

滨州市二〇二四年初中学业水平考试

数学试题

温馨提示：

1. 本试卷分第Ⅰ卷和第Ⅱ卷两部分，共6页，满分120分，考试用时120分钟。考试结束后，将试题卷和答题卡一并交回。
2. 答卷前，考生务必用0.5毫米黑色签字笔将自己的姓名、准考证号、座号填写在试题卷和答题卡规定的位置上。
3. 第Ⅰ卷每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。答案不能答在试题卷上。
4. 第Ⅱ卷必须用0.5毫米黑色签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应的位置，不能写在试题卷上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不准使用涂改液、胶带纸、修正带。不按以上要求作答的答案无效。

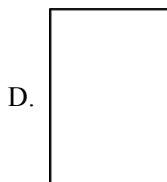
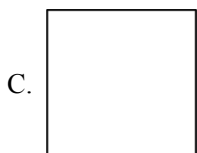
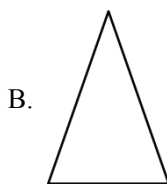
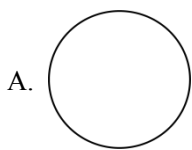
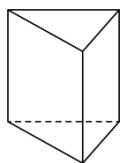
第Ⅰ卷（选择题共24分）

一、选择题：本大题共8个小题，每小题3分，满分24分。每小题只有一个选项符合题目要求。

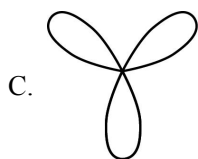
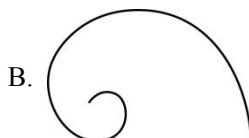
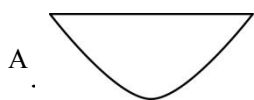
1. $-\frac{1}{2}$ 的绝对值是（ ）

- A. 2 B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. -2

2. 如图，一个三棱柱无论怎么摆放，其主视图不可能是（ ）



3. 数学中有许多精美的曲线，以下是“悬链线”“黄金螺旋线”“三叶玫瑰线”和“笛卡尔心形线”。其中不是轴对称图形的是（ ）



4. 下列运算正确的是 ()

A. $(n^3)^3 = n^6$ B. $(-2a)^2 = -4a^2$ C. $x^8 \div x^2 = x^4$ D. $m^2 \cdot m = m^3$

5. 若点 $N(1-2a, a)$ 在第二象限, 那么 a 的取值范围是 ()

A. $a > \frac{1}{2}$ B. $a < \frac{1}{2}$ C. $0 < a < \frac{1}{2}$ D. $0 \leq a < \frac{1}{2}$

6. 在一次中学生田径运动会上, 参加男子跳高的15名运动员的成绩如下表所示:

成绩/m	1.50	1.60	1.65	1.70	1.75	1.80
人数	2	3	2	3	4	1

某同学分析上表后得出如下结论:

①这些运动员成绩的平均数是 1.65;

②这些运动员成绩的中位数是 1.70;

③这些运动员成绩的众数是 1.75.

上述结论中正确的是 ()

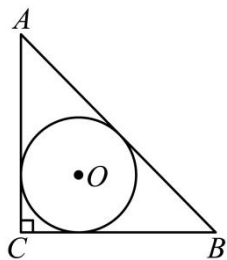
A. ②③ B. ①③ C. ①② D. ①②③

7. 点 $M(x_1, y_1)$ 和点 $N(x_2, y_2)$ 在反比例函数 $y = \frac{k^2 - 2k + 3}{x}$ (k 为常数) 的图象上, 若 $x_1 < 0 < x_2$, 则

$y_1, y_2, 0$ 的大小关系为 ()

A. $y_1 < y_2 < 0$ B. $y_1 > y_2 > 0$ C. $y_1 < 0 < y_2$ D. $y_1 > 0 > y_2$

8. 刘徽 (今山东滨州人) 是魏晋时期我国伟大的数学家, 中国古典数学理论的奠基者之一, 被誉为“世界古代数学泰斗”. 刘徽在注释《九章算术》时十分重视一题多解, 其中最典型的是勾股容方和勾股容圆公式的推导, 他给出了内切圆直径的多种表达形式. 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, AB, BC, CA 的长分别为 c, a, b . 则可以用含 c, a, b 的式子表示出 $\triangle ABC$ 的内切圆直径 d , 下列表达式错误的是 ()



- A. $d = a + b - c$ B. $d = \frac{2ab}{a+b+c}$
- C. $d = \sqrt{2(c-a)(c-b)}$ D. $d = |(a-b)(c-b)|$

第Ⅱ卷（非选择题共 96 分）

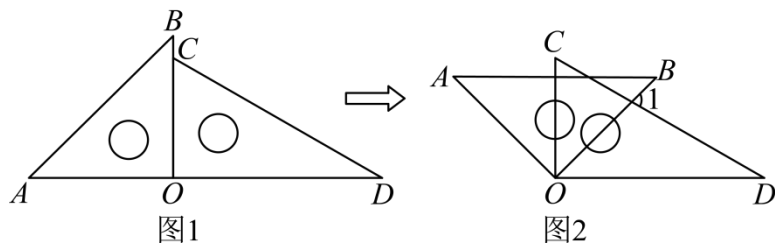
二、填空题：本大题共 8 个小题，每小题 3 分，满分 24 分.

9. 若分式 $\frac{1}{x-1}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是_____.

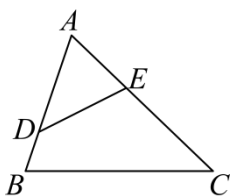
10. 写出一个比 $\sqrt{3}$ 大且比 $\sqrt{10}$ 小的整数是_____.

11. 将抛物线 $y = -x^2$ 先向右平移 1 个单位长度，再向上平移 2 个单位长度，则平移后抛物线的顶点坐标为_____.

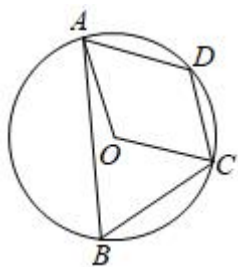
12. 一副三角板如图 1 摆放，把三角板 AOB 绕公共顶点 O 顺时针旋转至图 2，即 $AB \parallel OD$ 时， $\angle 1$ 的大小为_____°.



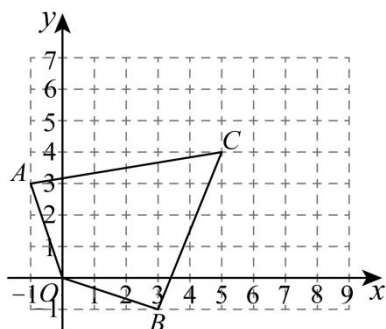
13. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D, E 分别在边 AB, AC 上. 添加一个条件使 $\triangle ADE \sim \triangle ACB$ ，则这个条件可以是_____。（写出一种情况即可）



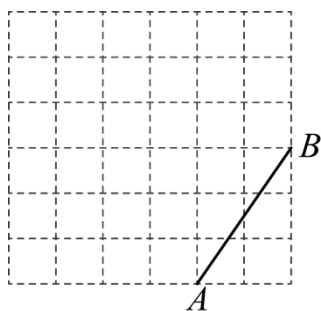
14. 如图，四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ，若四边形 $AOCD$ 是菱形， $\angle B$ 的度数是_____.



15. 如图，四边形 $AOBC$ 四个顶点的坐标分别是 $A(-1,3)$ ， $O(0,0)$ ， $B(3,-1)$ ， $C(5,4)$ ，在该平面内找一点 P ，使它到四个顶点的距离之和 $PA+PO+PB+PC$ 最小，则 P 点坐标为_____.



16. 如图，在边长为 1 的正方形网格中，点 A ， B 均在格点上.



- (1) AB 的长为_____;
- (2) 请只用无刻度的直尺，在如图所示的网格中，画出以 AB 为边的矩形 $ABCD$ ，使其面积为 $\frac{26}{3}$ ，并简要说明点 C ， D 的位置是如何找到的（不用证明）：_____.

三、解答题：本大题共 8 个小题，满分 72 分。解答时请写出必要的演推过程.

17. 计算： $2^{-1} + (-2) \times \left(-\frac{1}{2}\right) - \sqrt{\frac{9}{4}}$.

18. 解方程：

(1) $\frac{2x-1}{3} = \frac{x+1}{2}$;

(2) $x^2 - 4x = 0$.

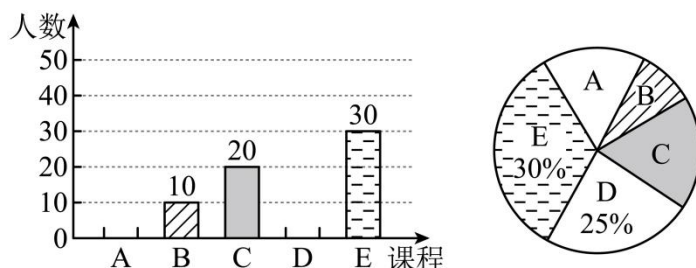
19. 欧拉是历史上享誉全球的最伟大的数学家之一，他不仅在高等数学各个领域作出杰出贡献，也在初等数学中留下了不凡的足迹。设 a ， b ， c 为两两不同的数，称

$$P_n = \frac{a^n}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^n}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^n}{(c-a)(c-b)} \quad (n=0,1,2,3) \text{ 为欧拉分式.}$$

(1) 写出 P_0 对应的表达式；

(2) 化简 P_1 对应的表达式.

20. 某校劳动实践基地共开设五门劳动实践课程，分别是 A：床铺整理，B：衣物清洗，C：手工制作、D：简单烹饪、E：绿植栽培；课程开设一段时间后，季老师采用抽样调查的方式在全校学生中开展了“我最喜欢的劳动实践课程”为主题的问卷调查. 根据调查所收集的数我进行整理、绘制了如下两幅不完整的统计图.



根据图中信息，请回答下列问题：

- 请将条形统计图补充完整，并直接写出“手工制作”对应的扇形圆心角度数；
- 若该校共有 1800 名学生，请你估计全校最喜欢“绿植栽培”的学生人数；
- 小兰同学从 B，C，D 三门课程中随机选择一门参加劳动实践，小亮同学从 C，D，E 三门课程中随机选择一门参加劳动实践，求两位同学选择相同课程的概率.

21. 【问题背景】

某校八年级数学社团在研究等腰三角形“三线合一”性质时发现：

- 如图，在 $\triangle ABC$ 中，若 $AD \perp BC$ ， $BD = CD$ ，则有 $\angle B = \angle C$ ；
- 某同学顺势提出一个问题：既然①正确，那么进一步推得 $AB = AC$ ，即知 $AB + BD = AC + CD$ ，若把①中的 $BD = CD$ 替换为 $AB + BD = AC + CD$ ，还能推出 $\angle B = \angle C$ 吗？基于此，社团成员小军、小民进行了探索研究，发现确实能推出 $\angle B = \angle C$ ，并分别提供了不同的证明方法.

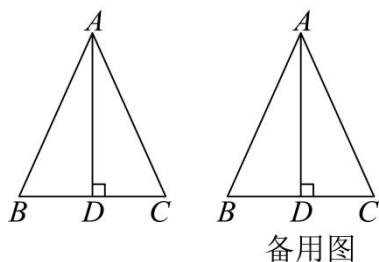
小军

证明：分别延长 DB, DC 至 E, F 两点，
使得.....

小民

证明： $\because AD \perp BC$.

$\therefore \triangle ADB$ 与 $\triangle ADC$ 均为直角三角形、根据勾股定理，得.....



【问题解决】

(1) 完成①的证明；

(2) 把②中小军、小民的证明过程补充完整.

22. 春节期间，全国各影院上映多部影片，某影院每天运营成本为 2000 元，该影院每天售出的电影票数量 y (单位：张) 与售价 x (单位：元/张) 之间满足一次函数关系 ($30 \leq x \leq 80$ ，且 x 是整数)，部分数据如下表所示：

电影票售价 x (元/张)	40	50
售出电影票数量 y (张)	164	124

(1) 请求出 y 与 x 之间的函数关系式；

(2) 设该影院每天的利润 (利润 = 票房收入 - 运营成本) 为 w (单位：元)，求 w 与 x 之间的函数关系式；

(3) 该影院将电影票售价 x 定为多少时，每天获利最大？最大利润是多少？

如图 1， $\triangle ABC$ 中，点 D, E, F 分别在三边 BC, CA, AB 上，且满足 $DF \parallel AC, DE \parallel AB$.

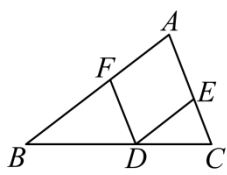


图1

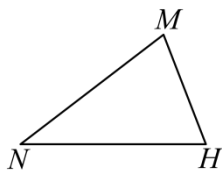


图2

23. ①求证：四边形 $AFDE$ 为平行四边形；

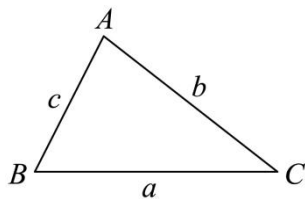
②若 $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$ ，求证：四边形 $AFDE$ 为菱形；

24. 把一块三角形余料 MNH (如图 2 所示) 加工成菱形零件，使它的一个顶点与 $\triangle MNH$ 的顶点 M 重合，另外三个顶点分别在三边 MN, NH, HM 上，请在图 2 上作出这个菱形。(用尺规作图，保留作图痕迹，不写作法.)

25. 【教材呈现】

现行人教版九年级下册数学教材 85 页“拓广探索”第 14 题：

14. 如图, 在锐角 $\triangle ABC$ 中, 探究 $\frac{a}{\sin A}$, $\frac{b}{\sin B}$, $\frac{c}{\sin C}$ 之间的关系. (提示: 分别作 AB 和 BC 边上的高.)



【得出结论】

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}.$$

【基础应用】

在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 75^\circ$, $\angle C = 45^\circ$, $BC = 2$, 利用以上结论求 AB 的长;

【推广证明】

进一步研究发现, $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ 不仅在锐角三角形中成立, 在任意三角形中均成立, 并且还满足

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R \quad (R \text{ 为 } \triangle ABC \text{ 外接圆的半径}).$$

请利用图 1 证明: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$.

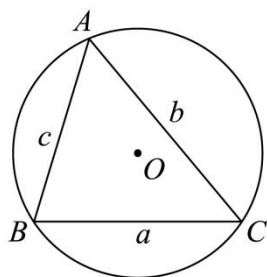


图1

【拓展应用】

如图 2, 四边形 $ABCD$ 中, $AB = 2$, $BC = 3$, $CD = 4$, $\angle B = \angle C = 90^\circ$.

求过 A , B , D 三点的圆的半径.

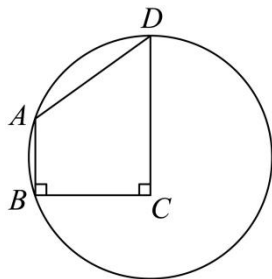


图2