

2024 四川甘孜数学试卷

一、选择题（本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分。每小题均有四个选项，其中只有一项符合题目要求）

1. -24 的相反数是（ ）

- A. -24 B. 24 C. $-\frac{1}{24}$ D. $\frac{1}{24}$

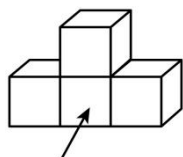
【答案】B

【解析】

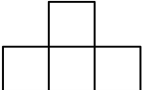
【分析】本题考查了相反数的定义，根据相反数的定义作答即可，解题的关键是熟练掌握相反数的定义，只有符号不同的两个数是互为相反数，正数的相反数是负数，0 的相反数是 0，负数的相反数是正数。

【详解】解：根据相反数的定义可得： -24 的相反数是 24 ，
故选：B。

2. 由 4 个大小相同的正方体搭成的几何体如图所示，这个几何体的主视图是（ ）



正面

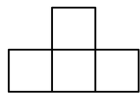
- A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了简单组合体的三视图，根据从前往后看，看到的图形就是主视图即可得到答案。

【详解】解：该几何体从前往后看，其主视图是



故选：B。

3. 祖国江山美丽如画，川西风光多姿多彩。据四川省某州相关部门通报，“五一”期间，全国各地众多游客前往旅游，共接待游客约 1665000 人次。将 1665000 用科学记数法表示应为（ ）

- A. 0.1665×10^7 B. 1.665×10^6 C. 16.65×10^5 D. 166.5×10^4

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查用科学记数法表示较大的数，一般形式为 $a \times 10^n$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 可以用整数位数减去 1 来确定。用科学记数法表示数，一定要注意 a 的形式，以及指数 n 的确定方法。根据 $1665000 = 1.665 \times 10^6$ ，即得解。

【详解】解：∵ $1665000 = 1.665 \times 10^6$ ，

∴ 将 1665000 用科学记数法表示应为 1.665×10^6 。

故选：B。

4. 下列计算正确的是（ ）

A. $2(a+2) = 2a+2$

B. $a+a = a^2$

C. $3a \cdot 5a = 15a^2$

D. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查整式的运算，根据合并同类项，幂的乘方，完全平方公式的法则，逐一进行计算即可。

【详解】解：A、 $2(a+2) = 2a+4$ ，选项错误，不符合题意；

B、 $a+a = 2a$ ，选项错误，不符合题意；

C、 $3a \cdot 5a = 15a^2$ ，选项正确，符合题意；

D、 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ，选项错误，不符合题意；

故选：C。

5. 2024 年全国两会公布了 2023 年国内生产总值，近五年国内生产总值呈逐年上升趋势，分别约为 98.7，101.4，114.9，120.5，126.1（单位：万亿元）。这五个数据的中位数是（ ）

A. 98.7

B. 101.4

C. 114.9

D. 120.5

【答案】C

【解析】

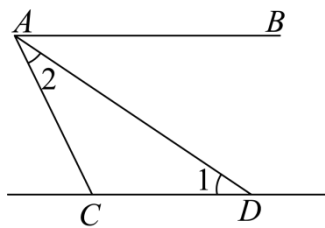
【分析】本题主要考查了求一组数据的中位数。奇数个数据的中位数是按大小顺序排列后中间的一个数据；偶数个数据的中位数是按大小顺序排列后中间两个数据的平均数。先将这组数据按大小顺序排列，再求出第三和第四个数据的平均数即可。

【详解】解：把这组数据按大小顺序排列为：98.7，101.4，114.9，120.5，126.1；

∴ 这五个数据的中位数是：114.9，

故选：C。

6. 如图, $AB \parallel CD$, AD 平分 $\angle BAC$, $\angle 1 = 30^\circ$, 则 $\angle 2 =$ ()



- A. 15° B. 30° C. 45° D. 60°

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了与角平分线有关的计算, 根据平行线的性质求角, 根据 $\angle BAD = \angle 1$ 、 $\angle 2 = \angle BAD$ 即可求解.

【详解】解: $\because AB \parallel CD$, $\angle 1 = 30^\circ$,

$$\therefore \angle BAD = \angle 1 = 30^\circ$$

$\because AD$ 平分 $\angle BAC$,

$$\therefore \angle 2 = \angle BAD = 30^\circ$$

故选: B

7. 在平面直角坐标系中, 一次函数 $y = x + 1$ 的图象不经过的象限为 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查一次函数的图像, 掌握根据 k, b 的符号正确判断一次函数图象经过的象限是解题的关键. 根据 k, b 的符号判断直线所经过的象限, 然后确定必不经过的象限即可.

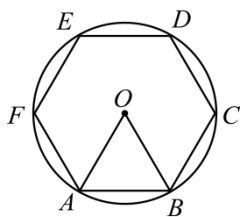
【详解】解: $\because$ 由已知, 得: $k = 1 > 0, b = 1 > 0$,

$\therefore$ 图象经过第一、二、三象限,

$\therefore$ 图象不经过第四象限.

故选: D.

8. 如图, 正六边形 $ABCDEF$ 内接于 $\odot O$, $OA = 1$, 则 AB 的长为 ()



A. 2

B. $\sqrt{3}$

C. 1

D. $\frac{1}{2}$

【答案】C

【解析】

【分析】本题考查了正六边形的性质，等边三角形的判定和性质，由正六边形的性质得到 $\angle AOB = 60^\circ$ ，得到 $\triangle AOB$ 为等边三角形，进而得到 $OA = AB = 1$ ，判断出 $\triangle AOB$ 为等边三角形是解题的关键.

【详解】解： $\because ABCDEF$ 是正六边形，

$$\therefore \angle AOB = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ,$$

$$\therefore OA = OB,$$

$\therefore \triangle AOB$ 为等边三角形，

$$\therefore OA = AB = 1,$$

故选：C.

9. 我国古代数学名著《九章算术》记载了一道题，大意是：几个人合买一件物品，每人出 8 元，剩余 3 元；每人出 7 元，还差 4 元. 设有 x 人，该物品价值 y 元，根据题意，可列出的方程组是（ ）

A. $\begin{cases} 8x = y + 3 \\ 7x = y - 4 \end{cases}$

B. $\begin{cases} 8x = y + 3 \\ 7x = y + 4 \end{cases}$

C. $\begin{cases} 8x = y - 3 \\ 7x = y - 4 \end{cases}$

D. $\begin{cases} 8x = y - 3 \\ 7x = y + 4 \end{cases}$

【答案】A

【解析】

【分析】本题考查二元一次方程组解古代数学问题，读懂题意，找到等量关系列方程是解决问题的关键. 根据“每人出 8 元，剩余 3 元；每人出 7 元，还差 4 元”，即可求解.

【详解】解： $\because$ 每人出 8 元，剩余 3 元，

$$\therefore \begin{cases} 8x = y + 3 \\ 7x = y - 4 \end{cases}$$

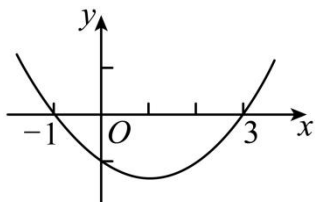
$\because$ 每人出 7 元，还差 4 元，

$$\therefore \begin{cases} 8x = y + 3 \\ 7x = y - 4 \end{cases}$$

故所列方程组为：
$$\begin{cases} 8x = y + 3 \\ 7x = y - 4 \end{cases}$$

故选：A.

10. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$) 的图象如图所示，给出下列结论：① $c < 0$ ；② $-\frac{b}{2a} > 0$ ；③ 当 $-1 < x < 3$ 时， $y < 0$ 。其中所有正确结论的序号是 ()



A. ①②

B. ①③

C. ②③

D. ①②③

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了二次函数的图象与性质，图象与系数的关系，熟练掌握二次函数图象和性质是解题的关键。根据图象与 y 轴交点 $(0, c)$ 在 y 轴负半轴，可得 $c < 0$ ，故①正确；根据图象可得二次函数的对称轴为 $x = \frac{-1+3}{2} = 1$ ，由于对称轴为 $x = -\frac{b}{2a}$ ，可得 $-\frac{b}{2a} > 0$ ，故②正确；当 $-1 < x < 3$ 时，二次函数图象位于 x 轴下方，即当 $-1 < x < 3$ ，所对应的 $y < 0$ ，故③正确。

【详解】解：① 当 $x = 0$ 时， $y = c$ ，根据图象可知，二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$) 的图象与 y 轴交点 $(0, c)$ 在 y 轴负半轴，即 $c < 0$ ，故①正确，符合题意；

② 根据图象可知，二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$) 的对称轴是直线 $x = \frac{-1+3}{2} = 1$ ，即 $-\frac{b}{2a} = 1 > 0$ ，故②

正确，符合题意；

③ 根据图象可知，当 $-1 < x < 3$ 时，图象位于 x 轴下方，即当 $-1 < x < 3$ ，所对应的 $y < 0$ ，故③正确，符合题意；

综上所述，①②③结论正确，符合题意。

故选：D.

二、填空题 (本大题共 4 个小题，每小题 4 分，共 16 分)

11. 分解因式： $a^2 + 5a = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $a(a+5)$

【解析】

【分析】本题考查了因式分解，利用提公因式法即可求解，熟练掌握提公因式法分解因式是解题的关键。

【详解】解： $a^2 + 5a = a(a + 5)$,

故答案为： $a(a + 5)$.

12. 在菱形 $ABCD$ 中, $AB = 2$, 则菱形的周长是_____.

【答案】 8cm

【解析】

【分析】 根据菱形的性质可直接进行求解.

【详解】 解： 由菱形的四条边相等可得： 菱形的周长为 $2 \times 4 = 8\text{cm}$,

故答案为： 8cm.

【点睛】 本题主要考查菱形的性质, 熟练掌握菱形的性质是解题的关键.

13. 分式方程 $\frac{1}{x-2} = 1$ 的解为_____.

【答案】 $x = 3$

【解析】

【分析】 首先去掉分母, 可以把分式方程转化为整式方程求解, 然后解一元一次方程, 最后检验即可求解.

【详解】 解： $\frac{1}{x-2} = 1$,

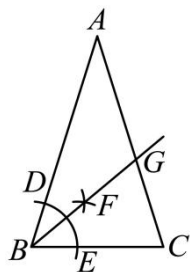
去分母得： $x - 2 = 1$

移项合并同类项得： $x = 3$

经检验, $x = 3$ 是原方程的解

故答案为 $x = 3$

14. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle A = 40^\circ$, 按如下步骤作图: ①以点 B 为圆心, 适当长为半径画弧, 分别交 BA , BC 于点 D , E ; ②分别以点 D , E 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}DE$ 长为半径画弧, 两弧在 $\angle ABC$ 的内部相交于点 F , 作射线 BF 交 AC 于点 G . 则 $\angle ABG$ 的大小为_____度.



【答案】 35

【解析】

【分析】 本题考查了等腰三角形的性质, 角平分线的尺规作法, 熟练掌握等腰三角形的性质和角平分线的

尺规作法是解题的关键. 根据 $AB = AC$, $\angle A = 40^\circ$, 由等边对等角, 结合三角形内角和定理, 可得 $\angle ABC = \angle ACB = 70^\circ$, 由尺规作图过程可知 BG 为 $\angle ABC$ 的角平分线, 由此可得

$$\angle ABG = \angle GBC = \frac{1}{2} \angle ABC = 35^\circ.$$

【详解】解: $\because AB = AC$, $\angle A = 40^\circ$,

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB = 70^\circ,$$

根据尺规作图过程, 可知 BG 为 $\angle ABC$ 的角平分线,

$$\therefore \angle ABG = \angle GBC = \frac{1}{2} \angle ABC = 35^\circ,$$

故 $\angle ABG = 35^\circ$,

故答案为: 35° .

三、解答题 (本大题共 6 个小题, 共 54 分)

15. (1) 计算: $|\sqrt{2}| - 2 \sin 45^\circ + \left(\frac{1}{2}\right)^0$;

(2) 解不等式组:
$$\begin{cases} x + 2 > 7 - 4x \text{ ①} \\ x \leq \frac{3+x}{2} \text{ ②} \end{cases}.$$

【答案】(1) 1; (2) $1 < x \leq 3$.

【解析】

【分析】本题考查了实数的运算和解一元一次不等式组, 正确求出每一个不等式解集是基础, 熟知“同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

(1) 先根据绝对值的意义、特殊角的三角函数值、负整数指数幂的意义计算, 然后进行二次根式的混合运算即可;

(2) 分别求出每个不等式的解集, 再依据口诀“同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到”确定不等式组的解集.

【详解】解: (1) $|\sqrt{2}| - 2 \sin 45^\circ + \left(\frac{1}{2}\right)^0$

$$= \sqrt{2} - 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 1$$

$$= \sqrt{2} - \sqrt{2} + 1$$

$$= 1;$$

$$(2) \begin{cases} x+2 > 7-4x \text{ ①} \\ x \leq \frac{3+x}{2} \text{ ②} \end{cases}.$$

由①得： $x > 1$,

由②得： $x \leq 3$,

则不等式组的解集为 $1 < x \leq 3$.

16. 化简： $\left(x - \frac{1}{x}\right) \div \frac{x+1}{x}$.

【答案】 $x-1$

【解析】

【分析】 本题考查了分式的混合运算，熟记运算法则和运算顺序是解决此题的关键．先将括号内的分式通分计算，然后将除法转化为乘法，继而约分即可求解．

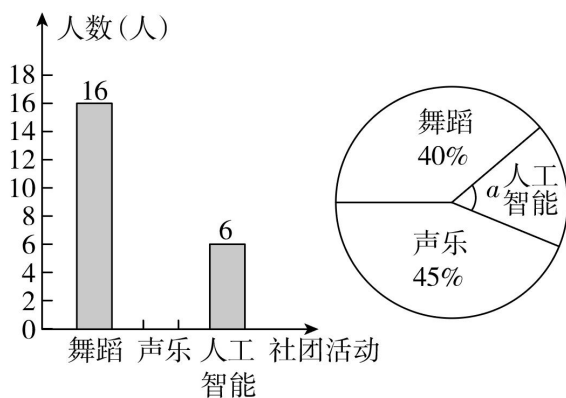
【详解】 解： $\left(x - \frac{1}{x}\right) \div \frac{x+1}{x}$

$$= \frac{x^2-1}{x} \cdot \frac{x}{x+1}$$

$$= \frac{(x+1)(x-1)}{x} \cdot \frac{x}{x+1}$$

$$= x-1.$$

17. 某校为丰富课后服务内容，计划开设一些社团活动．受时间限制，每位学生只能参加一类社团活动．为了解学生对舞蹈、声乐、人工智能三类社团活动的喜爱情况，随机选取部分学生进行调查，并根据调查结果，绘制了如图所示的两幅不完整的统计图．



根据图中信息，回答下列问题：

(1) ①此次调查一共随机抽取了_____名学生，扇形统计图中圆心角 $a =$ _____度；

②补全条形统计图；

(2) 若该校共有 400 名学生喜欢这三类社团活动，请估计喜欢舞蹈社团活动的学生人数.

【答案】(1) ①40; 54; ②见解析 (2) 160 人

【解析】

【分析】本题考查条形统计图与扇形统计图相关联，由样本估计总体等知识. 由条形统计图和扇形统计图得出必要的信息和数据是解题关键.

(1) ①用舞蹈社团的人数除以其所占百分比即可解答；用人工智能社团的人数除以总人数得出其所占比例，再乘以 360° 即可；②先求出声乐社团的人数，进而即可补全条形统计图；

(2) 用舞蹈社团的人数除以总人数得出其所占比例，再乘以该校总人数即可.

【小问 1 详解】

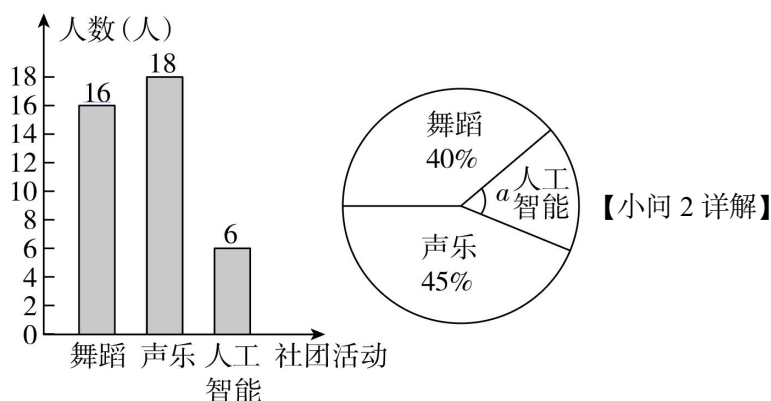
解：①此次调查一共随机抽取了 $16 \div 40\% = 40$ 名学生.

扇形统计图中圆心角 $\alpha = \frac{6}{40} \times 360^\circ = 54^\circ$.

故答案为：40; 54;

②此次调查声乐小组的人数为 $40 \times 45\% = 18$ 名，

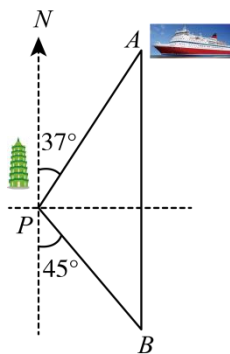
故补全条形统计图如下：



解： $\frac{16}{40} \times 400 = 160$ 名，

答：估计喜欢舞蹈社团活动的学生有 160 人.

18. 如图，一艘海轮位于灯塔 P 的北偏东 37° 方向，距离灯塔 100 海里的 A 处，它沿正南方向航行一段时间后，到达位于灯塔 P 的南偏东 45° 方向上的 B 处. 这时， B 处距离 A 处有多远？(参考数据： $\sin 37^\circ \approx 0.60$ ， $\cos 37^\circ \approx 0.80$ ， $\tan 37^\circ \approx 0.75$)

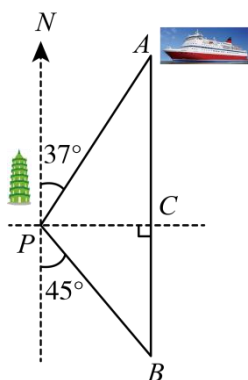


【答案】B 处距离 A 处有 140 海里.

【解析】

【分析】本题考查了解直角三角形的应用—方向角问题. 过 P 作 $PC \perp AB$ 于 C , 解直角三角形即可得到结论.

【详解】解: 过 P 作 $PC \perp AB$ 于 C ,



在 $\text{Rt}\triangle APC$ 中, $\angle A = 37^\circ$, $AP = 100$ 海里,

$$\therefore PC = AP \cdot \sin A = 100 \times \sin 37^\circ \approx 100 \times 0.6 = 60 \text{ (海里)},$$

$$AC = AP \cdot \cos 37^\circ = 100 \times 0.8 = 80 \text{ (海里)},$$

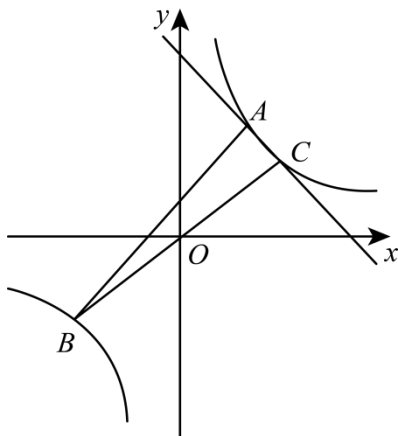
在 $\text{Rt}\triangle PBC$ 中, $\because \angle B = 45^\circ$,

$$\therefore BC = PC = 60 \text{ (海里)},$$

$$\therefore AB = AC + BC = 80 + 60 = 140 \text{ (海里)},$$

答: B 处距离 A 处有 140 海里.

19. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知 $A(2, 3)$, $B(m, -2)$ 两点在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上.



(1) 求 k 与 m 的值;

(2) 连接 BO , 并延长交反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象于点 C . 若一次函数的图象经过 A, C 两点, 求这个一次函数的解析式.

【答案】(1) $k = 6, m = -3$

(2) $y = -x + 5$

【解析】

【分析】题目主要考查一次函数与反比例函数综合问题, 确定反比例函数及一次函数解析式, 反比例函数的性质, 熟练掌握两个函数的基本性质是解题关键.

(1) 根据题意将点 $A(2, 3), B(m, -2)$ 代入反比例函数即可求解;

(2) 根据题意及反比例函数的性质得出 $C(3, 2)$, 设直线 AC 所在直线的解析式为 $y = kx + b$, 利用待定系数法即可求解.

【小问 1 详解】

解: $A(2, 3), B(m, -2)$ 两点在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上.

$$\therefore k = 2 \times 3 = 6,$$

$$\therefore y = \frac{6}{x},$$

将点 $B(m, -2)$ 代入得: $-2 = \frac{6}{m}$, 解得: $m = -3$;

【小问 2 详解】

$\therefore$ 连接 BO , 并延长交反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象于点 $C, B(-3, -2)$

$$\therefore C(3,2),$$

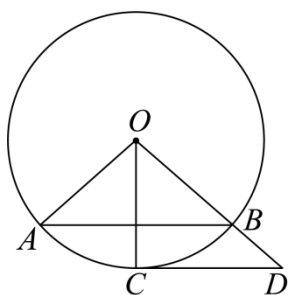
$$\therefore A(2,3),$$

设直线 AC 所在直线的解析式为 $y = kx + b$ ，代入得：
$$\begin{cases} 3 = 2k + b \\ 2 = 3k + b \end{cases}$$

解得：
$$\begin{cases} k = -1 \\ b = 5 \end{cases}$$

$$\therefore y = -x + 5.$$

20. 如图， AB 为 $\odot O$ 的弦， C 为 $\widehat{AB}$ 的中点，过点 C 作 $CD \parallel AB$ ，交 OB 的延长线于点 D 。连接 OA ， OC 。



- (1) 求证： CD 是 $\odot O$ 的切线；
 (2) 若 $OA = 3$ ， $BD = 2$ ，求 $\triangle OCD$ 的面积。

【答案】(1) 见解析 (2) 6

【解析】

【分析】本题考查了圆的切线的判定、勾股定理、垂径定理的推论等知识点，熟记相关结论是解题关键。

- (1) 由垂径定理的推论可知 $OC \perp AB$ ，据此即可求证；
 (2) 利用勾股定理求出 CD 即可求解；

【小问 1 详解】

证明： $\because AB$ 为 $\odot O$ 的弦， C 为 $\widehat{AB}$ 的中点，

由垂径定理的推论可知： $OC \perp AB$ ，

$$\therefore CD \parallel AB,$$

$$\therefore OC \perp CD,$$

$\therefore OC$ 为 $\odot O$ 的半径，

$\therefore CD$ 是 $\odot O$ 的切线；

【小问 2 详解】

解： $\because OB = OA = OC = 3$ ， $BD = 2$ ，

$$\therefore OD = OB + BD = 5,$$

$$\therefore CD = \sqrt{OD^2 - OC^2} = 4,$$

$$\therefore S_{\triangle OCD} = \frac{1}{2} \times OC \times CD = 6.$$

一、填空题（本大题共 5 个小题，每小题 4 分，共 20 分）

21. 已知 $x^2 + 2x = 3$ ，那么 $2x^2 + 4x - 5$ 的值是_____.

【答案】 1

【解析】

【分析】把所求代数式进行适当变形，然后整体代入求解即可.

【详解】解： $\because x^2 + 2x = 3$,

$$\therefore 2x^2 + 4x - 5$$

$$= 2(x^2 + 2x) - 5$$

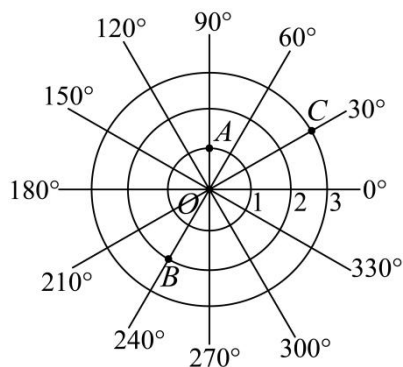
$$= 2 \times 3 - 5$$

$$= 1$$

故答案为： 1.

【点睛】本题考查的是求代数式的值，关键是利用整体思想把 $x^2 + 2x$ 看成一个整体，然后把所求代数式进行变形求值即可.

22. 如图，在一个平面区域内，一台雷达探测器测得在点 A ， B ， C 处有目标出现. 按某种规则，点 A ， B 的位置可以分别表示为 $(1, 90^\circ)$ ， $(2, 240^\circ)$ ，则点 C 的位置可以表示为_____.



【答案】 $(3, 30^\circ)$

【解析】

【分析】本题考查了坐标确定位置，根据题意得到圆圈数表示有序数对的第一个数，度数表示有序数对的第二个数是解题关键. 根据题意可得：圆圈数表示有序数对的第一个数，度数表示有序数对的第二个数，

可得答案.

【详解】解：∵ A, B 的位置分别表示为 $(1, 90^\circ), (2, 240^\circ)$.

∴目标 C 的位置表示为 $(3, 30^\circ)$.

故答案为： $(3, 30^\circ)$

23. 某校组织多项活动加强科学教育，八年级（一）班分两批次确定项目组成员，参加“实践探究”活动，第一批次确定了7人，第二批次确定了1名男生、2名女生. 现从项目组中随机抽取1人承担联络任务，若抽中男生的概率为 $\frac{3}{5}$ ，则第一批次确定的人员中，男生为_____人.

【答案】5

【解析】

【分析】题目主要考查概率的计算及一元一次方程的应用，理解题意，根据概率公式列式计算是解题关键.

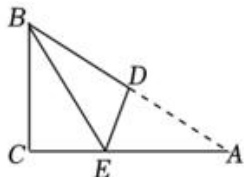
【详解】解：设第一批次确定的人员中，男生为 x 人，

根据题意得： $\frac{x+1}{7+1+2} = \frac{3}{5}$,

解得： $x = 5$,

故答案为：5.

24. 如图， $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 8$ ， $BC = 4$ ，折叠 $\triangle ABC$ ，使点 A 与点 B 重合，折痕 DE 与 AB 交于点 D ，与 AC 交于点 E ，则 CE 的长为_____.



【答案】3

【解析】

【分析】本题考查了折叠的性质和勾股定理，熟练掌握勾股定理是解题的关键.

设 $CE = x$ ，则 $AE = BE = 8 - x$ ，根据勾股定理求解即可.

【详解】解：由折叠的性质，得 $AE = BE$ ，

设 $CE = x$ ，则 $AE = BE = 8 - x$ ，

由勾股定理，得 $BC^2 + CE^2 = BE^2$ ，

$$\therefore 4^2 + x^2 = (8 - x)^2,$$

解得 $x = 3$.

故答案为：3.

25. 在完成劳动课布置的“青稞生长状态观察”的实践作业时，需要测量青稞穗长. 同学们查阅资料得知：由于受仪器精度和观察误差影响， n 次测量会得到 n 个数据 $a_1, a_2, \dots, a_n$ ，如果 a 与各个测量数据的差的平方和最小，就将 a 作为测量结果的最佳近似值. 若 5 名同学对某株青稞的穗长测量得到的数据分别是：5.9, 6.0, 6.0, 6.3, 6.3 (单位：cm)，则这株青稞穗长的最佳近似值为_____ cm.

【答案】 6.1

【解析】

【分析】根据题意，这些青稞穗的最佳近似长度可以取使函数 $y = (a - 5.9)^2 + 2 \times (a - 6.0)^2 + 2 \times (a - 6.3)^2$ 为最小值的 a 的值，整理上式，并求出青稞穗长的最佳近似长度.

【详解】解：由题意， a 与各个测量数据的差的平方和 $y = (a - 5.9)^2 + 2 \times (a - 6.0)^2 + 2 \times (a - 6.3)^2$

$$= a^2 - 11.8a + 34.81 + 2a^2 - 24a + 72 + 2a^2 - 25.2a + 79.38$$

$$= 5a^2 - 61a + 186.19,$$

$$\therefore a = -\frac{-61}{2 \times 5} = 6.1 \text{ 时, } y \text{ 有最小值,}$$

$\therefore$ 青稞穗长的最佳近似长度为 6.1cm.

故答案为：6.1.

二、解答题 (本大题共 3 个小题，共 30 分)

26. 端午节是我国的传统节日，有吃粽子的习俗. 节日前夕，某商场购进 A, B 两种粽子共 200 盒进行销售. 经了解，进价与标价如下表所示 (单位：元/盒)：

种类	进价	标价
A	90	120
B	50	60

(1) 设该商场购进 A 种粽子 x 盒，销售两种粽子所得的总利润为 y 元，求 y 关于 x 的函数解析式 (不必写出自变量 x 的取值范围)；

(2) 若购进的 200 盒粽子销售完毕，总利润不低于 3000 元，请问至少需要购进 A 种粽子多少盒？

【答案】 (1) $y = 20x + 2000$ ；

(2) 至少需要购进 A 种粽子 50 盒.

【解析】

【分析】 本题主要考查一次函数的应用、一元一次不等式的应用，熟练掌握以上知识点是解题的关键.

(1) 根据“总利润 = A 种粽子利润 + A 种粽子利润”，即可得出答案；

(2) 根据题意列出不等关系式即可得出答案.

【小问 1 详解】

解：根据题意， $y = (120 - 90)x + (60 - 50)(200 - x)$

$$= 20x + 2000,$$

答： y 关于 x 的函数解析式为 $y = 20x + 2000$ ；

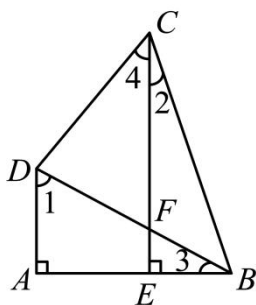
【小问 2 详解】

解： $20x + 2000 \geq 3000$,

解得： $x \geq 50$,

故若购进的 200 盒粽子销售完毕，总利润不低于 3000 元，至少需要购进 A 种粽子 50 盒.

27. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ，连接 BD ，过点 C 作 $CE \perp AB$ ，垂足为 E ， CE 交 BD 于点 F ， $\angle 1 = \angle ABC$.



(1) 求证： $\angle 2 = \angle 3$ ；

(2) 若 $\angle 4 = 45^\circ$.

①请判断线段 BC ， BD 的数量关系，并证明你的结论；

②若 $BC = 13$ ， $AD = 5$ ，求 EF 的长.

【答案】 (1) 见解析 (2) ① $BC = BD$ ，理由见解析； ② $EF = \frac{25}{12}$

【解析】

【分析】 本题是三角形综合题，考查了全等三角形的判定和性质，等腰三角形的判定与性质，相似三角形的判定和性质，勾股定理，直角三角形的性质等知识，灵活运用这些性质解决问题是解题的关键.

(1) 由余角的性质可得 $\angle 1 + \angle 3 = 90^\circ$ ， $\angle 2 + \angle ABC = 90^\circ$ ，根据 $\angle 1 = \angle ABC$ ，可得 $\angle 2 = \angle 3$ ；

(2) ①设 $\angle 2 = \angle 3 = x$ ，可求 $\angle BFE = 90^\circ - x = \angle DFC$ ，可求 $\angle BCD = \angle BDC = 45^\circ + x$ ，根据等腰三角形的判定可得 $BC = BD$ ；

②由勾股定理可求 $AB=12$ ，由“AAS”可证 $\triangle ADB \cong \triangle EBC$ ，可得 $BE=AD=5$ ，通过证明 $\triangle EFB \sim \triangle ADB$ ，可得 $\frac{EF}{AD} = \frac{BE}{AB}$ ，即可求解.

【小问1详解】

证明： $\because CE \perp AB$ ，

$$\therefore \angle CEB = 90^\circ = \angle A,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 3 = 90^\circ, \quad \angle 2 + \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\because \angle 1 = \angle ABC,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 3;$$

【小问2详解】

解：① $BC=BD$ ，理由如下：

$$\text{设 } \angle 2 = \angle 3 = x,$$

$$\therefore \angle BFE = 90^\circ - x = \angle DFC,$$

$$\because \angle 4 = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle CDB = 180^\circ - 45^\circ - (90^\circ - x) = 45^\circ + x,$$

$$\because \angle BCD = \angle 4 + \angle 2 = 45^\circ + x,$$

$$\therefore \angle BCD = \angle BDC,$$

$$\therefore BC = BD;$$

$$\text{② } \because BC = BD = 13, \quad AD = 5,$$

$$\therefore AB = \sqrt{BD^2 - AD^2} = \sqrt{169 - 25} = 12,$$

$$\because BC = BD, \quad \angle A = \angle CEB, \quad \angle 2 = \angle 3,$$

$$\therefore \triangle ADB \cong \triangle EBC \text{ (AAS)},$$

$$\therefore BE = AD = 5,$$

$$\because \angle A = \angle CEB, \quad \angle 3 = \angle 3,$$

$$\therefore \triangle EFB \sim \triangle ADB,$$

$$\therefore \frac{EF}{AD} = \frac{BE}{AB},$$

$$\therefore \frac{EF}{5} = \frac{5}{12},$$

$$\therefore EF = \frac{25}{12}.$$

28. 【定义与性质】

如图，记二次函数 $y = a(x-b)^2 + c$ 和 $y = -a(x-p)^2 + q$ ($a \neq 0$) 的图象分别为抛物线 C 和 C_1 .

定义：若抛物线 C_1 的顶点 $Q(p, q)$ 在抛物线 C 上，则称 C_1 是 C 的伴随抛物线.

性质：①一条抛物线有无数条伴随抛物线；

②若 C_1 是 C 的伴随抛物线，则 C 也是 C_1 的伴随抛物线，即 C 的顶点 $P(b, c)$ 在 C_1 上.

【理解与运用】

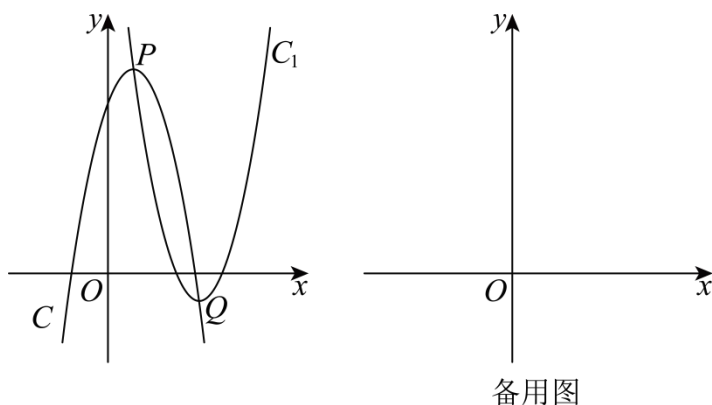
(1) 若二次函数 $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + m$ 和 $y = -\frac{1}{2}(x-n)^2 + \frac{1}{2}$ 的图象都是抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$ 的伴随抛物线，则 $m = \underline{\hspace{2cm}}$, $n = \underline{\hspace{2cm}}$.

【思考与探究】

(2) 设函数 $y = x^2 - 2kx + 4k + 5$ 的图象为抛物线 C_2 .

①若函数 $y = -x^2 + dx + e$ 的图象为抛物线 C_0 ，且 C_2 始终是 C_0 的伴随抛物线，求 d, e 的值；

②若抛物线 C_2 与 x 轴有两个不同的交点 $(x_1, 0)$, $(x_2, 0)$ ($x_1 < x_2$)，请直接写出 x_1 的取值范围.



【答案】 (1) 2; ± 1 ; (2) ① $d = 4, e = 5$; ② $2 < x_1 < 5$ 或 $x_1 < -1$

【解析】

【分析】 题目主要考查二次函数的综合应用及新定义理解，熟练掌握二次函数的性质结合图象求解是解题关键.

(1) 根据题意确定点 $(2, m)$, $(n, \frac{1}{2})$ 在 $y = \frac{1}{2}x^2$ 的伴随抛物线上，代入求解即可；

(2) ①根据题意确定顶点坐标为: $(k, -k^2 + 4k + 5)$ ，然后代入解析式得出 $4k + 5 = dk + e$ ，即可求解；

②根据题意得出顶点坐标 $(k, -k^2 + 4k + 5)$ 在 $y = -x^2 + 4x + 5$ 图像上滑动，然后分情况分析即可得出结果.

【详解】解：(1) 二次函数 $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + m$ 和 $y = -\frac{1}{2}(x-n)^2 + \frac{1}{2}$ 的图象都是抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2$ 的伴随抛物线，

$\therefore$ 点 $(2, m), (n, \frac{1}{2})$ 在 $y = \frac{1}{2}x^2$ 的伴随抛物线上，

代入得： $m = \frac{1}{2} \times 2^2 = 2, \quad \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times n^2,$

解得： $m = 2, \quad n = \pm 1,$

故答案为：2； ± 1 ；

$$(2) \text{ ① } y = x^2 - 2kx + 4k + 5 = x^2 - 2kx + k^2 - k^2 + 4k + 5 = (x-k)^2 - k^2 + 4k + 5,$$

$\therefore$ 顶点坐标为： $(k, -k^2 + 4k + 5),$

$\therefore$ 函数 $y = -x^2 + dx + e$ 的图象为抛物线 C_0 ，且 C_2 始终是 C_0 的伴随抛物线，

$$\therefore -k^2 + 4k + 5 = -k^2 + dk + e,$$

整理得： $4k + 5 = dk + e,$

$$\therefore d = 4, e = 5;$$

② $\therefore C_2$ 与 x 轴有两个不同的交点 $(x_1, 0), (x_2, 0),$

由①得：函数 $y = -x^2 + 4x + 5$ 的图象为抛物线 C_0 ，且 C_2 始终是 C_0 的伴随抛物线，

$\therefore$ 顶点坐标 $(k, -k^2 + 4k + 5)$ 在 $y = -x^2 + 4x + 5 = -(x-2)^2 + 9$ 图像上滑动，

顶点为 $(2, 9),$

当 $-x^2 + 4x + 5 = 0$ 时，

解得： $x = -1$ 或 $x = 5,$

抛物线与 x 轴交 $(-1, 0)(5, 0)$ 两个点，

当顶点在 $(-1, 0)$ 下方时，抛物线有两个交点， $x_1 < -1,$

$\therefore$ 若 C_1 是 C 的伴随抛物线，则 C 也是 C_1 的伴随抛物线，即 C 的顶点 $P(b, c)$ 在 C_1 上.

$\therefore (2, 9)$ 在 C_2 上，

当顶点在 $(5, 0)$ 下方时， $2 < x_1 < 5;$

综上所述可得： $2 < x_1 < 5$ 或 $x_1 < -1.$