

自贡市 2024 年初中学业水平考试暨高中阶段学校招生考试

数学

本试题卷分为第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分，共 6 页，满分 150 分。

答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。答卷时，须将答案答在答题卡上，在本试题卷、草稿纸上答题无效。考试结束后，将试题卷和答题卡一并交回。

第 I 卷 选择题（共 48 分）

注意事项：必须使用 2B 铅笔将答案标号填涂在答题卡上对应题目标号的位置上。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。

一、选择题（共 12 个小题，每小题 4 分，共 48 分。在每题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 在 0 ， -2 ， $-\sqrt{3}$ ， π 四个数中，最大的数是（ ）

- A. -2 B. 0 C. π D. $-\sqrt{3}$

【答案】C

【解析】

【分析】此题主要考查了实数大小比较的方法，正实数都大于 0，负实数都小于 0，正实数大于一切负实数，两个负实数绝对值大的反而小，据此判断即可，解答此题的关键是要明确：正实数 $> 0 >$ 负实数，两个负实数绝对值大的反而小。

【详解】解：根据实数比较大小的方法，可得：

$$-2 < -\sqrt{3} < 0 < \pi,$$

$\therefore$ 在 0 ， -2 ， $-\sqrt{3}$ ， π 四个数中，最大的数是 π ，

故选：C。

2. 据统计，今年“五一”小长假期间，近 70000 人次游览了自贡中华彩灯大世界。70000 用科学记数法表示为（ ）

- A. 0.7×10^5 B. 7×10^4 C. 7×10^5 D. 0.7×10^4

【答案】B

【解析】

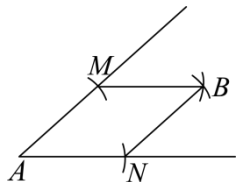
【分析】本题考查科学记数法。科学记数法的一般形式为 $a \times 10^n$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数。确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同。当原数绝对值

≥ 10 时, n 是正整数; 当原数的绝对值小于 1 时, n 是负整数.

【详解】解: 70000 用科学记数法表示为 7×10^4 ,

故选: B.

3. 如图, 以点 A 为圆心, 适当的长为半径画弧, 交 $\angle A$ 两边于点 M, N , 再分别以 M, N 为圆心, AM 的长为半径画弧, 两弧交于点 B , 连接 MB, NB . 若 $\angle A = 40^\circ$, 则 $\angle MBN =$ ()



A. 40°

B. 50°

C. 60°

D. 140°

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了菱形的判定和性质. 证明四边形 $AMBN$ 是菱形, 即可求解.

【详解】解: 由作图知 $AM = AN = BM = BN$,

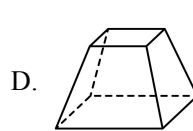
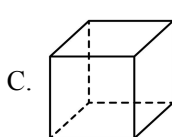
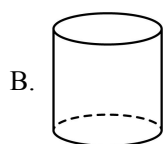
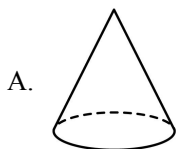
$\therefore$ 四边形 $AMBN$ 是菱形,

$\therefore \angle A = 40^\circ$,

$\therefore \angle MBN = \angle A = 40^\circ$,

故选: A.

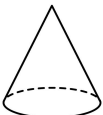
4. 下列几何体中, 俯视图与主视图形状相同的是 ()

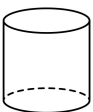


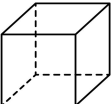
【答案】C

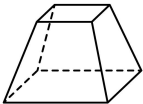
【解析】

【分析】本题考查了几何体的三视图, 根据俯视图是从上面往下面看到的图形, 主视图是从正面看到的图形, 据此逐项分析, 即可作答.

【详解】解: A、 的俯视图与主视图分别是带圆心的圆和三角形, 故该选项是错误的;

B、 的俯视图与主视图分别是圆和长方形, 故该选项是错误的;

C、 的俯视图与主视图都是正方形，故该选项是正确的；

D、 的俯视图与主视图分别是长方形和梯形，故该选项是错误的；

故选：C.

5. 学校群文阅读活动中，某学习小组五名同学阅读课外书的本数分别为 3，5，7，4，5. 这组数据的中位数和众数分别是 ()

A. 3，4

B. 4，4

C. 4，5

D. 5，5

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查中位数和众数. 将所给数据从小到大排列，第三和第四个数据的平均数即为中位数，出现次数最多的即为众数.

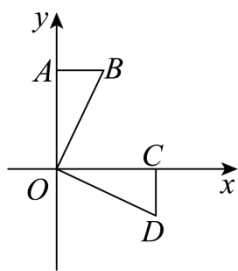
【详解】解：将这组数据从小到大排列：3，4，5，5，7.

则这组数据的中位数为 5，

5 出现次数最多，则众数为 5，

故选：D.

6. 如图，在平面直角坐标系中， $D(4, -2)$ ，将 $\text{Rt}\triangle OCD$ 绕点 O 逆时针旋转 90° 到 $\triangle OAB$ 位置，则点 B 坐标为 ()



A. (2, 4)

B. (4, 2)

C. (-4, -2)

D. (-2, 4)

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查坐标与图形，三角形全等的判定和性质. 由旋转的性质得到 $\text{Rt}\triangle OCD \cong \text{Rt}\triangle OAB$ ，推出 $OA = OC = 4$ ， $AB = CD = 2$ 即可求解.

【详解】解： $\because D(4, -2)$,

$\therefore OC = 4$ ， $CD = 2$ ，

$\therefore$ 将 $\text{Rt}\triangle OCD$ 绕点 O 逆时针旋转 90° 到 $\triangle OAB$,

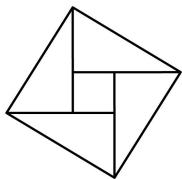
$\therefore \text{Rt}\triangle OCD \cong \text{Rt}\triangle OAB$,

$\therefore OA = OC = 4, AB = CD = 2$,

$\therefore$ 点 B 坐标为 $(2, 4)$,

故选: A.

7. 我国汉代数学家赵爽在他所著《勾股圆方图注》中, 运用弦图(如图所示)巧妙地证明了勾股定理. “赵爽弦图”曾作为 2002 年第 24 届国际数学家大会的会徽图案. 下列关于“赵爽弦图”说法正确的是 ()



A. 是轴对称图形

B. 是中心对称图形

C. 既是轴对称图形又是中心对称图形

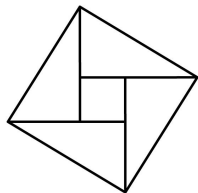
D. 既不是轴对称图形也不是中心对称图形

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了轴对称图形的定义、中心对称图形的定义; 平面内, 一个图形沿一条直线折叠, 直线两旁的部分能够完全重合的图形, 这个图形就叫做轴对称图形; 在平面内, 把一个图形绕着某个点旋转 180° , 如果旋转后的图形能与原来的图形重合, 那么这个图形叫做中心对称图形, 即可作答.

【详解】解:



是中心对称图形, 但不是轴对称图形

故选: B

8. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + kx - 2 = 0$ 的根的情况是 ()

A. 有两个不相等的实数根

B. 有两个相等的实数根

C. 只有一个实数根

D. 没有实数根

【答案】A

【解析】

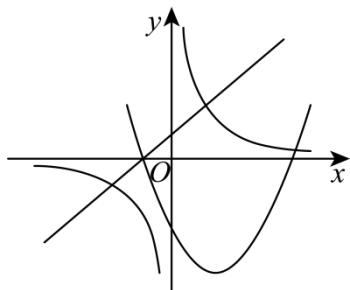
【分析】本题考查的是一元二次方程根的判别式, 熟知一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 中, 当 $\Delta > 0$ 时, 方程有两个不相等的实数根是解题的关键. 根据一元二次方程根的判别式解答即可.

【详解】解: $\because \Delta = k^2 - 4 \times 1 \times (-2) = k^2 + 8 > 0$,

∴ 方程有两个不相等的实数根.

故选: A.

9. 一次函数 $y = x - 2n + 4$, 二次函数 $y = x^2 + (n-1)x - 3$, 反比例函数 $y = \frac{n+1}{x}$ 在同一直角坐标系中图象如图所示, 则 n 的取值范围是 ()



A. $n > -1$

B. $n > 2$

C. $-1 < n < 1$

D. $1 < n < 2$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了反比例函数的图象, 一次函数图象, 二次函数的图象与系数的关系, 根据题意列不等式组, 解不等式组即可得到结论, 正确地识别图形是解题的关键.

【详解】解: 根据题意得:

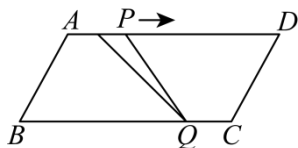
$$\begin{cases} -2n + 4 > 0 \\ -\frac{n-1}{2} > 0 \\ n+1 > 0 \end{cases},$$

解得: $-1 < n < 1$,

∴ n 的取值范围是 $-1 < n < 1$,

故选: C.

10. 如图, 在 $ABCD$ 中, $\angle B = 60^\circ$, $AB = 6\text{cm}$, $BC = 12\text{cm}$. A 点 P 从点 A 出发、以 1cm/s 的速度沿 $A \rightarrow D$ 运动, 同时点 Q 从点 C 出发, 以 3cm/s 的速度沿 $C \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow \dots$ 往复运动, 当点 P 到达端点 D 时, 点 Q 随之停止运动. 在此运动过程中, 线段 $PQ = CD$ 出现的次数是 ()



A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

【答案】B

【解析】

【分析】 本题考查了平行四边形的判定与性质，一元一次方程的应用，全等三角形的判定与性质，分四种情况：当 $0 < t \leq 4$ 时，当 $4 < t \leq 8$ 时，当 $8 < t \leq 12$ 时，四边形 $CDPQ$ 为平行四边形；当 $0 < t \leq 4$ 时，四边形 $CDPQ$ 为等腰梯形，分别求解即可，掌握相关知识是解题的关键.

【详解】 解：在 $ABCD$ 中， $AB = 6\text{cm}$ ， $BC = 12\text{cm}$ ，
 $\therefore CD = AB = 6\text{cm}$ $AD = BC = 12\text{cm}$ ， $AD \parallel BC$ ，
 $\therefore$ 点 P 从点 A 出发、以 1cm/s 的速度沿 $A \rightarrow D$ 运动，
 $\therefore$ 点 P 从点 A 出发到达 D 点的时间为： $12 \div 1 = 12(\text{s})$ ，
 $\therefore$ 点 Q 从点 C 出发，以 3cm/s 的速度沿 $C \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow \dots$ 往复运动，
 $\therefore$ 点 Q 从点 C 出发到 B 点的时间为： $12 \div 3 = 4$ ，
 $\therefore AD \parallel BC$ ，
 $\therefore DP \parallel CQ$ ，

当 $DP = CQ$ 时，四边形 $CDPQ$ 为平行四边形，

$$\therefore PQ = CD,$$

当 $PQ = AB$ 时，四边形 $CDPQ$ 为等腰梯形，

$$\therefore PQ = AB = CD,$$

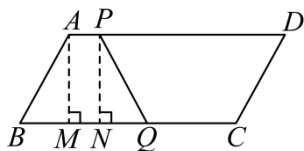
设 P 、 Q 同时运动的时间为 $t(\text{s})$ ，

$$\text{当 } 0 < t \leq 4 \text{ 时， } 12 - t = 3t,$$

$$\therefore t = 3,$$

此时 $DP = CQ$ ，四边形 $CDPQ$ 为平行四边形， $PQ = CD$ ，

如图：过点 A 、 P 分别作 BC 的垂线，分别交 BC 于点 M 、 N ，



$\therefore$ 四边形 $AMNP$ 是矩形，

$$\therefore MN = AP = t, \quad AM = PN,$$

$\therefore$ 四边形 $ABQP$ 是等腰梯形，

$$\therefore PQ = AB, \quad \angle PQN = \angle B,$$

$$\therefore \angle BAM = 90^\circ - \angle B, \quad \angle QPN = 90^\circ - \angle PQN,$$

$$\therefore \angle BAM = \angle QPN,$$

$$\therefore \begin{cases} AM = PN \\ \angle BAM = \angle QPN, \\ AB = PQ \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABM \cong \triangle PQN (\text{SAS}),$$

$$\therefore BM = QN,$$

在 $\text{Rt}\triangle ABM$ 中, $\angle B = 60^\circ$, $AB = 6\text{cm}$,

$$\therefore \angle BAM = 90^\circ - \angle B = 30^\circ,$$

$$\therefore BM = \frac{1}{2} AB = 3\text{cm},$$

$$\therefore BM = QN = 3\text{cm},$$

$$\therefore t = 12 - 3t - 3 - 3,$$

$$\therefore t = \frac{3}{2},$$

此时 $ABQP$ 是等腰梯形, $PQ = AB = CD$,

$$\text{当 } 4 < t \leq 8 \text{ 时, } 12 - t = 12 - 3(t - 4),$$

$$\therefore t = 6,$$

此时 $DP = CQ$, 四边形 $CDPQ$ 为平行四边形, $PQ = CD$,

$$\text{当 } 8 < t \leq 12 \text{ 时, } 12 - t = 3(t - 8),$$

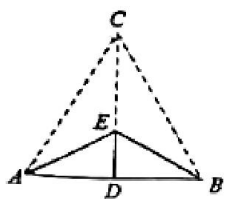
$$\therefore t = 9,$$

此时 $DP = CQ$, 四边形 $CDPQ$ 为平行四边形, $PQ = CD$,

综上, 当 $t = \frac{3}{2}$ 或 $t = 3$ 或 $t = 6$ 或 $t = 9$ 时, $PQ = CD$, 共 4 次,

故选: B.

11. 如图, 等边 $\triangle ABC$ 钢架的立柱 $CD \perp AB$ 于点 D , AB 长 12m . 现将钢架立柱缩短成 DE , $\angle BED = 60^\circ$. 则新钢架减少用钢 ()



- A. $(24-12\sqrt{3})\text{m}$ B. $(24-8\sqrt{3})\text{m}$ C. $(24-6\sqrt{3})\text{m}$ D. $(24-4\sqrt{3})\text{m}$

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了等边三角形的性质，解直角三角形的应用．利用三角函数的定义分别求得 $DE = 2\sqrt{3}$ ， $BE = 4\sqrt{3} = AE$ ， $CD = 6\sqrt{3}$ ，利用新钢架减少用钢 $= AC + BC + CD - AE - BE - DE$ ，代入数据计算即可求解．

【详解】解：∵等边 $\triangle ABC$ ， $CD \perp AB$ 于点 D ， AB 长 12m ，

$$\therefore AD = BD = \frac{1}{2}AB = 6\text{m},$$

$$\therefore \angle BED = 60^\circ,$$

$$\therefore \tan 60^\circ = \frac{BD}{DE} = \sqrt{3},$$

$$\therefore DE = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore BE = \sqrt{DE^2 + BD^2} = 4\sqrt{3} = AE,$$

$$\therefore \angle CBD = 60^\circ,$$

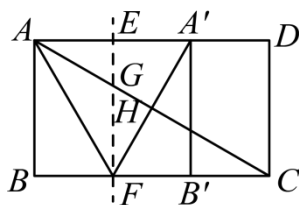
$$\therefore CD = BD \cdot \tan \angle CBD = \sqrt{3}BD = 6\sqrt{3}\text{m}, \quad BC = AC = AB = 12\text{m},$$

$$\therefore \text{新钢架减少用钢} = AC + BC + CD - AE - BE - DE$$

$$= 24 + 6\sqrt{3} - 8\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = (24 - 4\sqrt{3})\text{m},$$

故选：D.

12. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， AF 平分 $\angle BAC$ ，将矩形沿直线 EF 折叠，使点 A ， B 分别落在边 AD 、 BC 上的点 A' ， B' 处， EF ， $A'F$ 分别交 AC 于点 G ， H ．若 $GH = 2$ ， $HC = 8$ ，则 BF 的长为（ ）



- A. $\frac{20\sqrt{2}}{9}$ B. $\frac{20\sqrt{3}}{9}$ C. $\frac{5\sqrt{3}}{2}$ D. 5

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查了折叠的性质，相似三角形的判定和性质，勾股定理．先证明 $AG = GF = GO$ ，设

在 $\text{Rt}\triangle CFG$ 中, $CF = \sqrt{CG^2 - FG^2} = \sqrt{10^2 - \left(\frac{10}{3}\right)^2} = \frac{20\sqrt{2}}{3}$,

$$\therefore \frac{AE}{\frac{20\sqrt{2}}{3}} = \frac{\frac{10}{3}}{10},$$

$$\therefore AE = \frac{20\sqrt{2}}{9}, \text{ 即 } BF = \frac{20\sqrt{2}}{9},$$

故答案为: A.

第Ⅱ卷 (非选择题 共 102 分)

注意事项: 必须使用 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上题目所指示区域内作答, 作图题可先用铅笔绘出, 确认后再用 0.5 毫米黑色墨水签字笔描清楚, 答在试题卷上无效.

二、填空题 (共 6 个小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

13. 分解因式: $x^2 - 3x =$ _____.

【答案】 $x(x-3)$

【解析】

【分析】 根据提取公因式法因式分解进行计算即可.

【详解】 解: $x^2 - 3x = x(x-3)$,

故答案为: $x(x-3)$.

【点睛】 此题考查了提公因式法因式分解, 熟练掌握提取公因式的方法是解本题的关键.

14. 计算: $\frac{3a+1}{a+1} - \frac{2a}{a+1} =$ _____.

【答案】 1

【解析】

【分析】 本题考查了分式同分母的减法运算, 分母不变, 分子直接相减, 即可作答.

【详解】 解: $\frac{3a+1}{a+1} - \frac{2a}{a+1} = \frac{3a+1-2a}{a+1} = \frac{a+1}{a+1} = 1$.

故答案为: 1.

15. 凸七边形的内角和是 _____ 度.

【答案】 900

【解析】

【分析】本题主要考查了多边形内角和定理. 应用多边形的内角和公式计算即可.

【详解】解：七边形的内角和 $= (n-2) \times 180^\circ = (7-2) \times 180^\circ = 900^\circ$,

故答案为：900.

16. 一次函数 $y = (3m+1)x - 2$ 的值随 x 的增大而增大, 请写出一个满足条件的 m 的值_____.

【答案】1 (答案不唯一)

【解析】

【分析】本题考查了一次函数的性质, 根据一次函数的值随 x 的增大而增大, 得出 $k > 0$, 写一个满足条件的 m 的值即可, 根据 k 的正负性判断函数增减性是解题的关键.

【详解】解: $\because y = (3m+1)x - 2$ 的值随 x 的增大而增大,

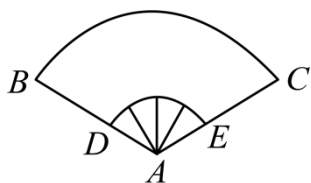
$$\therefore 3m+1 > 0,$$

$$\therefore m > -\frac{1}{3},$$

$$\therefore m \text{ 的值可以为: } 1,$$

故答案为: 1 (答案不唯一).

17. 龚扇是自贡“小三绝”之一. 为弘扬民族传统文化, 某校手工兴趣小组将一个废弃的大纸杯侧面剪开直接当作扇面, 制作了一个龚扇模型 (如图). 扇形外侧两竹条 AB , AC 夹角为 120° . AB 长 30cm, 扇面的 BD 边长为 18cm, 则扇面面积为 _____ cm^2 (结果保留 π).



【答案】 252π

【解析】

【分析】根据扇形公式进行计算即可. 本题考查了扇面面积计算, 掌握扇面面积等于两个扇形面积相减是解题的关键.

【详解】解: 扇面面积 = 扇形 BAC 的面积 - 扇形 DAE 的面积

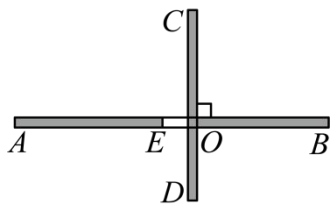
$$= \frac{120 \times \pi \times 30^2}{360} - \frac{120 \times \pi \times (30-18)^2}{360}$$

$$= 300\pi - 48\pi$$

$$= 252\pi (\text{cm}^2),$$

故答案为: 252π .

18. 九（1）班劳动实践基地内有一块面积足够大的平整空地. 地上两段围墙 $AB \perp CD$ 于点 O （如图），其中 AB 上的 EO 段围墙空缺. 同学们测得 $AE = 6.6$ m, $OE = 1.4$ m, $OB = 6$ m, $OC = 5$ m, $OD = 3$ m. 班长买来可切断的围栏 16 m, 准备利用已有围墙, 围出一块封闭的矩形菜地, 则该菜地最大面积是_____ cm^2 .



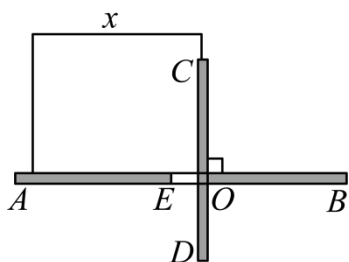
【答案】 46.4

【解析】

【分析】 本题考查了二次函数的应用. 要利用围墙和围栏围成一个面积最大的封闭的矩形菜地, 那就必须尽量使用原来的围墙, 观察图形, 利用 AO 和 OC 才能使该矩形菜地面积最大, 分情况, 利用矩形的面积公式列出二次函数, 利用二次函数的性质求解即可.

【详解】 解: 要使该矩形菜地面积最大, 则要利用 AO 和 OC 构成矩形, 设矩形在射线 OA 上的一段长为 x m, 矩形菜地面积为 S ,

当 $x \leq 8$ 时, 如图,



则在射线 OC 上的长为 $\frac{16 - x - 1.4 + 5}{2} = \frac{19.6 - x}{2}$

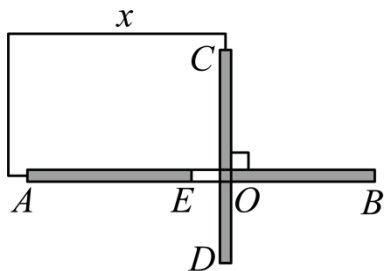
$$\text{则 } S = x \cdot \frac{19.6 - x}{2} = -\frac{1}{2}x^2 + 9.8x = -\frac{1}{2}(x - 9.8)^2 + 48.02,$$

$$\therefore -\frac{1}{2} < 0,$$

$\therefore$ 当 $x \leq 9.8$ 时, S 随 x 的增大而增大,

$\therefore$ 当 $x = 8$ 时, S 的最大值为 46.4;

当 $x > 8$ 时, 如图,



则矩形菜园的总长为 $(16+6.6+5)=27.6\text{m}$,

则在射线 OC 上的长为 $\frac{27.6-2x}{2}$

则 $S = x \cdot (13.8 - x) = -x^2 + 13.8x = -(x - 6.9)^2 + 47.61$,

$\therefore -1 < 0$,

$\therefore$ 当 $x < 6.9$ 时, S 随 x 的增大而减少,

$\therefore$ 当 $x > 8$ 时, S 的值均小于 46.4 ;

综上, 矩形菜地的最大面积是 46.4cm^2 ;

故答案为: 46.4 .

三、解答题 (共 8 个题, 共 78 分)

19. 计算: $(\tan 45^\circ - 2)^0 + |2 - 3| - \sqrt{9}$

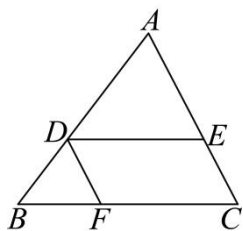
【答案】 -1

【解析】

【分析】 本题考查了含特殊角的三角函数的混合运算, 先化简正切值, 再运算零次幂, 绝对值, 算术平方根, 再运算加减, 即可作答.

【详解】 解: $(\tan 45^\circ - 2)^0 + |2 - 3| - \sqrt{9}$
 $= (1 - 2)^0 + |2 - 3| - \sqrt{9}$
 $= 1 + 1 - 3$
 $= -1$.

20. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $DE \parallel BC$, $\angle EDF = \angle C$.



(1) 求证: $\angle BDF = \angle A$;

(2) 若 $\angle A = 45^\circ$, DF 平分 $\angle BDE$, 请直接写出 $\triangle ABC$ 的形状.

【答案】 (1) 见解析 (2) $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形.

【解析】

【分析】 本题考查了平行线的判定和性质, 等腰直角三角形的判定.

(1) 由平行证明 $\angle AED = \angle C$ ，由等量代换得到 $\angle EDF = \angle AED$ ，利用平行线的判定“内错角相等，两直线平行”证明 $DF \parallel AC$ ，即可证明 $\angle BDF = \angle A$ ；

(2) 利用平行线的性质结合角平分线的定义求得 $\angle BDE = 90^\circ$ ， $\angle B = 90^\circ$ ，据此即可得到 $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形.

【小问 1 详解】

证明： $\because DE \parallel BC$ ，

$$\therefore \angle AED = \angle C,$$

$$\therefore \angle EDF = \angle C,$$

$$\therefore \angle EDF = \angle AED,$$

$$\therefore DF \parallel AC,$$

$$\therefore \angle BDF = \angle A;$$

【小问 2 详解】

解： $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形.

$$\therefore \angle BDF = \angle A,$$

$$\therefore \angle BDF = \angle A = 45^\circ,$$

$$\therefore DF \text{ 平分 } \angle BDE,$$

$$\therefore \angle BDE = 2\angle BDF = 90^\circ,$$

$$\therefore DE \parallel BC,$$

$$\therefore \angle B = 180^\circ - \angle BDE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B = 45^\circ = \angle A,$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 是等腰直角三角形.}$$

21. 为传承我国传统节日文化，端午节前夕，某校组织了包粽子活动. 已知七（3）班甲组同学平均每小时比乙组多包 20 个粽子，甲组包 150 个粽子所用的时间与乙组包 120 个粽子所用的时间相同. 求甲，乙两组同学平均每小时各包多少个粽子.

【答案】 甲组平均每小时包 100 个粽子，乙组平均每小时包 80 个粽子.

【解析】

【分析】 本题主要考查了分式方程的实际应用. 设乙组每小时包 x 个粽子，则甲组每小时包 $(x+20)$ 个粽子，根据时间等于总工作量除以工作效率，即可得出关于 x 的分式方程，解之并检验后即可得出结果.

【详解】 解：设乙组平均每小时包 x 个粽子，则甲组平均每小时包 $(x+20)$ 个粽子，
由题意得：

$$\frac{150}{x+20} = \frac{120}{x}, \text{ 解得: } x = 80,$$

经检验: $x = 80$ 是分式方程的解, 且符合题意,

$\therefore$ 分式方程的解为: $x = 80$,

$\therefore x + 20 = 100$

答: 甲组平均每小时包 100 个粽子, 乙组平均每小时包 80 个粽子.

22. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的内切圆, 切点分别为 D, E, F .

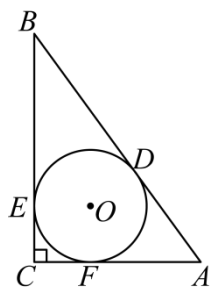


图1

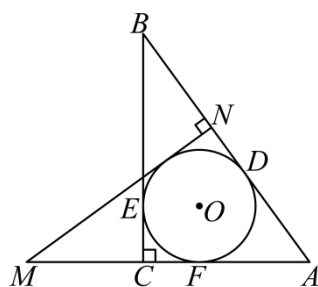


图2

(1) 图 1 中三组相等的线段分别是 $CE = CF$, $AF = \underline{\hspace{2cm}}$, $BD = \underline{\hspace{2cm}}$; 若 $AC = 3$, $BC = 4$, 则 $\odot O$ 半径长为 $\underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 如图 2, 延长 AC 到点 M , 使 $AM = AB$, 过点 M 作 $MN \perp AB$ 于点 N .

求证: MN 是 $\odot O$ 的切线.

【答案】 (1) AD ; BE ; 1

(2) 见解析

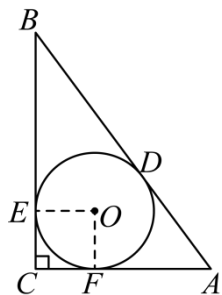
【解析】

【分析】 (1) 根据切线长定理得到 $BD = BF = 3$, $AE = AF = 10$, $CD = CE$, 代入求解即可得到答案;

(2) 证明 $\triangle CAB \cong \triangle NAM$, 推出 $S_{\triangle CAB} = S_{\triangle NAM}$, $AN = AC$, $MN = BC$, 求得 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}(AC + BC + AB) \cdot r$, $S_{\triangle AMN} = \frac{1}{2}(AN + AM) \cdot r + \frac{1}{2}MN \cdot OG$, 根据 $S_{\triangle CAB} = S_{\triangle NAM}$, 列式求得 $OG = r$, 根据切线的判定定理, 即可得到 MN 是 $\odot O$ 的切线.

【小问 1 详解】

解: 连接 OE , OF , 设 $\odot O$ 半径为 r ,



$\therefore \odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的内切圆，切点分别为 D, E, F ,

$\therefore CE = CF, AF = AD, BD = BE$;

在四边形 $OFCE$ 中， $\angle OFC = \angle C = \angle OEC = 90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 $ODCE$ 为矩形，

又因为 $OF = OE$,

$\therefore$ 四边形 $OFCE$ 为正方形.

则 $CF = CE = r$, 则 $AF = AD = 3 - r, BD = BE = 4 - r$,

在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中，由勾股定理得 $AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$,

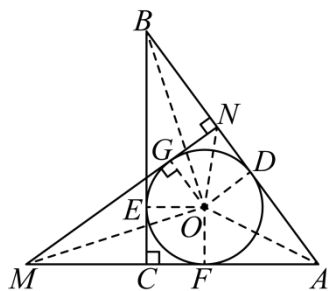
$\therefore AD + BD = AB = 5$, 即 $3 - r + 4 - r = 5$,

解得 $r = 1$,

故答案为: $AD; BE; 1$;

【小问 2 详解】

证明: 连接 $OD, OE, OF, OA, OM, ON, OB$, 作 $OG \perp MN$ 于点 G ,



设 $\odot O$ 半径为 r ,

$\therefore MN \perp AB$,

$\therefore \angle ACB = \angle ANM = 90^\circ$,

$\therefore \angle CAB = \angle NAM, AM = AB$,

$\therefore \triangle CAB \cong \triangle NAM$,

$\therefore S_{\triangle CAB} = S_{\triangle NAM}, AN = AC, MN = BC$,

$\because \odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的内切圆，切点分别为 D, E, F ,

$\therefore OD = OE = OF = r$,

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}(AC + BC + AB) \cdot r,$$

$$\text{同理 } S_{\triangle AMN} = \frac{1}{2}(AN + AM) \cdot r + \frac{1}{2}MN \cdot OG,$$

$$\therefore \frac{1}{2}(AC + BC + AB) \cdot r = \frac{1}{2}(AN + AM) \cdot r + \frac{1}{2}MN \cdot OG,$$

$\therefore OG = r$,

$\therefore OG \perp MN$,

$\therefore MN$ 是 $\odot O$ 的切线.

【点睛】本题考查切线的判定，切线长定理，全等三角形的判定和性质，三角形的内切圆及勾股定理，正确引出辅助线解决问题是解题的关键.

23. 某校为了解学生身体健康状况，从全校 600 名学生的体质健康测试结果登记表中，随机选取了部分学生的测试数据进行初步整理（如图 1），并绘制出不完整的条形统计图（如图 2）.

成绩	频数	百分比
不及格	3	a
及格	b	20%
良好	45	c
优秀	32	32%

图 1 学生体质健康统计表

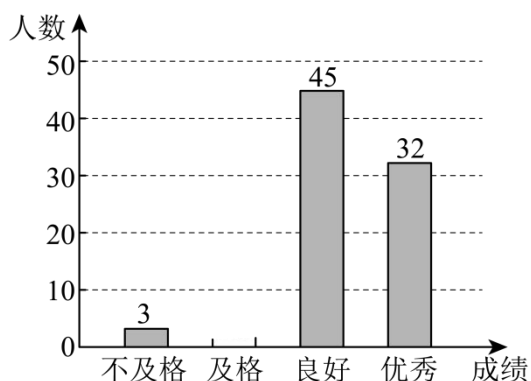


图2 学生体质健康条形统计图

- (1) 图 1 中 $a =$ _____, $b =$ _____, $c =$ _____;
- (2) 请补全图 2 的条形统计图，并估计该校学生体质健康测试结果为“良好”和“优秀”的总人数；
- (3) 为听取测试建议，学校选出了 3 名“良好”1 名“优秀”学生，再从这 4 名学生中随机抽取 2 人参加

学校体质健康测试交流会. 请用列表或画树状图的方法, 计算所抽取的两人均为“良好”的概率.

【答案】(1) 3%; 20; 45%

(2) 补全图见解析, 估计该校学生体质健康测试结果为“良好”和“优秀”的总人数为 462 人;

(3) 选取的 2 名学生均为“良好”的概率为 $\frac{1}{2}$.

【解析】

【分析】本题考查了列表法与树状图法: 利用列表法或树状图法展示所有等可能的结果 n , 再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m , 然后利用概率公式计算事件 A 或事件 B 的概率. 也考查了统计图.

(1) 用“优秀”等级的频数除以它所占的百分比即可得到样本容量; 再分别求得 a 、 b 、 c 的值;

(2) 根据 (1) 的结果, 可补全条形统计图, 利用样本估计总体可求解;

(3) 用列表法表示 12 种等可能的结果数, 再找出抽取的两人均为“良好”的结果数, 然后根据概率公式求解.

【小问 1 详解】

解: 样本容量为 $30 \div 30\% = 100$,

$$\text{则 } a = \frac{3}{100} \times 100\% = 3\%,$$

$$b = 100 \times 20\% = 20,$$

$$c = \frac{45}{100} \times 100\% = 45\%,$$

故答案为: 3%; 20; 45%;

【小问 2 详解】

解: 补全条形统计图, 如图:

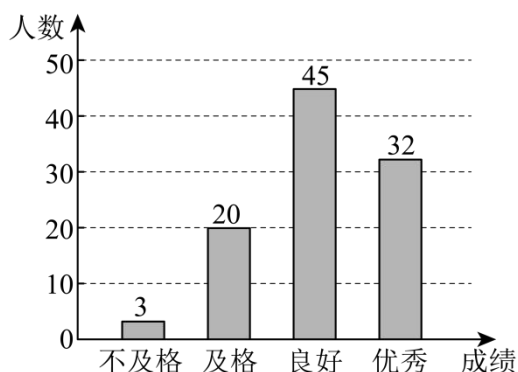


图2 学生体质健康条形统计图

$$600 \times (45\% + 32\%) = 462 \text{ (人)},$$

估计该校学生体质健康测试结果为“良好”和“优秀”的总人数为 462 人;

【小问 3 详解】

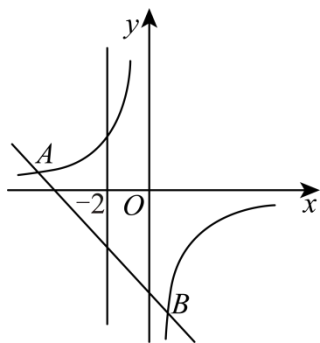
解：设 3 名“良好”分别用 A 、 B 、 C 表示，1 名“优秀”用 D 表示，列表如下：

	A	B	C	D
A		(B, A)	(C, A)	(D, A)
B	(A, B)		(C, B)	(D, B)
C	(A, C)	(B, C)		(D, C)
D	(A, D)	(B, D)	(C, D)	

由表格可知一共有 12 种等可能性的结果数，其中选取的 2 名学生均为“良好”的结果数有 6 种，

$\therefore$ 选取的 2 名学生均为“良好”的概率为 $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.

24. 如图，在平面直角坐标系中，一次函数 $y = kx + b$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图象交于 $A(-6, 1)$ ， $B(1, n)$ 两点.



- (1) 求反比例函数和一次函数的解析式；
- (2) P 是直线 $x = -2$ 上的一个动点， $\triangle PAB$ 的面积为 21，求点 P 坐标；
- (3) 点 Q 在反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 位于第四象限的图象上， $\triangle QAB$ 的面积为 21，请直接写出 Q 点坐标.

【答案】 (1) $y = -\frac{6}{x}$, $y = -x - 5$

(2) 点 P 坐标为 $(-2, 3)$ 或 $(-2, -9)$;

$$(3) Q \text{ 点坐标为 } (3, -2) \text{ 或 } \left(\frac{-11 + \sqrt{145}}{2}, -\frac{11 + \sqrt{145}}{2} \right)$$

【解析】

【分析】(1) 先求出 $m = -6$ ，再代入 $B(1, n)$ ，得出 $B(1, -6)$ ，再运用待定系数法解一次函数的解析式，即可作答.

(2) 先得出直线 AB 与直线 $x = -2$ 的交点 C 的坐标，根据求不规则面积运用割补法列式化简得 $\frac{1}{2} \times |-3 - p| \times 7 = 21$ ，解出 p ，即可作答.

(3) 要进行分类讨论，当点 Q 在点 B 的右边时和点 Q 在点 B 的左边时，根据求不规则面积运用割补法列式，其中运用公式法解方程，注意计算问题，即可作答.

【小问 1 详解】

解：依题意把 $A(-6, 1)$ 代入 $y = \frac{m}{x}$ ，得出 $1 = \frac{m}{-6}$

解得 $m = -6$

把 $B(1, n)$ 代入 $y = -\frac{6}{x}$ 中，得出 $n = -\frac{6}{1} = -6$

$\therefore B(1, -6)$

则把 $A(-6, 1)$ 和 $B(1, -6)$ 分别代入 $y = kx + b$

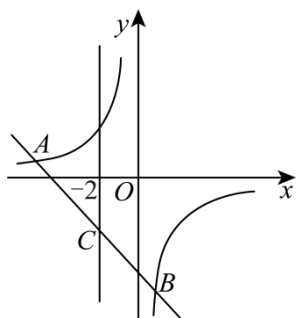
$$\text{得出} \begin{cases} 1 = -6k + b \\ -6 = k + b \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = -1 \\ b = -5 \end{cases}$$

$$\therefore y = -x - 5;$$

【小问 2 详解】

解：记直线 AB 与直线 $x = -2$ 的交点为 C



$$\therefore y = -x - 5$$

$\therefore$ 当 $x = -2$ 时, 则 $y = -x - 5 = 2 - 5 = -3$

$\therefore C(-2, -3)$

$\because P$ 是直线 $x = -2$ 上的一个动点,

$\therefore$ 设点 $P(-2, p)$,

$\because \triangle PAB$ 的面积为 21,

$$\therefore \frac{1}{2} \times PC \times |x_A - (-2)| + \frac{1}{2} \times PC \times |x_B - (-2)| = \frac{1}{2} \times PC \times |x_A - x_B| = \frac{1}{2} \times PC \times (x_B - x_A) = 21$$

$$\text{即 } \frac{1}{2} \times |-3 - p| \times 7 = 21$$

$$\therefore |-3 - p| = 6$$

解得 $p = 3$ 或 -9

$\therefore$ 点 P 坐标为 $(-2, 3)$ 或 $(-2, -9)$;

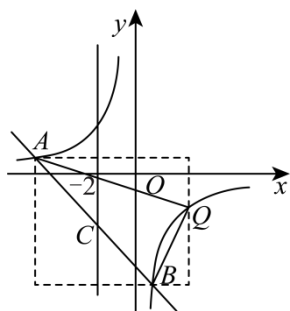
【小问 3 详解】

解: 由 (1) 得出 $y = -\frac{6}{x}$

$\therefore$ 点 Q 在反比例函数 $y = -\frac{6}{x}$ 位于第四象限的图象上,

$\therefore$ 设点 Q 的坐标为 $\left(q, -\frac{6}{q}\right) (q > 0)$

如图: 点 Q 在点 B 的右边时



$\therefore \triangle QAB$ 的面积为 21, $A(-6, 1)$ 和 $B(1, -6)$

$$\therefore 21 = (1+6) \times (q+6) - \frac{1}{2} \times (1+6) \times (1+6) - \frac{1}{2} \times (q+6) \times \left(1 + \frac{6}{q}\right) - \frac{1}{2} \times (q-1) \times \left(-\frac{6}{q} + 6\right)$$

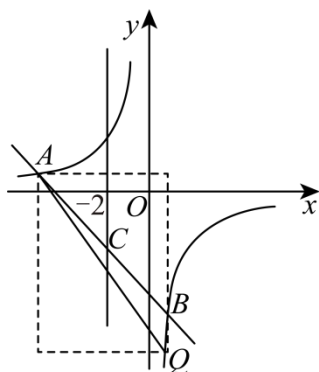
$$\text{整理得 } 21 = 7 \times (q+6) - \frac{49}{2} - \frac{1}{2} \times (q+6) \times \left(1 + \frac{6}{q}\right) - \frac{1}{2} \times (q-1) \times \left(-\frac{6}{q} + 6\right)$$

解得 $q = 3$ (负值已舍去)

经检验 $q = 3$ 是原方程的解，

$\therefore Q$ 点坐标为 $(3, -2)$

如图：点 Q 在点 B 的左边时



$\therefore \triangle QAB$ 的面积为 21, $A(-6, 1)$ 和 $B(1, -6)$

$$\therefore 21 = (1+6) \times \left(\frac{6}{q} + 1\right) - \frac{1}{2} \times \left(\frac{6}{q} + 1\right) \times (q+6) - \frac{1}{2} \times (1+6) \times (1+6) - \frac{1}{2} \times (1-q) \times \left(-6 + \frac{6}{q}\right)$$

$$\text{整理得 } 21 = 7 \times \left(\frac{6}{q} + 1\right) - \frac{1}{2} \times \left(\frac{6}{q} + 1\right) \times (q+6) - \frac{49}{2} - \frac{1}{2} \times (1-q) \times \left(-6 + \frac{6}{q}\right)$$

$$\text{解得 } 0 < q = \frac{-11 + \sqrt{145}}{2} < 1, \text{ 符合题意, } q = \frac{-11 - \sqrt{145}}{2} < 0, \text{ 不符合题意,}$$

$$\text{则 } -\frac{6}{q} = -\frac{11 + \sqrt{145}}{2}, \text{ 故 } Q\left(\frac{-11 + \sqrt{145}}{2}, -\frac{11 + \sqrt{145}}{2}\right)$$

$$\text{综上: } Q \text{ 点坐标为 } (3, -2) \text{ 或 } \left(\frac{-11 + \sqrt{145}}{2}, -\frac{11 + \sqrt{145}}{2}\right).$$

【点睛】本题考查了一次函数与反比例函数的交点问题，几何综合，待定系数法求一次函数的解析式，割补法求面积，公式法解方程，正确掌握相关性质内容是解题的关键.

25. 为测量水平操场上旗杆的高度，九（2）班各学习小组运用了多种测量方法.

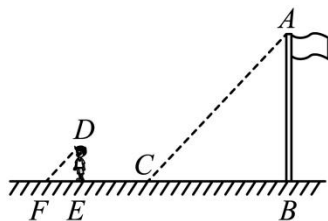


图1(利用影子)

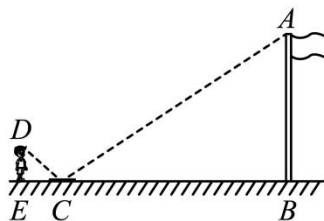


图2(利用镜子)

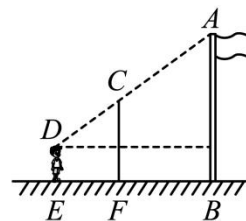
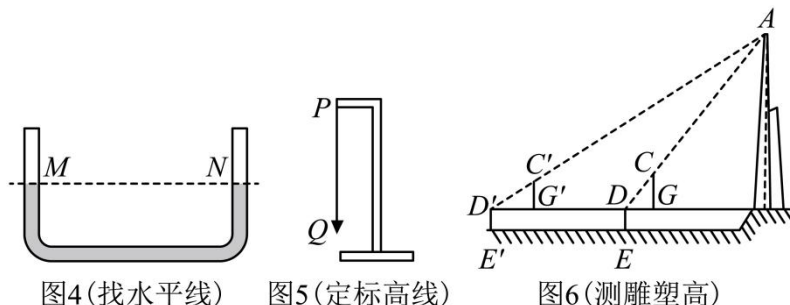


图3(利用标杆)

(1) 如图 1, 小张在测量时发现, 自己在操场上的影长 EF 恰好等于自己的身高 DE . 此时, 小组同学测得旗杆 AB 的影长 BC 为 11.3m, 据此可得旗杆高度为 _____ m;

(2) 如图 2，小李站在操场上 E 点处，前面水平放置镜面 C ，并通过镜面观测到旗杆顶部 A 。小组同学测得小李的眼睛距地面高度 $DE = 1.5\text{m}$ ，小李到镜面距离 $EC = 2\text{m}$ ，镜面到旗杆的距离 $CB = 16\text{m}$ 。求旗杆高度；

(3) 小王所在小组采用图 3 的方法测量，结果误差较大。在更新测量工具，优化测量方法后，测量精度明显提高，研学旅行时，他们利用自制工具，成功测量了江姐故里广场雕塑的高度。方法如下：



如图 4，在透明的塑料软管内注入适量的水，利用连通器原理，保持管内水面 M ， N 两点始终处于同一水平线上。

如图 5，在支架上端 P 处，用细线系小重物 Q ，标高线 PQ 始终垂直于水平地面。

如图 6，在江姐故里广场上 E 点处，同学们用注水管确定与雕塑底部 B 处于同一水平线的 D ， G 两点，并标记观测视线 DA 与标高线交点 C ，测得标高 $CG = 1.8\text{m}$ ， $DG = 1.5\text{m}$ 。将观测点 D 后移 24m 到 D' 处，采用同样方法，测得 $C'G' = 1.2\text{m}$ ， $D'G' = 2\text{m}$ 。求雕塑高度（结果精确到 1m ）。

【答案】(1) 11.3

(2) 旗杆高度为 12m ；

(3) 雕塑高度为 29m 。

【解析】

【分析】本题考查平行投影，相似三角形的应用。

(1) 根据同一时刻物高与影长对应成比例，进行求解即可；

(2) 根据镜面反射性质，可求出 $\angle ACB = \angle ECD$ ，得出 $\triangle ACB \sim \triangle DCE$ ，最后根据三角形相似的性质，即可求出答案；

(3) $BG = x\text{m}$ ，由题意得： $\triangle DGC \sim \triangle DBA$ ， $\triangle D'G'C' \sim \triangle D'BA$ ，利用相似三角形的性质列出式子，计算即可求解。

【小问 1 详解】

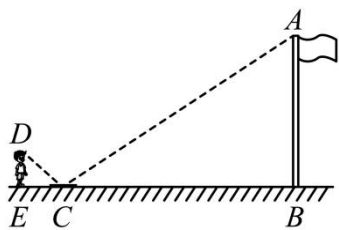
解：由题意得 $DE = DF$ ，由题意得： $\frac{DE}{AB} = \frac{EF}{BC}$ ，

$\therefore AB = BC = 11.3\text{m}$ ，

故答案为：11.3；

【小问 2 详解】

解：如图，由题意得， $DE = 1.5\text{m}$ ， $EC = 2\text{m}$ ， $BC = 16\text{m}$ ，



根据镜面反射可知： $\angle ACB = \angle ECD$ ，

$\because AB \perp BE$ ， $DE \perp BE$ ，

$\therefore \angle ABC = \angle DEC = 90^\circ$ ，

$\therefore \triangle ACB \sim \triangle DCE$ ，

$\therefore \frac{AB}{DE} = \frac{CB}{CE}$ ，即 $\frac{AB}{1.5} = \frac{16}{2}$ ，

$\therefore AB = 12$ ，

答：旗杆高度为12m；

【小问 3 详解】

解：设 $BG = x\text{m}$ ，

由题意得： $\triangle DGC \sim \triangle DBA$ ， $\triangle D'G'C' \sim \triangle D'BA$ ，

$\therefore \frac{CG}{AB} = \frac{DG}{DG+x}$ ， $\frac{C'G'}{AB} = \frac{D'G'}{D'D+DG+x}$ ，

即 $\frac{1.8}{AB} = \frac{1.5}{1.5+x}$ ， $\frac{1.2}{AB} = \frac{2}{24+1.5+x}$ ，

$\therefore \frac{1.8}{1.2} = \frac{1.5}{24+1.5+x}$ ，

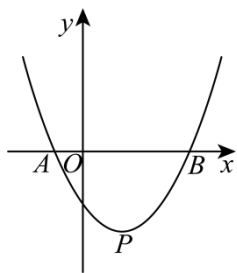
整理得 $3.6(1.5+x) = 1.8(25.5+x)$ ，

解得 $x = 22.5$ ，经检验符合他

$\therefore AB = 1.8 \times (1.5 + 22.5) \div 1.5 = 28.8 \approx 29(\text{m})$ ，

答：雕塑高度为29m.

26. 如图，抛物线 $y = ax^2 - \frac{3}{2}x + c$ 与 x 轴交于 $A(-1, 0)$ ， $B(4, 0)$ 两点，顶点为 P .



- (1) 求抛物线的解析式及 P 点坐标；
- (2) 抛物线交 y 轴于点 C ，经过点 A, B, C 的圆与 y 轴的另一个交点为 D ，求线段 CD 的长；
- (3) 过点 P 的直线 $y = kx + n$ 分别与抛物线、直线 $x = -1$ 交于 x 轴下方的点 M, N ，直线 NB 交抛物线对称轴于点 E ，点 P 关于 E 的对称点为 Q ， $MH \perp x$ 轴于点 H 。请判断点 H 与直线 NQ 的位置关系，并证明你的结论。

【答案】(1) $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x - 2$, $P\left(\frac{3}{2}, -\frac{25}{8}\right)$

(2) 4 (3) 点 H 在直线 NQ 上，见详解

【解析】

【分析】(1) 待定系数法即可求解二次函数解析式，再进行配方即可求点 P 坐标；

(2) 先由 $\angle ACO$ 与 $\angle CBO$ 的正切值相等得到 $\angle ACO = \angle CBO$ ，继而可证明 $\angle ACB = 90^\circ$ ，再由垂径定理得到 $CD = 2CO = 4$ ；

(3) 将点 $P\left(\frac{3}{2}, -\frac{25}{8}\right)$ 代入 $y = kx + n$ 得直线 MN 表达式为 $y = kx - \frac{3}{2}k - \frac{25}{8}$ ，则

$$y_N = -k - \frac{3}{2}k - \frac{25}{8} = -\left(\frac{5}{2}k + \frac{25}{8}\right), \text{ 而点 } E \text{ 为 } BN \text{ 中点, 则 } y_E = -\left(\frac{5}{4}k + \frac{25}{16}\right), \text{ 可求}$$

$$y_Q = 2y_E - y_P = -\frac{5}{2}k, \text{ 联立抛物线与直线 } MN \text{ 表达式, 得: } \begin{cases} y = kx - \frac{3}{2}k - \frac{25}{8} \\ y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x - 2 \end{cases}, \text{ 可求 } x_M = \frac{4k+3}{2},$$

可证明 $\tan \angle QHG = \tan \angle NHA$ ，得到 $\angle QHG = \angle NHA$ ，即可求解。

【小问 1 详解】

解：∵ 抛物线 $y = ax^2 - \frac{3}{2}x + c$ 与 x 轴交于 $A(-1, 0)$ ， $B(4, 0)$ 两点，

$$\therefore \text{代入得: } \begin{cases} a + \frac{3}{2} + c = 0 \\ 16a - 6 + c = 0 \end{cases},$$

解得： $\begin{cases} a = \frac{1}{2}, \\ c = -2 \end{cases}$,

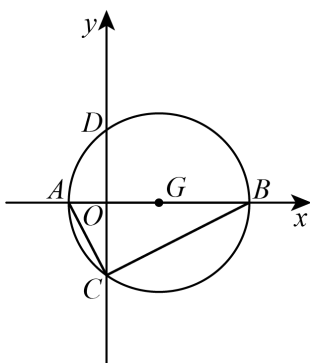
$\therefore$ 抛物线解析式为 $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x - 2$,

而 $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x - 2 = \frac{1}{2}\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{25}{8}$,

$\therefore P\left(\frac{3}{2}, -\frac{25}{8}\right)$;

【小问 2 详解】

解： 如图：



当 $x = 0$ 时, $y = -2$,

$\therefore$ 点 $C(0, -2)$,

$\therefore A(-1, 0), B(4, 0)$,

$$\therefore \tan \angle ACO = \frac{AO}{OC} = \frac{1}{2}, \quad \tan \angle CBO = \frac{CO}{BO} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2},$$

$\therefore \angle ACO = \angle CBO$,

$\therefore \angle CBO + \angle OCB = 90^\circ$,

$\therefore \angle ACO + \angle OCB = 90^\circ$,

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$,

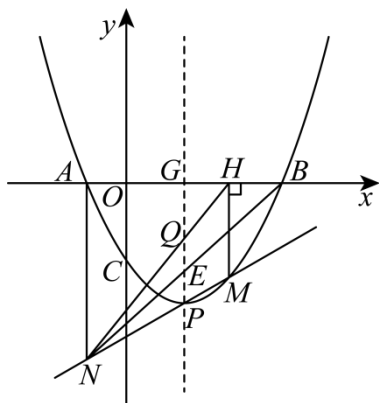
$\therefore AB$ 是经过点 A, B, C 的 $\odot G$ 的直径,

$\therefore AB \perp CD$, AB 经过圆心,

$\therefore CD = 2CO = 4$;

【小问 3 详解】

解： 如图：



将点 $P\left(\frac{3}{2}, -\frac{25}{8}\right)$ 代入 $y = kx + n$, 得 $\frac{3}{2}k + n = -\frac{25}{8}$,

$$\therefore n = -\frac{3}{2}k - \frac{25}{8},$$

把点 N 横坐标 $x_N = -1$, 代入得 $y_N = -k - \frac{3}{2}k - \frac{25}{8} = -\left(\frac{5}{2}k + \frac{25}{8}\right)$,

$\because GE \perp x$ 轴, $AN \perp x$ 轴,

$\therefore GE \parallel AN$, 点 G 为 AB 中点,

$$\therefore \frac{BE}{EN} = \frac{BG}{AG} = 1,$$

$\therefore$ 点 E 为 BN 中点,

$$\therefore y_E = -\left(\frac{5}{4}k + \frac{25}{16}\right),$$

$\because$ 点 P 关于 E 的对称点为 Q ,

$$\therefore y_Q - y_E = y_E - y_P,$$

$$\therefore y_Q = 2y_E - y_P = -2\left(\frac{5}{4}k + \frac{25}{16}\right) - \left(-\frac{25}{8}\right) = -\frac{5}{2}k,$$

联立抛物线与直线 MN 表达式,

$$\text{得: } \begin{cases} y = kx - \frac{3}{2}k - \frac{25}{8} \\ y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x - 2 \end{cases},$$

$$\text{整理得: } 4x^2 - (12 + 8k)x + 3(4k + 3) = 0,$$

$$\therefore (2x - 3)[2x - (4k + 3)] = 0,$$

$$\text{解得: } x_1 = \frac{3}{2}, x_2 = \frac{4k+3}{2},$$

$$\text{即 } x_M = \frac{4k+3}{2},$$

$$\therefore \tan \angle QHG = \frac{QG}{HG} = \frac{\frac{5}{2}k}{\frac{4k+3}{2} - \frac{3}{2}} = \frac{5}{4}, \quad \tan \angle NHA = \frac{NA}{HA} = \frac{\frac{5}{2}k + \frac{25}{8}}{\frac{4k+3}{2} + 1} = \frac{5}{4},$$

$$\therefore \angle QHG = \angle NHA,$$

$\therefore$ 点 N 、 Q 、 H 三点共线,

$\therefore$ 点 H 在直线 NQ 上.

【点睛】 本题考查了二次函数与一次函数的综合题，待定系数法求二次函数解析式，圆周角定理，垂径定理，平行线分线段成比例定理，三角函数，抛物线与直线的交点问题，熟练掌握知识点是解题的关键.