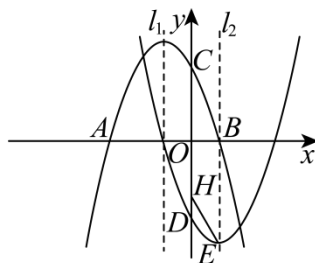


图2

(1) 分别求抛物线 y_1 和 y_2 的表达式;

(2) 如图1, 点 F 的坐标为 $(-6, 0)$, 动点 M 在直线 l_1 上, 过点 M 作 $MN \parallel x$ 轴与直线 l_2 交于点 N , 连接 FM , DN . 求 $FM + MN + DN$ 的最小值;

(3) 如图2, 点 H 的坐标为 $(0, -2)$, 动点 P 在抛物线 y_2 上, 试探究是否存在点 P , 使 $\angle PEH = 2\angle DHE$? 若存在, 请直接写出所有符合条件的点 P 的坐标; 若不存在, 请说明理由.