

# 资阳市 2024 年初中学业水平考试暨高中阶段学校招生考试

## 数学

全卷分为第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分，共 4 页。全卷满分 150 分。考试时间共 120 分钟。

注意事项：

1. 答题前，请考生务必在答题卡上正确填写自己的姓名、准考证号和座位号。考试结束，将试题卷和答题卡一并交回。
2. 第 I 卷每小题选出的答案须用 2B 铅笔在答题卡上把对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦擦净后，再选涂其它答案。
3. 第 II 卷各题须用 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上对应题号答题位置作答。在试卷上作答，答案无效。

### 第 I 卷（选择题 共 40 分）

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

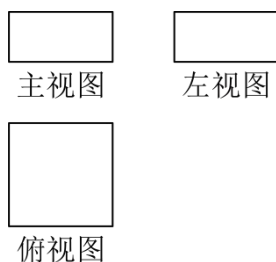
1. 3 的相反数为（ ）

- A. -3                      B.  $-\frac{1}{3}$                       C.  $\frac{1}{3}$                       D. 3

2. 下列计算正确的是（ ）

- A.  $a^3 + a^2 = a^5$                       B.  $a^3 - a^2 = a$                       C.  $(a^2)^3 = a^5$                       D.  $a^5 \div a^2 = a^3$

3. 某几何体的三视图如图所示，则该几何体是（ ）



- A. 长方体                      B. 棱锥                      C. 圆锥                      D. 球体

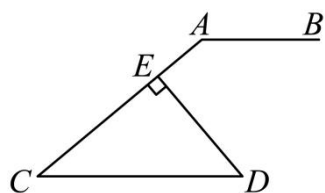
4. 6 名学生一周做家务的天数依次为 4, 4, 5, 7, 7, 7, 这组数据的中位数和众数分别为（ ）

- A. 5, 4                      B. 6, 5                      C. 6, 7                      D. 7, 7

5. 在平面直角坐标系中，将点  $(-2, 1)$  沿  $y$  轴向上平移 1 个单位后，得到的点的坐标为（ ）

- A.  $(-2,0)$                       B.  $(-2,2)$                       C.  $(-3,1)$                       D.  $(-1,1)$

6. 如图,  $AB \parallel CD$ , 过点  $D$  作  $DE \perp AC$  于点  $E$ . 若  $\angle D = 50^\circ$ , 则  $\angle A$  的度数为 ( )



- A.  $130^\circ$                       B.  $140^\circ$                       C.  $150^\circ$                       D.  $160^\circ$

7. 一个正多边形的每个外角度数都等于  $60^\circ$ , 则这个多边形的边数为 ( )

- A. 4                      B. 5                      C. 6                      D. 8

8. 若  $\sqrt{5} < m < \sqrt{10}$ , 则整数  $m$  的值为 ( )

- A. 2                      B. 3                      C. 4                      D. 5

9. 第14届国际数学教育大会 (JCME-14) 会标如图1所示, 会标中心的图案来源于我国古代数学家赵爽的“弦图”, 如图2所示的“弦图”是由四个全等的直角三角形 ( $\triangle ABE$ ,  $\triangle BCF$ ,  $\triangle CDG$ ,  $\triangle DAH$ ) 和一个小正方形  $EFGH$  拼成的大正方形  $ABCD$ . 若  $EF:AH = 1:3$ , 则  $\sin \angle ABE =$  ( )



图1

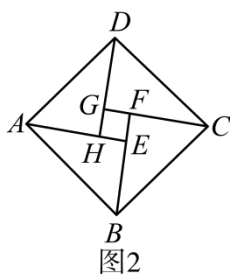
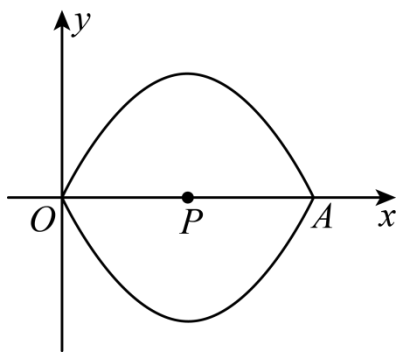


图2

- A.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$                       B.  $\frac{3}{5}$                       C.  $\frac{4}{5}$                       D.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

10. 已知二次函数  $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx$  与  $y = \frac{1}{2}x^2 - bx$  的图像均过点  $A(4,0)$  和坐标原点  $O$ , 这两个函数在

$0 \leq x \leq 4$  时形成的封闭图像如图所示,  $P$  为线段  $OA$  的中点, 过点  $P$  且与  $x$  轴不重合的直线与封闭图像交于  $B, C$  两点. 给出下列结论:



①  $b = 2$ ;

②  $PB = PC$ ;

③以  $O, A, B, C$  为顶点的四边形可以为正方形;④若点  $B$  的横坐标为 1, 点  $Q$  在  $y$  轴上 ( $Q, B, C$  三点不共线), 则  $\triangle BCQ$  周长的最小值为  $5 + \sqrt{13}$ .

其中, 所有正确结论的个数是 ( )

A. 1

B. 2

C. 3

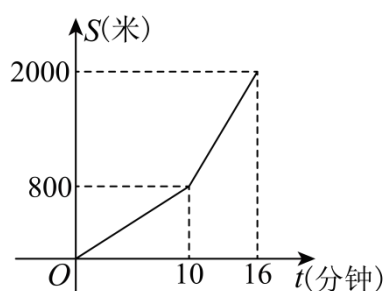
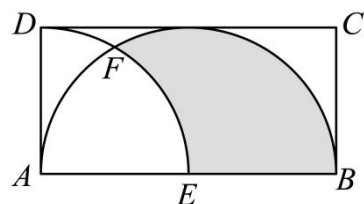
D. 4

## 第 II 卷 (非选择题 共 110 分)

## 二、填空题 (本大题共 6 个小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

11. 若  $(a-1)^2 + |b-2| = 0$ , 则  $ab =$ \_\_\_\_\_.

12. 2024 年政府工作报告提出, 我国今年发展主要预期目标是: 国内生产总值增长 5% 左右, 城镇新增就业 1200 万人以上……将数 “1200 万” 用科学记数法表示为\_\_\_\_\_.

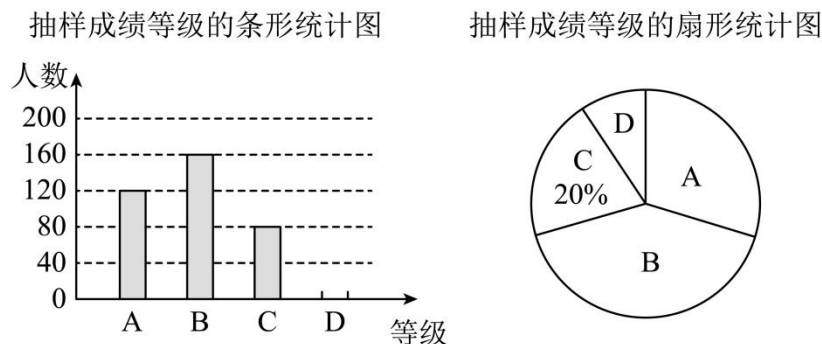
13. 一个不透明的袋中装有 6 个白球和  $m$  个红球, 这些球除颜色外无其他差别. 充分搅匀后, 从袋中随机取出一个球是白球的概率为  $\frac{2}{5}$ , 则  $m =$ \_\_\_\_\_.14. 小王前往距家 2000 米的公司参会, 先以  $v_0$  (米/分) 的速度步行一段时间后, 再改骑共享单车直达会议地点, 到达时距会议开始还有 14 分钟, 小王距家的路程  $S$  (单位: 米) 与距家的时间  $t$  (单位: 分钟) 之间的函数图象如图所示. 若小王全程以  $v_0$  (米/分) 的速度步行, 则他到达时距会议开始还有\_\_\_\_\_分钟.15. 如图, 在矩形  $ABCD$  中,  $AB = 4$ ,  $AD = 2$ . 以点  $A$  为圆心,  $AD$  长为半径作弧交  $AB$  于点  $E$ , 再以  $AB$  为直径作半圆, 与  $\widehat{DE}$  交于点  $F$ , 则图中阴影部分的面积为\_\_\_\_\_.16. 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle A = 60^\circ$ ,  $AC = 4$ . 若  $\triangle ABC$  是锐角三角形, 则边  $AB$  长的取值范围是\_\_\_\_\_.

## 三、解答题 (本大题共 8 个小题, 共 86 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步

骤)

17. 先化简，再求值：  $\left(\frac{x+1}{x}-1\right) \div \frac{x^2-4}{x^2+2x}$ ，其中  $x=3$ 。

18. 我国古诗词源远流长。某校以“赏诗词之美、寻文化之根、铸民族之魂”为主题，组织学生开展了古诗词知识竞赛活动。为了解学生对古诗词的掌握情况，该校随机抽取了部分学生的竞赛成绩，将成绩分为  $A$ ， $B$ ， $C$ ， $D$  四个等级，并绘制成如图所示的两幅不完整的统计图：

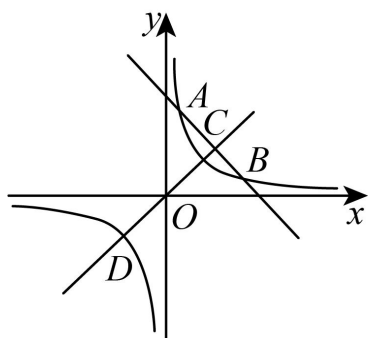


- (1) 本次共抽取了\_\_\_\_\_名学生的竞赛成绩，并补全条形统计图；
- (2) 若该校共有 2000 人参加本次竞赛活动，估计竞赛成绩为  $B$  等级的学生人数；
- (3) 学校在竞赛成绩为  $A$  等级中的甲、乙、丙、丁这 4 名学生里，随机选取 2 人参加经典诵读活动，用画树状图或列表法求出甲、乙两人中恰好有 1 人被选中的概率。

19. 2024 年巴黎奥运会将于 7 月 26 日至 8 月 11 日举行，某经销店调查发现：与吉祥物相关的  $A$ ， $B$  两款纪念品深受青少年喜爱。已知购进 3 个  $A$  款比购进 2 个  $B$  款多用 120 元；购进 1 个  $A$  款和 2 个  $B$  款共用 200 元。

- (1) 分别求出  $A$ ， $B$  两款纪念品的进货单价；
- (2) 该商店决定购进这两款纪念品共 70 个，其总费用不超过 5000 元，则至少应购买  $B$  款纪念品多少个？

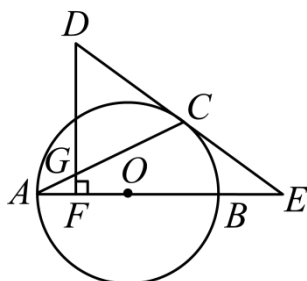
20. 如图，已知平面直角坐标系中， $O$  为坐标原点，一次函数  $y=kx+b$  ( $k \neq 0$ ) 的图象与反比例函数  $y=\frac{4}{x}$  的图象相交于  $A(m, 4)$ ， $B(4, n)$  两点。



(1) 求一次函数的解析式；

(2) 若点  $C(t, t)$  在一次函数的图象上，直线  $CO$  与反比例函数的图象在第三象限内交于点  $D$ ，求点  $D$  的坐标，并写出直线  $CD$  在图中的一个特征.

21. 如图，已知  $AB$  是  $\odot O$  的直径， $AC$  是  $\odot O$  的弦，点  $D$  在  $\odot O$  外，延长  $DC$ ， $AB$  相交于点  $E$ ，过点  $D$  作  $DF \perp AB$  于点  $F$ ，交  $AC$  于点  $G$ ， $DG = DC$ .

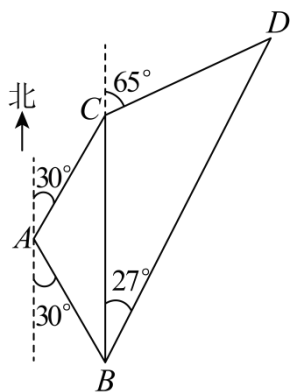


(1) 求证： $DE$  是  $\odot O$  的切线；

(2) 若  $\odot O$  的半径为 6，点  $F$  为线段  $OA$  的中点， $CE = 8$ ，求  $DF$  的长.

22. 如图，某海域有两灯塔  $A$ ， $B$ ，其中灯塔  $B$  在灯塔  $A$  的南偏东  $30^\circ$  方向，且  $A$ ， $B$  相距  $\frac{16\sqrt{3}}{3}$  海里. 一

渔船在  $C$  处捕鱼，测得  $C$  处在灯塔  $A$  的北偏东  $30^\circ$  方向、灯塔  $B$  的正北方向.



(1) 求  $B$ ， $C$  两处的距离；

(2) 该渔船从  $C$  处沿北偏东  $65^\circ$  方向航行一段时间后，突发故障滞留于  $D$  处，并发出求救信号. 此时，在灯塔  $B$  处的渔政船测得  $D$  处在北偏东  $27^\circ$  方向，便立即以 18 海里/小时的速度沿  $BD$  方向航行至  $D$  处救援，求渔政船的航行时间.

(注：点  $A$ ， $B$ ， $C$ ， $D$  在同一水平面内；参考数据： $\tan 65^\circ \approx 2.1$ ， $\tan 27^\circ \approx 0.5$ )

23. (1) 【观察发现】如图 1，在  $\triangle ABC$  中，点  $D$  在边  $BC$  上. 若  $\angle BAD = \angle C$ ，则  $AB^2 = BD \cdot BC$ ，请证明；

(2) 【灵活运用】如图 2，在  $\triangle ABC$  中， $\angle BAC = 60^\circ$ ，点  $D$  为边  $BC$  的中点， $CA = CD = 2$ ，点  $E$  在  $AB$

上，连接  $AD$ ， $DE$ ．若  $\angle AED = \angle CAD$ ，求  $BE$  的长；

(3) 【拓展延伸】如图 3，在菱形  $ABCD$  中， $AB = 5$ ，点  $E, F$  分别在边  $AD, CD$  上， $\angle ABC = 2\angle EBF$ ，延长  $AD$ ， $BF$  相交于点  $G$ ．若  $BE = 4$ ， $DG = 6$ ，求  $FG$  的长．

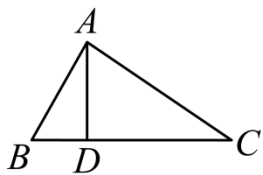


图1

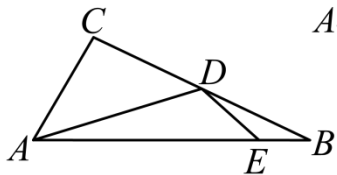


图2

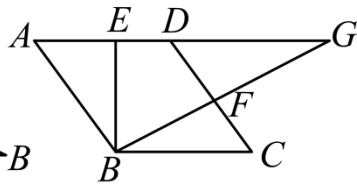


图3

24. 已知平面直角坐标系中， $O$  为坐标原点，抛物线  $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$  与  $x$  轴交于  $A, B$  两点，与  $y$  轴的正半轴交于  $C$  点，且  $B(4, 0)$ ， $BC = 4\sqrt{2}$ ．

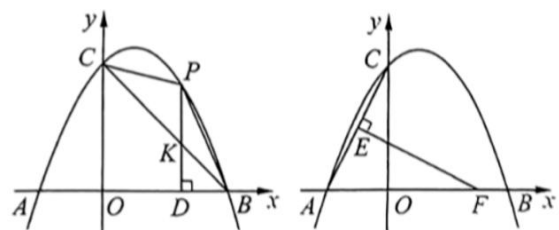


图 1

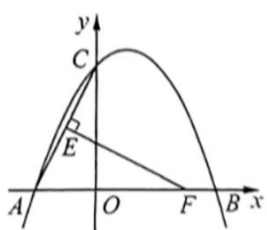


图 2

(1) 求抛物线的解析式；

(2) 如图 1，点  $P$  是抛物线在第一象限内的一点，连接  $PB, PC$ ，过点  $P$  作  $PD \perp x$  轴于点  $D$ ，交  $BC$  于点  $K$ ．记  $\triangle PBC$ ， $\triangle BDK$  的面积分别为  $S_1$ ， $S_2$ ，求  $S_1 - S_2$  的最大值；

(3) 如图 2，连接  $AC$ ，点  $E$  为线段  $AC$  的中点，过点  $E$  作  $EF \perp AC$  交  $x$  轴于点  $F$ ．抛物线上是否存在点  $Q$ ，使  $\angle QFE = 2\angle OCA$ ？若存在，求出点  $Q$  的坐标；若不存在，说明理由．