

德阳市 2024 年初中学业水平考试与高中阶段学校招生考试

数学试卷

说明：1. 本试卷分第Ⅰ卷和第Ⅱ卷. 第Ⅰ卷为选择题，第Ⅱ卷为非选择题. 全卷共 6 页. 考生作答时，须将答案答在答题卡上，在本试卷、草稿纸上答题无效，考试结束后，将试卷及答题卡交回.

2. 本试卷满分 150 分，答题时间为 120 分钟.

第Ⅰ卷（选择题，共 36 分）

一、选择题（本大题共 12 个小题，每小题 3 分，共 36 分，在每小题给出的四个选项中，有且仅有一项是符合题目要求的.）

1. 下列四个数中，比 -2 小的数是（ ）

A. 0

B. -1

C. $-\frac{1}{2}$

D. -3

2. 下列计算正确的是（ ）

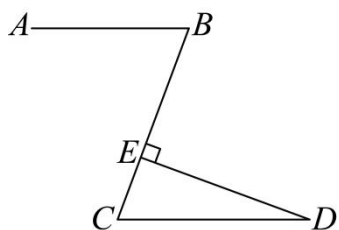
A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$

B. $-(a-b) = -a+b$

C. $a(a+1) = a^2 + 1$

D. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$

3. 如图是某机械加工厂加工的一种零件的示意图，其中 $AB \parallel CD$ ， $DE \perp BC$ ， $\angle ABC = 70^\circ$ ，则 $\angle EDC$ 等于（ ）



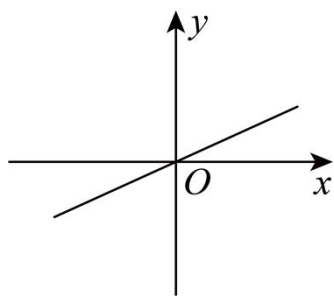
A. 10°

B. 20°

C. 30°

D. 40°

4. 正比例函数 $y = kx$ ($k \neq 0$) 的图象如图所示，则 k 的值可能是（ ）



A. $\frac{1}{2}$

B. $-\frac{1}{2}$

C. -1

D. $-\frac{1}{3}$

5. 分式方程 $\frac{1}{x} = \frac{5}{x+3}$ 的解是 ()

A. 3

B. 2

C. $\frac{3}{2}$

D. $\frac{3}{4}$

6. 为了推进“阳光体育”，学校积极开展球类运动，在一次定点投篮测试中，每人投篮 5 次，七年级某班统计全班 50 名学生投中的次数，并记录如下：

投中次数 (个)	0	1	2	3	4	5
人数 (人)	1	●	10	17	●	6

表格中有两处数据不小心被墨汁遮盖了，下列关于投中次数的统计量中可以确定的是 ()

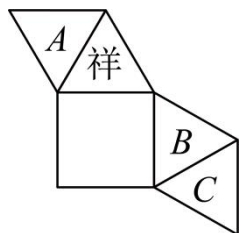
A. 平均数

B. 中位数

C. 众数

D. 方差

7. 走马灯，又称仙音烛，据史料记载，走马灯的历史起源于隋唐时期，盛行于宋代，是中国特色工艺品，常见于除夕、元宵、中秋等节日，在一次综合实践活动中，一同学用如图所示的纸片，沿折痕折合成一个棱锥形的“走马灯”，正方形做底，侧面有一个三角形面上写了“祥”字，当灯旋转时，正好看到“吉祥如意”的字样，则在 A、B、C 处依次写上的字可以是 ()



A. 吉 如 意

B. 意 吉 如

C. 吉 意 如

D. 意 如 吉

8. 已知，正六边形 $ABCDEF$ 的面积为 $6\sqrt{3}$ ，则正六边形的边长为 ()

A. 1

B. $\sqrt{3}$

C. 2

D. 4

9. 将一组数 $\sqrt{2}, 2, \sqrt{6}, 2\sqrt{2}, \sqrt{10}, 2\sqrt{3}, \dots, \sqrt{2n}, \dots$ ，按以下方式进行排列：

第一行	$\sqrt{2}$
第二行	2 $\sqrt{6}$
第三行	$2\sqrt{2}$ $\sqrt{10}$ $2\sqrt{3}$
...	...

则第八行左起第 1 个数是 ()

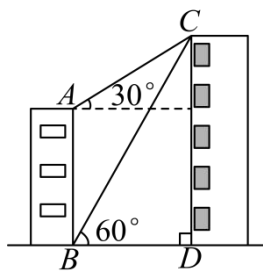
A. $7\sqrt{2}$

B. $8\sqrt{2}$

C. $\sqrt{58}$

D. $4\sqrt{7}$

10. 某校学生开展综合实践活动，测量一建筑物 CD 的高度，在建筑物旁边有一高度为 10 米的小楼房 AB ，小李同学在小楼房楼底 B 处测得 C 处的仰角为 60° ，在小楼房楼顶 A 处测得 C 处的仰角为 30° 。（ AB 、 CD 在同一平面内， B, D 在同一水平面上），则建筑物 CD 的高为 () 米



A. 20

B. 15

C. 12

D. $10 + 5\sqrt{3}$

11. 宽与长的比是 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 的矩形叫黄金矩形，黄金矩形给我们以协调的美感，世界各国许多著名建筑为取得最佳的视觉效果，都采用了黄金矩形的设计. 已知四边形 $ABCD$ 是黄金矩形. ($AB < BC$), 点 P 是边 AD 上一点, 则满足 $PB \perp PC$ 的点 P 的个数为 ()

A. 3

B. 2

C. 1

D. 0

12. 一次折纸实践活动中, 小王同学准备了一张边长为 4 (单位: dm) 的正方形纸片 $ABCD$, 他在边 AB 和 AD 上分别取点 E 和点 M , 使 $AE = BE$, $AM = 1$, 又在线段 MD 上任取一点 N (点 N 可与端点重合), 再将 $\triangle EAN$ 沿 NE 所在直线折叠得到 $\triangle EA_1N$, 随后连接 DA_1 . 小王同学通过多次实践得到以下结论:

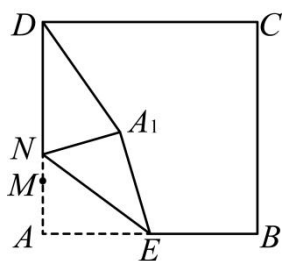
①当点 N 在线段 MD 上运动时, 点 A_1 在以 E 为圆心的圆弧上运动;

②当 DA_1 达到最大值时, A_1 到直线 AD 的距离达到最大;

③ DA_1 的最小值为 $2\sqrt{5} - 2$;

④ DA_1 达到最小值时, $MN = 5 - \sqrt{5}$.

你认为小王同学得到的结论正确的个数是 ()



A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

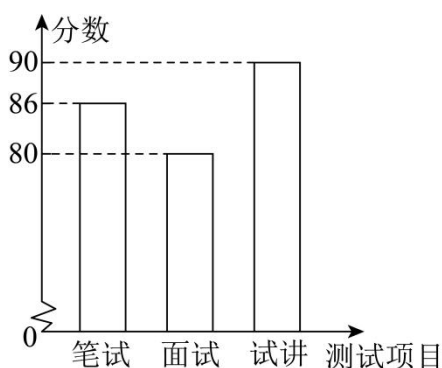
第 II 卷 (非选择题, 共 114 分)

二、填空题 (本大题共 6 个小题, 每小题 4 分, 共 24 分, 将答案填在答题卡对应的题号后的横线上)

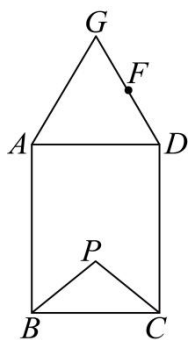
13. 化简: $\sqrt{(-3)^2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 若一个多项式加上 $y^2 + 3xy - 4$, 结果是 $3xy + 2y^2 - 5$, 则这个多项式为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

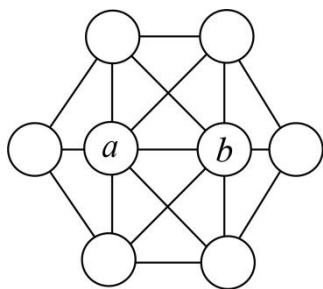
15. 某校拟招聘一名优秀的数学教师，设置了笔试、面试、试讲三项水平测试，综合成绩按照笔试占30%，面试占30%，试讲占40%进行计算，小徐的三项测试成绩如图所示，则她的综合成绩为_____分.



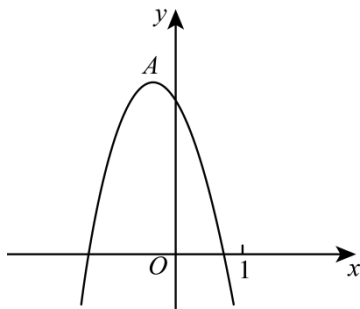
16. 如图，四边形 $ABCD$ 是矩形， $\triangle ADG$ 是正三角形，点 F 是 GD 的中点，点 P 是矩形 $ABCD$ 内一点，且 $\triangle PBC$ 是以 BC 为底的等腰三角形，则 $\triangle PCD$ 的面积与 $\triangle FCD$ 的面积比值是_____.



17. 数学活动课上，甲组同学给乙组同学出示了一个探究问题：把数字 1 至 8 分别填入如图的八个圆圈内，使得任意两个有线段相连的圆圈内的数字之差的绝对值不等于 1. 经过探究后，乙组的小高同学填出了图中两个中心圆圈的数字 a 、 b ，你认为 a 可以是_____ (填上一个数字即可).



18. 如图，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的顶点 A 的坐标为 $\left(-\frac{1}{3}, n\right)$ ，与 x 轴的一个交点位于 0 和 1 之间，则以下结论：① $abc > 0$ ；② $5b + 2c < 0$ ；③若抛物线经过点 $(-6, y_1), (5, y_2)$ ，则 $y_1 > y_2$ ；④若关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 4$ 无实数根，则 $n < 4$. 其中正确结论是_____ (请填写序号).



三、解答题（本大题共 7 小题，共 90 分．解答应写出文字说明、证明过程或推演步骤）

19. (1) 计算： $\sqrt[3]{-8} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} - 2\cos 60^\circ$ ；

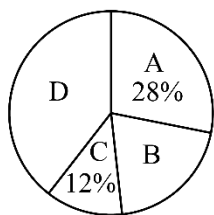
(2) 解不等式组：
$$\begin{cases} -2x + 3 \leq -5 & \text{①} \\ \frac{x-1}{2} < \frac{x}{4} + 1 & \text{②} \end{cases}$$

20. 2024 年中国龙舟公开赛（四川·德阳站），在德阳旌湖沱江桥水域举行，预计来自全国各地 1000 余名选手将参赛．旌湖两岸高颜值的绿色生态景观绿化带“德阳之窗”将迎接德阳市民以及来自全国各地的朋友近距离的观看比赛．比赛设置男子组、女子组、本地组三个组别，其中男子组将进行 A：100 米直道竞速赛，B：200 米直道竞速赛，C：500 米直道竞速赛，D：3000 米绕标赛．为了了解德阳市民对于这四个比赛项目的关注程度，随机对部分市民进行了问卷调查（参与问卷调查的每位市民只能选择一个项目），将调查得到的数据绘制成数据统计表和扇形统计图（表、图都未完全制作完成）：

市民最关注的比赛项目人数统计表

比赛项目	A	B	C	D
关注人数	42	30	a	b

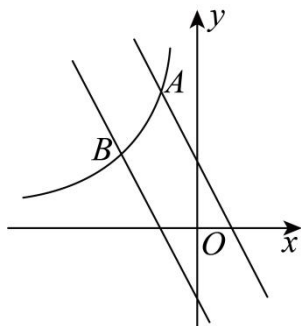
市民最关注的比赛项目
人数分布扇形统计图



- 直接写出 a 、 b 的值和 D 所在扇形圆心角的度数；
- 若当天观看比赛的市民有 10000 人，试估计当天观看比赛的市民中关注哪个比赛项目的人数最多？大约有多少人？
- 为了缓解比赛当天城市交通压力，维护交通秩序，德阳交警旌阳支队派出 4 名交警（2 男 2 女）对该路段进行值守，若在 4 名交警中任意抽取 2 名交警安排在同一路口执勤，请用列举法（画树状图或列表）

求出恰好抽到的两名交警性别相同的概率.

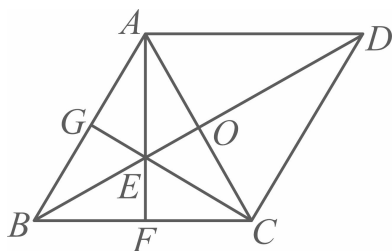
21. 如图, 一次函数 $y = -2x + 2$ 与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x < 0)$ 的图象交于点 $A(-1, m)$.



(1) 求 m 的值和反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的解析式;

(2) 将直线 $y = -2x + 2$ 向下平移 h 个单位长度 ($h > 0$) 后得直线 $y = ax + b$, 若直线 $y = ax + b$ 与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x < 0)$ 的图象的交点为 $B(n, 2)$, 求 h 的值, 并结合图象求不等式 $\frac{k}{x} < ax + b$ 的解集.

22. 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $\angle ABC = 60^\circ$, 对角线 AC 与 BD 相交于点 O , 点 F 为 BC 的中点, 连接 AF 与 BD 相交于点 E , 连接 CE 并延长交 AB 于点 G .



(1) 证明: $\triangle BEF \sim \triangle BCO$;

(2) 证明: $\triangle BEG \cong \triangle AEG$.

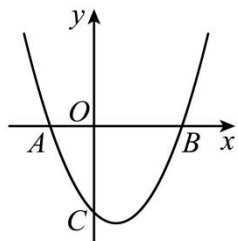
23. 罗江糯米咸鹅蛋是德阳市非物质文化遗产之一, 至今有 200 多年历史, 采用罗江当地林下养殖的鹅产的散养鹅蛋, 经过传统秘方加以糯米、青豆等食材以 16 道工序手工制作而成. 为了迎接端午节, 进一步提升糯米咸鹅蛋的销量, 德阳某超市将购进的糯米咸鹅蛋和肉粽进行组合销售, 有 A 、 B 两种组合方式, 其中 A 组合有 4 枚糯米咸鹅蛋和 6 个肉粽, B 组合有 6 枚糯米咸鹅蛋和 10 个肉粽. A 、 B 两种组合的进价和售价如下表:

价格	A	B
进价 (元/件)	94	146
售价 (元/件)	120	188

(1) 求每枚糯米咸鸭蛋和每个肉粽的进价分别为多少？

(2) 根据市场需求，超市准备的 B 种组合数量是 A 种组合数量的 3 倍少 5 件，且两种组合的总件数不超过 95 件，假设准备的两种组合全部售出，为使利润最大，该超市应准备多少件 A 种组合？最大利润为多少？

24. 如图，抛物线 $y = x^2 - x + c$ 与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$ 和点 B ，与 y 轴交于点 C 。



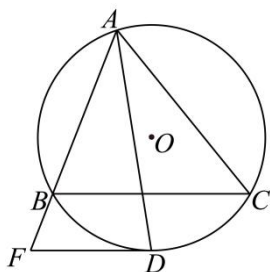
(1) 求抛物线的解析式；

(2) 当 $0 < x \leq 2$ 时，求 $y = x^2 - x + c$ 的函数值的取值范围；

(3) 将抛物线的顶点向下平移 $\frac{3}{4}$ 个单位长度得到点 M ，点 P 为抛物线的对称轴上一动点，求 $PA + \frac{\sqrt{5}}{5} PM$

的最小值。

25. 已知 $\odot O$ 的半径为 5， B 、 C 是 $\odot O$ 上两定点，点 A 是 $\odot O$ 上一动点，且 $\angle BAC = 60^\circ$ ， $\angle BAC$ 的平分线交 $\odot O$ 于点 D 。



(1) 证明：点 D 为 $\widehat{BC}$ 上一定点；

(2) 过点 D 作 BC 的平行线交 AB 的延长线于点 F 。

①判断 DF 与 $\odot O$ 的位置关系，并说明理由；

②若 $\triangle ABC$ 为锐角三角形，求 DF 的取值范围。