

2024 年枣庄市初中学业水平考试

数学

本试卷共 8 页，满分 120 分，考试用时 120 分钟，考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。
注意事项：

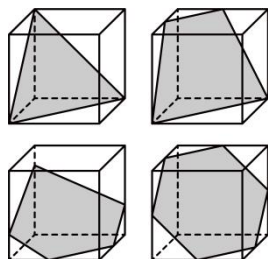
1. 答题前，考生务必用 0.5 毫米黑色签字笔将自己的姓名、准考证号和座号填写在答题卡规定的位置上，并在本页上方空白处写上姓名和准考证号。
2. 选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。答案写在试卷上无效。
3. 非选择题必须用 0.5 毫米黑色签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应的位置，不能写在试卷上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不能使用涂改液、胶带纸、修正带。不按以上要求作答的答案无效。

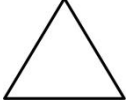
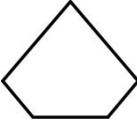
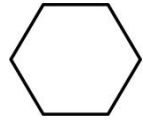
一、选择题：本题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。每小题只有一个选项符合题目要求。

1. 下列实数中，平方最大的数是（ ）

A. 3 B. $\frac{1}{2}$ C. -1 D. -2

2. 用一个平面截正方体，可以得到以下截面图形，其中既是轴对称图形又是中心对称图形的是（ ）

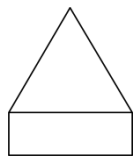


A.  B.  C.  D. 

3. 2023 年山东省扎实落实民生实事，全年新增城乡公益性岗位 61.9 万个，将 61.9 万用科学记数法表示应为（ ）

A. 0.619×10^3 B. 61.9×10^4 C. 6.19×10^5 D. 6.19×10^6

4. 下列几何体中，主视图是如图的是（ ）





5. 下列运算正确的是 ()

A. $a^4 + a^3 = a^7$

B. $(a-1)^2 = a^2 - 1$

C. $(a^3b)^2 = a^3b^2$

D. $a(2a+1) = 2a^2 + a$

6. 为提高生产效率，某工厂将生产线进行升级改造，改造后比改造前每天多生产 100 件，改造后生产 600 件的时间与改造前生产 400 件的时间相同，则改造后每天生产的产品件数为 ()

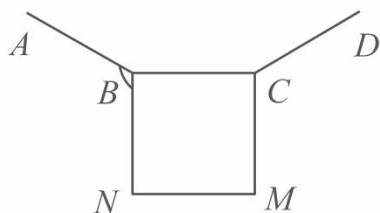
A. 200

B. 300

C. 400

D. 500

7. 如图，已知 AB ， BC ， CD 是正 n 边形的三条边，在同一平面内，以 BC 为边在该正 n 边形的外部作正方形 $BCMN$ 。若 $\angle ABN = 120^\circ$ ，则 n 的值为 ()



A. 12

B. 10

C. 8

D. 6

8. 某校课外活动期间开展跳绳、踢毽子、韵律操三项活动，甲、乙两位同学各自任选其中一项参加，则他们选择同一项活动的概率是 ()

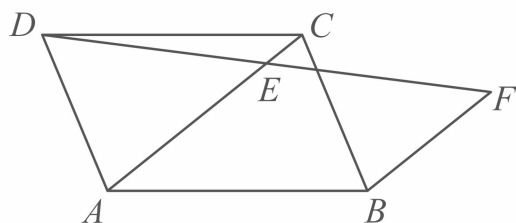
A. $\frac{1}{9}$

B. $\frac{2}{9}$

C. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{2}{3}$

9. 如图，点 E 为 $ABCD$ 的对角线 AC 上一点， $AC = 5$ ， $CE = 1$ ，连接 DE 并延长至点 F ，使得 $EF = DE$ ，连接 BF ，则 BF 为 ()



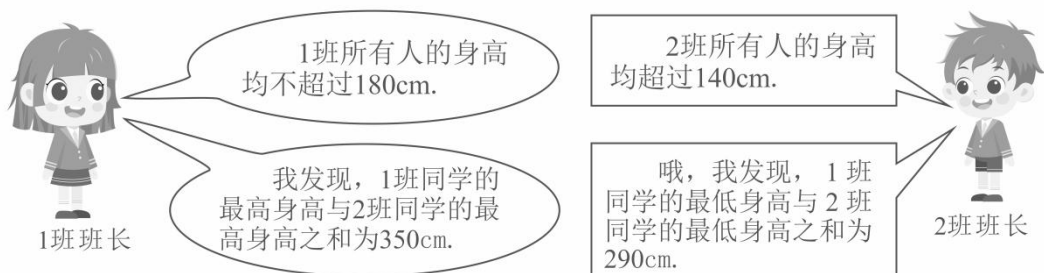
A. $\frac{5}{2}$

B. 3

C. $\frac{7}{2}$

D. 4

10. 根据以下对话，



给出下列三个结论：

- ①1 班学生的最高身高为180 cm；
- ②1 班学生的最低身高小于150 cm；
- ③2 班学生的最高身高大于或等于170 cm .

上述结论中，所有正确结论的序号是（ ）

- A. ①② B. ①③ C. ②③ D. ①②③

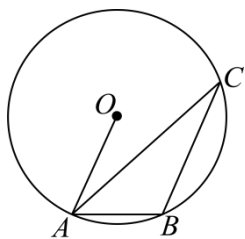
二、填空题：本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分.

11. 因式分解： $x^2y + 2xy =$ _____.

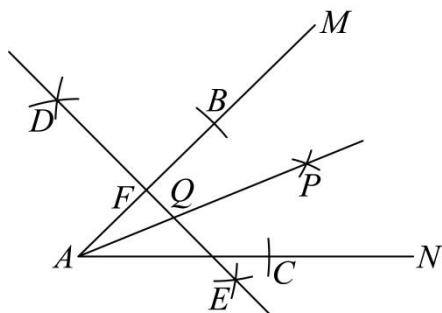
12. 写出满足不等式组 $\begin{cases} x+2 \geq 1 \\ 2x-1 < 5 \end{cases}$ 的一个整数解_____.

13. 若关于 x 的方程 $4x^2 - 2x + m = 0$ 有两个相等的实数根，则 m 的值为_____.

14. 如图， $\triangle ABC$ 是 $\odot O$ 的内接三角形，若 $OA \parallel CB$ ， $\angle ACB = 25^\circ$ ，则 $\angle CAB =$ _____.



15. 如图，已知 $\angle MAN$ ，以点 A 为圆心，以适当长为半径作弧，分别与 AM 、 AN 相交于点 B 、 C ；分别以 B 、 C 为圆心，以大于 $\frac{1}{2}BC$ 的长为半径作弧，两弧在 $\angle MAN$ 内部相交于点 P ，作射线 AP ．分别以 A 、 B 为圆心，以大于 $\frac{1}{2}AB$ 的长为半径作弧，两弧相交于点 D 、 E ，作直线 DE 分别与 AB 、 AP 相交于点 F 、 Q ．若 $AB = 4$ ， $\angle PQE = 67.5^\circ$ ，则 F 到 AN 的距离为_____.



16. 任取一个正整数，若是奇数，就将该数乘 3 再加上 1；若是偶数，就将该数除以 2. 反复进行上述两种运算，经过有限次运算后，必进入循环圈 $1 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$ ，这就是“冰雹猜想”. 在平面直角坐标系 xOy 中，将点 (x, y) 中的 x ， y 分别按照“冰雹猜想”同步进行运算得到新的点的横、纵坐标，其中 x ， y 均为正整数. 例如，点 $(6, 3)$ 经过第 1 次运算得到点 $(3, 10)$ ，经过第 2 次运算得到点 $(10, 5)$ ，以此类推. 则点 $(1, 4)$ 经过 2024 次运算后得到点_____.

三、解答题：本题共 7 小题，共 72 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (1) 计算： $\sqrt{4} + 2^{-1} - \left(-\frac{1}{2}\right)$;

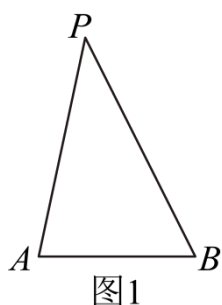
(2) 先化简，再求值： $\left(1 - \frac{1}{a+3}\right) \div \frac{a+2}{a^2-9}$ ，其中 $a = 1$.

18. 【实践课题】测量湖边观测点 A 和湖心岛上鸟类栖息点 P 之间的距离



【实践工具】皮尺、测角仪等测量工具

【实践活动】某班甲小组根据湖岸地形状况，在岸边选取合适的点 B. 测量 A，B 两点间的距离以及 $\angle PAB$ 和 $\angle PBA$ ，测量三次取平均值，得到数据： $AB = 60$ 米， $\angle PAB = 79^\circ$ ， $\angle PBA = 64^\circ$. 画出示意图，如图

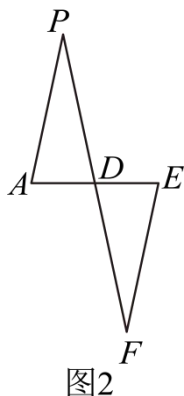


【问题解决】(1) 计算 A，P 两点间的距离.

(参考数据: $\sin 64^\circ \approx 0.90$, $\sin 79^\circ \approx 0.98$, $\cos 79^\circ \approx 0.19$, $\sin 37^\circ \approx 0.60$, $\tan 37^\circ \approx 0.75$)

【交流研讨】甲小组回班汇报后,乙小组提出了另一种方案:

如图 2,选择合适的点 D, E, F ,使得 A, D, E 在同一条直线上,且 $AD = DE$, $\angle DEF = \angle DAP$,当 F, D, P 在同一条直线上时,只需测量 EF 即可.



(2) 乙小组的方案用到了_____. (填写正确答案的序号)

- ①解直角三角形 ②三角形全等

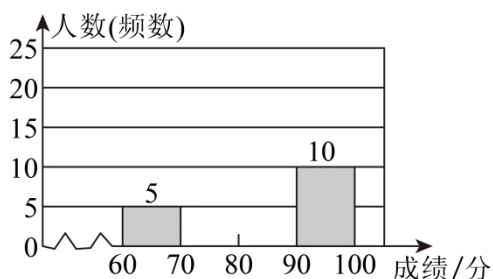
【教师评价】甲、乙两小组的方案都很好,对于实际测量,要根据现场地形状况选择可实施的方案.

19. 某学校开展了“校园科技节”活动,活动包含模型设计、科技小论文两个项目.为了解学生的模型设计水平,从全校学生的模型设计成绩中随机抽取部分学生的模型设计成绩(成绩为百分制,用 x 表示),并将其分成如下四组: $60 \leq x < 70$, $70 \leq x < 80$, $80 \leq x < 90$, $90 \leq x \leq 100$.

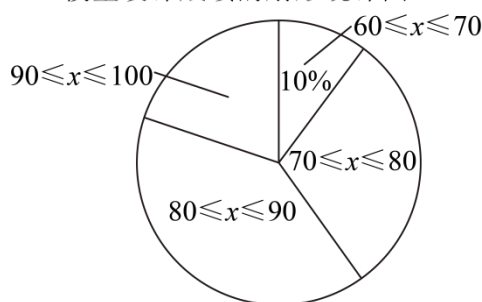
下面给出了部分信息:

$80 \leq x < 90$ 的成绩为: 81, 81, 82, 82, 83, 83, 84, 84, 84, 85, 86, 86, 86, 87, 88, 88, 88, 89, 89, 89.

模型设计成绩的频数分布直方图



模型设计成绩的扇形统计图



根据以上信息解决下列问题:

- 请补全频数分布直方图;
- 所抽取学生的模型设计成绩的中位数是_____分;
- 请估计全校 1000 名学生的模型设计成绩不低于 80 分的人数;
- 根据活动要求,学校将模型设计成绩、科技小论文成绩按 3:2 的比例确定这次活动各人的综合成绩.

某班甲、乙两位学生的模型设计成绩与科技小论文成绩(单位:分)如下:

	模型设计	科技小论文
甲的成绩	94	90
乙的成绩	90	95

通过计算，甲、乙哪位学生的综合成绩更高？

20. 列表法、表达式法、图像法是三种表示函数的方法，它们从不同角度反映了自变量与函数值之间的对应

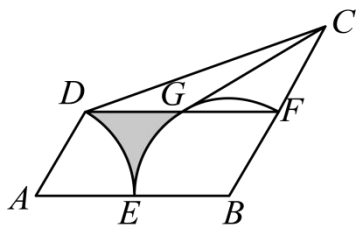
关系. 下表是函数 $y = 2x + b$ 与 $y = \frac{k}{x}$ 部分自变量与函数值的对应关系:

x	$-\frac{7}{2}$	a	1
$2x + b$	a	1	_____
$\frac{k}{x}$	_____	_____	7

(1) 求 a 、 b 的值，并补全表格；

(2) 结合表格，当 $y = 2x + b$ 的图像在 $y = \frac{k}{x}$ 的图像上方时，直接写出 x 的取值范围.

21. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle DAB = 60^\circ$ ， $AB = BC = 2AD = 2$. 以点 A 为圆心，以 AD 为半径作 $\widehat{DE}$ 交 AB 于点 E ，以点 B 为圆心，以 BE 为半径作 $\widehat{EF}$ 所交 BC 于点 F ，连接 FD 交 $\widehat{EF}$ 于另一点 G ，连接 CG .



(1) 求证: CG 为 $\widehat{EF}$ 所在圆的切线;

(2) 求图中阴影部分面积. (结果保留 π)

22. 一副三角板分别记作 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEF$ ，其中 $\angle ABC = \angle DEF = 90^\circ$ ， $\angle BAC = 45^\circ$ ， $\angle EDF = 30^\circ$ ，

$AC = DE$. 作 $BM \perp AC$ 于点 M , $EN \perp DF$ 于点 N , 如图 1.

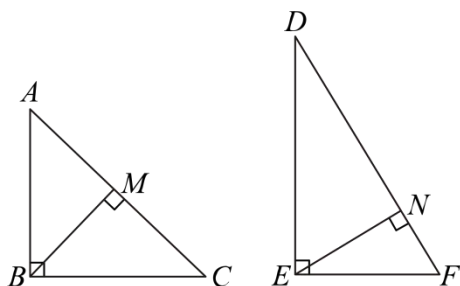


图1

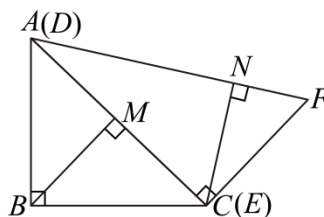


图2

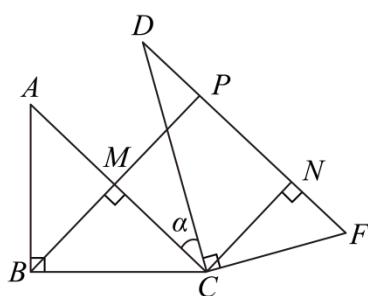
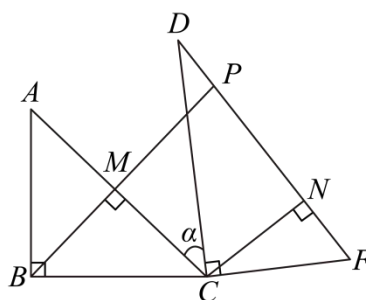


图3



备用图

- (1) 求证: $BM = EN$;
- (2) 在同一平面内, 将图 1 中的两个三角形按如图 2 所示的方式放置, 点 C 与点 E 重合记为 C , 点 A 与点 D 重合, 将图 2 中的 $\triangle DCF$ 绕 C 按顺时针方向旋转 α 后, 延长 BM 交直线 DF 于点 P .
 - ①当 $\alpha = 30^\circ$ 时, 如图 3, 求证: 四边形 $CNPM$ 为正方形;
 - ②当 $30^\circ < \alpha < 60^\circ$ 时, 写出线段 MP , DP , CD 的数量关系, 并证明; 当 $60^\circ < \alpha < 120^\circ$ 时, 直接写出线段 MP , DP , CD 的数量关系.

23. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $P(2, -3)$ 在二次函数 $y = ax^2 + bx - 3$ ($a > 0$) 的图像上, 记该二次函数图像的对称轴为直线 $x = m$.

- (1) 求 m 的值;
- (2) 若点 $Q(m, -4)$ 在 $y = ax^2 + bx - 3$ 的图像上, 将该二次函数的图像向上平移 5 个单位长度, 得到新的二次函数的图像. 当 $0 \leq x \leq 4$ 时, 求新的二次函数的最大值与最小值的和;
- (3) 设 $y = ax^2 + bx - 3$ 的图像与 x 轴交点为 $(x_1, 0)$, $(x_2, 0)$ ($x_1 < x_2$). 若 $4 < x_2 - x_1 < 6$, 求 a 的取值范围.